



ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ СЕКЦИЯ
V Международной конференции
«Современные проблемы математики,
теории управления и математического моделирования»

Часть I

Воронеж, 11–16 сентября 2012 г.

СБОРНИК СТАТЕЙ

Оргкомитет:

председатель: Д.А. Ендовицкий, ректор ВГУ; сопредседатели: В.Р. Петренко, ректор ВГТУ, Е.Д. Чертов, ректор ВГТА, В.И. Котарев, ректор ВГАУ; заместители председателя: В.Н. Песов, проректор по научной работе ВГУ, А.А. Петросян, декан факультета прикладной математики – процессов управления СПбГУ, А.Д. Баев, декан математического факультета ВГУ; члены оргкомитета: И.А. Батаронов, В.В. Власов, А.П. Жабко, А.Н. Покровский, В.В. Провоторов, В.И. Рязских, А.А. Шкаликов, А.И. Чечин

Программный комитет:

Председатель: А.А. Петросян; сопредседатель: Б.С. Кашин; заместители председателя: А.Д. Баев, И.А. Батаронов, А.П. Жабко, В.И. Рязских, А.И. Шашкин, А.А. Шкаликов; члены программного комитета: А.Ю. Александров, А.П. Афанасьев, А.В. Боровских, А.И. Булгаков, L. Berezanski (Negev, Israel), Е.И. Веремей, А.В. Глушко, Б.М. Даринский, A. Domoshnitsky (Israel), Я.М. Ерусалимский, Е.С. Жуковский, В.Г. Задорожний, А.М. Камачкин, В.А. Костин, Т.М. Леденева, E. Litsyn (Paris, France), С.Д. Махортов, О.М. Пенкин, С.А. Подвальный, В.В. Провоторов (уч. секретарь), Н.Х. Розов, Ю.И. Сапронов, A. Shindiapin (Maputu, Mozambique), А.П. Хромов, В.А. Юрко

Под редакцией Н.Х. Розова, А.В. Боровских

Педагогическая секция V Международной конференции
П24 **«Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования». В 2 ч. Ч. I : сб. статей / [под ред. Н.Х. Розова, А.В. Боровских] ; Воронеж. гос. ун-т, Моск. гос. ун-т, С.-Петербург. гос. ун-т, Воронеж. гос. ун-т инж. технологий, Воронеж. гос. тех. ун-т. – Воронеж : Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2012. – 177 с.**

ISBN 978-5-9273-1970-1

Сборник содержит статьи по тематике докладов педагогической секции конференции «Современные проблемы прикладной математики, теории управления и математического моделирования». Они посвящены как различным общим проблемам современной педагогики, так и обсуждению конкретных практических вопросов организации образования и методики преподавания в школе и вузе. Отличительной чертой сборника является представленность различных направлений деятельности педагогики и тесная уния общей идеологии деятельностного подхода и конкретных проблем современного образования.

© Воронежский государственный университет, 2012
© Московский государственный университет, 2012
© С.-Петербургский государственный университет, 2012
© Воронежский государственный университет инженерных технологий, 2012
© Воронежский государственный технический университет, 2012
© Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2012

ISBN 978-5-9273-1970-1

– приоритеты в подготовке студентов: создание системного ПО, разработка прикладного ПО, обучение записи алгоритмов обработки данных на языке программирования;

– преемственность языков программирования, их общие корни;

– наличие свободно распространяемых средств разработки (IDE) и компиляции программ, что определяет их доступность для студента;

– простота пользовательского интерфейса IDE;

– простота поиска и локализации ошибок;

– современность и востребованность языка программирования и пр.

Проанализировав достоинства и недостатки в соответствии с вышеприведенными факторами, нами были сделаны следующие выводы:

– языки *Pascal* и *Basic*, которые являются приоритетными в школьном образовании благодаря их ориентации на ЕГЭ, не имеют существенных преимуществ в силу их устаревания. *Basic* является основой разработки приложений в *Microsoft Office*, однако этот факт сильно ограничивает круг решаемых задач. Этот язык можно использовать при обучении студентов по экономическим направлениям подготовки (например, направление “Бизнес-информатика” на экономических факультетах).

– для решения задач сложной обработки больших массивов данных и задач системного программирования важным фактором является быстродействие созданных программ. Данный приоритет делает неоспоримыми преимущества языков программирования *C* и *C++*. Известно, что их компиляторы очень эффективны. Кроме того, именно в рамках этих языков существует множество технологий параллельной обработки данных, что также существенно в настоящий момент. Поэтому, языки программирования *C* и *C++* хорошо использовать для направлений “Прикладная математика и информатика” или “Фундаментальная информатика и информационные технологии”;

– для разработки прикладного ПО существенным становится не быстродействие, а удобство разработки пользовательского и программного интерфейса, слаженность взаимодействия различных компонентов приложений, возможность взаимодействия с другими приложениями. В этом случае выбор языка программирования осуществляется между языками *C#* и *Java*. Данные языки – одни из самых “молодых” универсальных языков программирования, основанных на единой системе принципов, что делает простым их последовательное освоение. На основе этих языков строятся современные web-технологии (*ASP.NET*, *JSP*, *JavaScript* и др.). Немаловажным фактором является наличие удобной свободной среды разработки (IDE) для работы с этими языками (например, *SharpDevelop*, *Eclipse*, *NetBeans* и пр.). Эти преимущества делают целесообразным использование указанных языков, для обучения по

направлениям “Прикладная информатика” или “Бизнес-информатика” (для IT-факультетов);

– не считаем возможным использование языков специализированных (языки web-программирования, язык системы *iC:Предприятие*, языки с нежесткой типизацией – *Ruby*, *Python*) для начальных этапов обучения. Отсутствие жестких правил синтаксиса и явная ориентация на решение узкого круга задач может сильно ограничить дальнейшие возможности обучения. Однако у этих языков есть ряд достоинств. Они могут оказаться просто незаменимыми для решения узкого круга задач в силу имеющихся специализированных пакетов, разработанных для применения в областях знаний, не связанных с программированием (например, при обучении магистров направлений “Хемоинформатика” или “Биоинформатика”).

– отметим, что языки *Python* и *Ruby*, являющиеся одними из самых “молодых” и быстро развивающихся языков программирования, на наш взгляд, являются обязательными для изучения IT-специалистами на более поздних стадиях подготовки независимо от того, какой язык был выбран в качестве базового на начальных этапах обучения.

НАДПРЕДМЕТНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ШКОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ Боровских А.В., Розов И.Х. (Москва)

Аннотация: Приводится разработанная на базе деятельностного подхода в педагогике система надпредметного развития учащихся, результаты анализа надпредметного содержания школьных учебников по математике для начальной школы, методика анализа надпредметного содержания и применения этого анализа к решению методических проблем.

1. Цели образования и деятельностные принципы. Одним из фундаментальных факторов, влияющих на состояние отечественного образования, является изменение целей образования, прежде всего – общего. Подготовка к научной и инженерной деятельности как цель массового образования ушла в прошлое. Получить конъюнктурную специальность (экономиста, юриста, потом – психолога или PR-щика) – оказалось бессмысленным: конъюнктура меняется быстрее, чем мы успеваем закончить вуз, не говоря уже о школе. Получение профессии (цель, которая была достаточно адекватной на протяжении нескольких веков) тоже оказалось несколько утратившей актуальности: уже поколение нынешних 40-50-летних людей меняло профессию несколько раз в жизни, а для молодежи это просто стало нормой (причем первая смена профессии происходит зачастую сразу после окончания вуза). Наконец, источником любых знаний в неограниченном количестве стал вседоступный Интернет, а

учитель вынужден отходить на скромную роль комментатора и надсмотрщика за детьми.

Все это не отражается позитивным образом ни на общественном восприятии значимости образования, педагогической деятельности, школы, ни на результатах образования, которые год от года показывают все более упрочняющуюся тенденцию к ухудшению.

Следует ли признать эту тенденцию объективной, смириться с ней и принять как должное или нужно все-таки усомниться в том, что все так и должно быть, попытаться проанализировать, все ли мы понимаем, все ли ресурсы используем, не являемся ли мы не жертвой неведомого тренда, а всего лишь жертвой собственной глупости и неповоротливости, не позволяющей нам увидеть и принять новые, возможно даже очень прогрессивные тенденции, на которые мы просто не обращаем внимания в силу своей зашоренности, заикленности в круге привычных действий?

Думаем, что дело обстоит именно так. Одновременно с явно просматривающейся тенденцией к утрате значимости чисто предметного знания в средней школе, происходит и другой процесс: на первый план все более выходит *развитие* человека. Оно описывается в разных терминах, анализируется разными теориями, но все они отталкиваются от одного центрального пункта — это развитие должно помогать человеку жить, работать, найти свое место в обществе, достигнуть успеха, роста, оправдать смысл своего существования.

Понятно, что ни физика, ни история не могут повлиять на это непосредственно, и именно этим обусловлено падение интереса к обучению в школе. Но у этой медали есть и другая сторона. Она состоит в том, что развитие как таковое осуществляется только в результате собственной деятельности человека (в данном случае — ребенка), а деятельность беспредметной не бывает. Деятельность обязательно должна быть отнесена к чему-то, она должна иметь свой предмет, с которым работает.

Одним из главных следствий этого факта оказывается необходимость смотреть на учебные предметы школьной программы не как на содержание материала для изучения, а именно как на *предметы*, то есть как на средства, орудия обучения, воспитания и развития. Предмет — то, на чем человек учится. А вот чему учиться — это уже другой вопрос.

Выделение в качестве цели образования подготовки к деятельности в человеческом обществе, а значит, в качестве цели обучения — освоения общих форм и способов деятельности требует от учителя уметь увидеть эти общие формы и способы деятельности в том учебном материале, на котором он проводит обучение. Деятельностные принципы обязывают нас при формировании программы образования, разработке методики преподавания, организации учебной деятельности акцентировать внимание в первую очередь не столько на предметном, сколько на *надпредметном*

содержании — на тех обобщенных деятельностных функциях, которые должно развивать.

Хотя разные надпредметные, метадпредметные, допредметные и особенно беспредметные соображения сейчас позиционируются как «авангардные», такой подход на самом деле не является, пользуясь новомодной терминологией, инновацией. Еще в «Комментариях» Прокла к «Началам» Евклида мы находим прямые указания на то, *зачем* Автор (так Прокл называет автора «Начал») приводит ту или иную теорему или доказательство. Прокл явно демонстрирует, что сочинение Евклида — не изложение научной геометрической системы, а, выражаясь современным языком, методическое пособие, позволяющее на наиболее ярких и выразительных примерах освоить фундаментальные приемы логических рассуждений, основные конструктивные элементы теории и те методы, которые в ней используются. Может, именно поэтому математика вообще и геометрия в частности были и остаются важнейшим элементом общего образования — в них «зашиты» не столько предметные знания, сколько общие формы и способы мышления.

Как только мы говорим, что алгебру мы изучаем не для того, чтобы запомнить формулу для корней квадратного трехчлена, а для того, чтобы научиться пользоваться символическими объектами, как только мы говорим, что геометрия изучается не для того, чтобы запомнить доказательство теоремы Пифагора, а для того, чтобы развивать пространственное воображение, как только мы говорим, что изучаем русский язык не для того, чтобы уметь применять грамматические правила, а для того, чтобы научиться выражать свои мысли таким образом, чтобы они понимались именно так, как мы хотим, как только мы говорим, что изучаем физику не для того, чтобы помнить закон Ома, а для того, чтобы понимать сущность законов природы и уметь видеть эту сущность за теми явлениями, которые нас окружают, — немедленно мы переходим от предметного содержания к содержанию надпредметному, к содержанию деятельностному, к тому, ради чего мы и учим детей.

2. Структура процесса развития. Надпредметное содержание образования на самом деле весьма объемно и нетривиально по структуре. Мы здесь приведем без детального разбора некую каркасную схему развития школьника — для того, чтобы разделить целый ряд относительно независимых процессов.

Нижний, так сказать, базовый процесс представляет собой *освоение предметного содержания*. Это — как раз то, чему мы учим на физике, математике, физкультуре, литературе, биологии и так далее.

Второй слой развития, который мы далее называем *надпредметным*, имеет несколько составляющих — *интеллектуальное, коммуникативное и физическое* развитие ученика. Совершенно понятно, что приемы

логического рассуждения, формирование образного мышления, навыки систематизации, умение изъясняться, навыки поведения, быстрота реакции, выносливость и т.д. формируются на том или ином предметном материале, но не привязаны к нему неразрывно, они, при соответствующей постановке обучения, становятся общими способами выполнения действий, переносимых с одного предмета на другой.

Третий слой – это *психическое развитие*. Понимасмое в точном соответствии с концепцией развивающего обучения – как формирование новых психических функций. Примеры психических функций (использование знаковых средств в механизмах внимания, памяти, выбора; самоконтроль; планирование деятельности; обращение к целостности в ситуациях конфликта; абстрагирование и конкретизация, идеализация и реализация и др.) позволяют без особых научных определений отличить их от интеллектуальных или коммуникативных: психические функции направлены не на предмет и не на других людей, а на самого человека, они обеспечивают ему управление своим поведением. Для формирования каждой такой функции нужна *проблемная ситуация*, нужен *конфликт* того или иного сорта, в котором потребность в такой функции возникает. И ситуация должна быть специальным педагогическим образом сконструирована – так, чтобы наряду с конфликтом оказались доступными и средства его разрешения.

Четвертый слой – *субдеятельностное развитие* тоже имеет несколько составляющих – это *культурное, личностное и трудовое развитие*. Этот слой отличается от надпредметного слоя тем, что характеризует не способы осуществления действий, а *универсальные формы деятельности*, то есть выполнения (конечно же, путем исполнения тех или иных действий) некоторой социальной функции. Именно наличие определенной социальной составляющей является наиболее существенным их признаком. Социальность легко идентифицируется по тому, предполагается ли определенная произвольность в условиях деятельности, которая принадлежит партнеру, оппоненту, коллеге по команде, или конкурирующей социальной структуре. Как только в схеме управления действиями появляется учет этой произвольности – мы попадаем именно в четвертый слой развития. Существенным оказывается то, что элементарные механизмы реакции на эту «социальную» произвольность условий осуществления деятельности – это и есть те самые психические функции, которые мы отнесли к третьему уровню.

Наконец, пятый слой – это *социально-деятельностное развитие*, состоящее в смене форм деятельности, типов ведущей деятельности, социальной структуры в сообществе учащихся. Здесь на самом деле мы имеем дело с областью, гораздо лучше понимаемой практиками-учителями, чем теоретиками. Отметим в связи с этим хотя бы один такой факт:

считается общепризнанным, что *учебная деятельность* является ведущей на всем протяжении обучения – с первого по одиннадцатый класс. В то время как уже в третьем-четвертом классе происходит очередной шаг социализации, и ведущей становится не учеба, а *общение*, затем *дружба*, потом *освоение новой деятельности*, и так далее. На определенном этапе возникает *конфликтная социальная структура* – когда деятельности, в которых учащийся участвует, начинают конфликтовать друг с другом (например, за ресурсы – время, силы, интеллект и пр.), и этот конфликт выражается в конфликт ребенка с теми или иными социальными группами, в которые он входит. Формируются навыки поведения в конфликте, воздействия на группу, осуществляющего – если посмотреть объективно – уже взаимодействие деятельностей между собой через человека, их сопрягающего, «стягивающего», объединяющего.

3. Надпредметное содержание образования. Оставляя пока за рамками этой работы полномасштабный анализ всей системы, остановимся только на втором слое – надпредметном содержании. Дело в том, что именно в отношении этого содержания мы можем фиксировать достаточно объективную картину, обращаясь только к материальным средствам обучения. Если развитие четвертого и пятого уровня существует только в конкретном социуме, каковым является школа, и, находясь вне школы, его ни наблюдать, ни анализировать невозможно, то развитие второго уровня легко фиксируется, например, по материалам учебников.

Приведем, для примера, результаты анализа надпредметного содержания учебников по математике для 1 – 4 классов. Кстати, обратим внимание, что именно с надпредметной точки зрения никакие два из них не учат одному и тому же! Это наглядно видно из таблицы 1, в которой описано надпредметное содержание всех тех комплектов учебников для начальной школы, которые рекомендованы Минобрнауки на 2010/11 учебный год. Сами надпредметные линии, их состав и условные обозначения, используемые в таблице 1 (они выделены жирными буквами), представлены в таблице 2. Для полноты в таблице 3 мы приводим и три основные предметные линии – счет, измерение величин, дроби. Кстати, предметное содержание во всех учебниках – примерно одинаковое.

Кстати, даже поверхностный взгляд на таблицы делает очевидным объяснение сущности конфликта, возникающего у школьников при переходе из 4-го класса в 5-й. Ведь авторы комплекта, по которому занимались в 4-м классе, научили детей совсем не той деятельности, которую требуют от них авторы комплекта для 5 – 6 классов! Учителя в 5-м классе ругают образование в начальной школе, учителя начальной школы считают, что учителя в 5-м классе не способны учить, поскольку в 1 – 4 классах практически все учебники учат с изрядным «избытком» относительно существующих стандартов. А на самом деле виноваты не

учителя, а разнотой в надпредметном представлении о начальном образовании.

Таблица 1. Надпредметное и предметное содержание учебников по математике 1-4 класса

	Моторика (ТРДСК)	Графика (+ + ч -)	Логич. м. (РПО, ЛКСБМИ)	Алгор. м. (ЛЗШВ)	Простр. м. (ФЭЗДОРПК)	Образн. м. (МОИД)	Динамич. м. (МОИД)	Симв. м. (ШОДУНМ)	Счет (ПКОТСРД)	Измер. величин (+ + ч -)	Доли и дроби (ОДП)
Дорофеев Г.В., Миракова Т.Н.	Тр рд (Р/Л)	+	КОП к/Ла	з	ФЭ Д	МО (иД)	МО ид	м	КГО ТсР Д	ч	о
Башмаков М.А., Нефедова М.Г.	тр	+	ПО рак	лш	фэЗ о	МО ИД	МО И	шОД у	ПК ОГТ РД	±	о
Гейдман Б.П., Ивакина Т.В., Мингарина И.Э.	Тр	+	ПО лк	-	фэ	МОи д	Ои	шУ	КОТ РД	ч	О
Истомин И.Б.		ч	ПО (К)А	-	фэЗД орп	Ои	О	У	КОТ рД	ч	-
Петерсон Л.Г.	т (Трлг)	±	РПО (Л) кбас	д (З)В Ц	ФЭЗ Дор к	М	О	(ш) ОД УиП М	КОГ ТРД	+	ОП
Давыдов В.В., Горбов С.Ф., Микулина Г.Г., Савельева О.В.	р	ч	ОС	-	ФЭд	М	М	ОдУ П	ПКГ ОРД	+	(о)
Аргинская И.И., Ивановская Е.И.	г	ч	ПОС кл АБМ	-	ФЭЗ ДОР П	м	О	оДУ и	ОГТ РД	±	О
Александрова Э.И.	тр	+	ПОЛ АС	-	ФЭ ОР	Мо	О	шО УП	оид	±	Д
Чекин А.Л.	т(г)	ч	ПО(и)х БАСМ и	-	ФЭо рд	мои	Ои	оуд М	(и)К ОГТ РД	+	о
Демидова Т.Е., Козлова С.Е., Тонких А.П.	Г	+	ПО ЛКА Си	дВЦ	ФЭз дои к	МО ИД	МО	ОУ Дим	КОД ТТР	+	О
Рудницкая В.Н., Юдачева Т.В.	тр	±	ПОЛас К	и	ФЭЗ дор ик	Мо	О	оуд	иКО ТДР	±	-
Моро М.И., Волкова С.И., Степанова С.В.	рдГ (Р/К)	±	РПО (и)	Д	фэД з (ЗО РП)	Мо (д)	Ои	ОУ	ПК ОГТ РД	+	о

Конечно, есть авторы, которые пишут комплекты учебников не только для младшей, но и для всех классов средней школы. Но ни один

авторский коллектив не создал полной линии – от 1 до 11 класса, так что если некоторая проблема с пониманием и не возникает в 5-м классе – она проявится потом, в 7-м или в 10-м. Но все равно она приводит к такому конфликту в деятельности учащихся, который напрочь отбивает у них какое бы то ни было желание учиться. В итоге основной функцией нашего образования оказывается ... привитие школьникам отращения к образованию.

Уже по этим таблицам видно, что для того, чтобы увидеть в конкретном предметном содержании надпредметное, достаточно простого умения раскладывать предметную деятельность на отдельные действия, выделяя те из них, которые не являются предметно-определенными.

В графах таблицы *маленькая* буква означает эпизодическое вхождение материала, *большая* – систематическое. В скобках указано то, что присутствует только в дополнительных материалах.

Расшифровку обозначения линий и их составляющих см. в таблице 2.

Таблица 2. Основные надпредметные линии и их структура

Моторика мысленных действий	Трассировка, Разрезания, Движения, Головоломки из спичек, Конструирование.
Графические навыки	(рисование элементарных фрагментов, цифр, знаков, узоров, линий, и пр.) «+» – вплоть до произвольной графики, «±» – на уровне базовых элементов, «ч» – минимальная (только цифры), «-» – отсутствует
Логическое мышление	концентрация Внимания, поиск Различий, Признаки, Отношения. Логические задачи, Комбинаторные задачи, Составление задач, Обращение задачи, Анализ условий задачи, выбор Метода решения, Истина/ложь высказываний
Алгоритмическое мышление	последовательности Действий, их Задаче, Циклическое повторение, Ветвление, Планирование решения
Пространственное мышление	идентификация плоских Фигур и их Элементов, Зеркальное отражение, Действия с фигурами, Объемные Фигуры, их Развертки и Проекция, Координаты
Образное мышление – текстовые задачи, требующие:	только Математического выражения без использования образа, создания Образа и математического выражения, но без интерпретации результата, создания образа, его математического выражения и Интерпретации. Действий с образом, их математического выражения и интерпретации
Динамическое мышление – задачи на движение, требующие:	только Математического выражения без использования динамического образа, создания динамического Образа и математического выражения, но без интерпретации результата, создания динамического образа, его математического выражения и Интерпретации. Действий с динамическим образом, их математического выражения и интерпретации
Символическое мышление	Шифры, введение Буквенных Обозначений для неизвестных или известных величин, Действия с буквенными объектами, использование их для составления и решения Уравнений и Неравенств, обозначение для Переменных величин, Множества

Таблица 3. Основные предметные линии и их структура

Счет	счет Перебором, определение Количества предметов, арифметические Операции с количествами, Группировка, Таблица, Счеты, Разрядная система, Действия в столбик
Измерение величин	«—» — отсутствует, «+» — эпизодическое использование величин в качестве иллюстрации, «ф» — основные величины (масса, время, температура, деньги, длина, площадь, угол, объем, емкость), «+» — исчисление производных величин, * — вероятность и мат. статистика
Действия с долями, дробями	Обыкновенные, Десятичные, Проценты

4. Надпредметное содержание и произвольность. Умение видеть надпредметное содержание позволяет, как это ни странно, решать целый ряд проблем методического характера, содержание которых, на первый взгляд, является чисто предметным.

Вот одна из методических проблем школьного курса математики — проблема «произвольного треугольника»? Да, дети более или менее успешно воспроизводят доказательство, с которым их знакомят учитель и учебник, на примере некоторого конкретного треугольника. Но как только речь заходит о том, чтобы самостоятельно провести для произвольного треугольника построение или доказательство, то дети все это осуществляют либо на прямоугольном, либо на равнобедренном треугольнике — кому какой понравится. И напрасно учитель будет сыпать тавтологиями, объясняя, что произвольный треугольник — это не конкретный треугольник, это какой угодно треугольник, всякий, любой, какой захотите...

Проблема в том, что дети оказываются не способны самостоятельно осознать полноценную «общность» построения или доказательства. Почему? Потому, что понимание «общности» доказательства требует прежде всего представить себе «общую» ситуацию образно, а затем уже вербализовать своё видение. А образно «произвольный треугольник» совершенно невообразим. Можно представить себе какой-то конкретный треугольник, даже два или три. Но непонятно, почему доказательство, проведенное для этих двух треугольников, пригодно для произвольного треугольника. Что же делать?

Ответ, как оказывается, не имеет никакого отношения ни к геометрии, ни даже к математике. Проблема — в *природе теоретической произвольности*, которая на самом деле не является предметной. Для того, чтобы убедиться в этом, рекомендуем попытаться представить себе произвольный стол, и сформулировать относительно него некоторое утверждение. Ощущаемая совершенно ясно абсурдность постановки вопроса вскрывает как раз то самое ощущение, которое испытывают школьники, когда им говорят о «произвольном треугольнике».

Внимательное рассмотрение показывает, что предметная природа, при всем её великом многообразии, все-таки конечна. Количество видов и подвидов любого природного объекта может быть очень большим, но не бесконечным. А человеку в его деятельности, как правило, всё это природное разнообразие дано в достаточно ограниченном количестве, и оно не требует перехода к понятийному аппарату. Для работы с предметами натуральной природы человеку достаточно эмпирического, чисто алгоритмического мышления (основное содержание которого составляют заключения, формулируемые «в действиях»: если сделать так-то, то получится такой-то результат, или: если условия такие-то, то надо сделать то-то).

Другое дело — человек. Даже один-единственный партнёр может создавать тебе такое многообразие условий, которое никакими алгоритмами не схватишь и никакими условными конструкциями не опишешь. Именно другой человек вносит в твою деятельность такой широчайший произвол, который требует кардинальной перестройки мышления, выделения инвариантных относительно этого произвола свойств, фиксации их в виде понятий, *перехода от эмпирической логики «условие — действие — результат» к теоретической логике отношений между понятиями*.

Психический механизм перехода от «действий по алгоритму» к «действиям по правилам» формируется ещё в дошкольном детстве в процессе игры, и это как раз и зафиксировано Д.Б. Элькониним в виде иерархии уровней детской игры. Твой приятель в догонялки может побежать в *любую* сторону, а ты всё равно должен его догнать. Вот тут ты и перестраиваешь своё мышление на новый лад. Здесь ты и формируешь тот росток, который потом превратится в теоретическое мышление. Но для этого такой росток в школе, в процессе обучения нужно постоянно «кормить», «воспитывать», давая ему всё более сложные задачи и включая его в работу во всё более сложных и разнообразных видах деятельности.

Возвращаясь к вопросу о «произвольном треугольнике», отметим важный факт: чисто психологически дети произвол «социальной природы» воспринимают легко, в то время как произвол якобы «предметной природы» оказывается для них непосильным для восприятия.

Проблема решается в один ход, если подойти к ней с позиций деятельностных принципов. Постараемся увидеть в проблеме *социальное отношение* и реализовать его в виде *социальной ситуации*. Есть произвольность — так пусть она исходит от человека. Скажем, что треугольник произвольный, если есть человек (например, ученик Петя), который может сделать с ним всё, что захочет. А доказательство или построение для произвольного треугольника — это значит, что Васе нужно сделать его так, чтобы оно от этого произвола (который полностью в Петиних руках) не зависело. Любой желающий легко проверит, что *такое*

понимание «произвольности» воспринимается детской психикой мгновенно. И немедленно вписывается в систему представлений образного мышления: если я хочу доказать что-то для любого треугольника, то я сначала должен провести доказательство для некоторого конкретного треугольника, а потом убедиться, что никакие изменения этого треугольника, которые только пожелает сделать учитель или одноклассник, не влияют на справедливость представленного доказательства!

Приведенный пример показывает со всей ясностью, что многие методические проблемы, которые кажутся практически непреодолимыми с точки зрения предметной, достаточно легко решаются при переходе к *надпредметной* точке зрения. Для их решения, как правило, оказывается достаточным просто *социализировать* ситуацию, персонифицировав произвольность, передав её учителю или другому ученику. Важно заметить одну интересную параллель: как освоение предметных действий классическая педагогическая психология рекомендует начинать с выполнения этих действий в *материальной* или *материализованной* форме, так и освоение надпредметных деятельностных функций, связанных с тем или иным деятельностным произволом в условиях, имеет смысл начинать в *социальной* или хотя бы в *социализированной* форме, вводя туда явным образом человека, генерирующего произвол.

Конечно, такой рецепт нужно использовать не для всех и не всегда в явном виде. Совершенно понятно, что в овладении предметными действиями человек, который уже освоил операции *опредмечивания* и *распредмечивания* теоретических понятий, отношений, концепций, идей, не нуждается в таких подпорках, как постоянное отталкивание от материальных действий. Профессиональный математик, к примеру, столкнувшись с новым абстрактным определением, немедленно спускается на уровень более конкретных представлений и образов, разбирается в том, что означает определение на таком опредмеченном уровне, уточняет какие-то детали и тут же возвращается к распредмеченному, абстрактному определению. Всё это осуществляется практически автоматически, почти всегда в уме, подчас содержит целые каскады опредмечивания и последующего распредмечивания, хотя внешне выглядит как непрерывные «абстрактные» рассуждения. И только лишь по небольшим странным паузам в рассуждениях можно зафиксировать интенсивные «подводные» течения математической мысли.

Совершенно аналогично, человек, который овладел функциями *создания орудия* (то есть воплощения в орудии социального отношения, социальной функции) и *социализации* (то есть восстановления по орудию социальной ситуации) в отношении произвольных действий, уже не нуждается в постоянном привлечении специальных педагогических приемов. Но для детей, которые эти операции ещё не освоили, социальная

или социализированная формы представления деятельности являются абсолютно необходимым условием.

5. Анализ надпредметного содержания. Для того чтобы наглядно продемонстрировать, как работает анализ надпредметного содержания, приведем ещё один конкретный пример, выполненный аспирантом факультета педагогического образования МГУ В.Е.Вережкиной.

Тема «Многочлены» (7 класс) присутствует во всех школьных учебниках математики и её изложение примерно одинаково, отличаясь лишь мелкими деталями. Вначале вводятся алгебраические операции с одночленами, потом — с многочленами, затем разбираются правила эквивалентных преобразований и приведение многочлена к каноническому виду и, наконец, в самом конце темы, предлагаются упражнения на вычисление значений многочленов при различных значениях переменной. Внешне всё вроде бы последовательно и логично, да и с точки зрения содержания всё разумно — данная тема является пропедевтической к последующему изучению квадратного трехчлена, и, в соответствии с принципом научности, вводит сразу общее понятие, не утомляя учеников рассмотрением частных случаев.

Мы не будем здесь обсуждать, когда разумнее двигаться от частного к общему и когда — наоборот, а проанализируем характер осуществляемых действий с надпредметной точки зрения.

Понятно, что алгебраические операции над одночленами и многочленами с точки зрения надпредметной никаких трудностей детям не доставляют: арифметические действия со значками они освоили ещё в начальной школе, а то, что эти значки — не 2, или 5, или 25, а какие-то x или y , принципиального значения не имеет. Приведение многочлена к каноническому виду с надпредметной точки зрения есть просто операция группировки по признаку (признаком является показатель степени), с этим действием дети знакомы с 1-го класса, здесь тоже нет ничего нового. А подстановка вместо x какого-то определённого числового значения и вычисление соответствующего значения многочлена — на первый взгляд, самоочевидное, второстепенное и даже не слишком необходимое действие (кстати, некоторые авторы учебников вообще уделяют ему лишь несколько упражнений).

Однако рассмотрение именно этой последней процедуры с надпредметной точки зрения вызывает весьма серьёзные вопросы. Действительно, давайте внимательно разберёмся, что в точности означают слова «вместо x подставить 2». Что такое x и как он воспринимается детьми? В теме «Многочлены» x фигурирует наравне с другими числами, и потому надо ожидать, что x — это число. Но что это за число?

Вспомним, что в предыдущих темах школьного курса математики x уже встречался детям — он использовался при задании и решении

уравнений. Но ведь при решении уравнений x является *вполне конкретным числом*, которое просто было сначала неизвестно и которое следовало найти. Социализируя ситуацию, можно сказать, что x в уравнении означает: «Вася задумал число, но скрывает его, а мы должны его отгадать». Теперь же, в многочлене, x – совсем не задуманное конкретное число! И именно на этом переходе школьники «спотыкаются», не в силах без объяснения (а такого объяснения как раз и нет ни в одном школьном учебнике!) понять, что ситуация кардинально изменилась: в многочлене x – *переменная величина*, которая может быть *произвольной*, то есть принимать *любые* значения, быть *любым* числом.

Вот мы и «поймали» надпредметную проблему. Изучением многочленов начинается новая деятельность, связанная с использованием важнейшего в математике представления о переменных величинах (что чрезвычайно актуально и для иных школьных предметов – переменные величины появляются, например, и в физике). Но при этом в традиционном процессе обучения школьной математике самого главного – освоения фундаментальной идеи переменной величины – не происходит, дети вынуждены – кто удачно, а кто и нет – самостоятельно переживать эту смену представлений, приводящую подчас к путанице и абсурдным рассуждениям.

Таким образом, очевидно, что представление о переменной величине надо школьникам обязательно специально вводить, а принцип социализации подсказывает, как это сделать лучше и доступнее. Начать такое введение целесообразно с социализированного произвола в задании x , предоставив его выбор, скажем, учителю, а уже потом, опираясь на сформированное представление о переменной, осваивать операции с многочленами.

Это может выглядеть, например, так. Сначала учитель предлагает ученикам решить ряд арифметических примеров – вычислить

$$\begin{aligned} 4 \cdot 2^5 + 3 \cdot 2^2 - 2^5 - 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^5 + 4 \cdot 2^5 - 3 \cdot 2^2 &= \dots; \\ 4 \cdot 3^5 + 3 \cdot 3^2 - 3^5 - 2 \cdot 3^3 - 3 \cdot 3^5 + 4 \cdot 3^5 - 3 \cdot 3^2 &= \dots; \\ 4 \cdot 5^5 + 3 \cdot 5^2 - 5^5 - 2 \cdot 5^3 - 3 \cdot 5^5 + 4 \cdot 5^5 - 3 \cdot 5^2 &= \dots; \\ 4 \cdot 6^5 + 3 \cdot 6^2 - 6^5 - 2 \cdot 6^3 - 3 \cdot 6^5 + 4 \cdot 6^5 - 3 \cdot 6^2 &= \dots. \end{aligned}$$

Естественная утомительность вычислений (даже если использовать калькулятор), с одной стороны, и естественное желание упростить свою работу, с другой, приведут к тому, что найдется такой «умню», который увидит и сообщит всем, что вторые степени друг друга просто «убивают», то есть их считать попросту не надо, что с пятыми степенями происходит то же самое, а третьи, хоть и остаются, но для нахождения значений

написанных выражений достаточно один раз вычислить куб каждого указанного числа и умножить его на 2.

Следующее задание учителя: как записать обнаруженное правило, чтобы его все могли использовать, *какое бы число вместо 2, 3, 5 или 6 я не поставил?* Социализированная таким образом ситуация позволяет искать приём, который бы не зависел от учительского произвола, и этот приём (не важно, придуман он кем-то из учеников или подсказан учителем) состоит в *обозначении того произвольного числа, которое учитель может задать, как хочет, через x* . Вот мы и достигли момента истины. Ученики теперь понимают суть произвольности x – это то число, которое учитель может задать как угодно, а заодно они уловили и смысл проделанных ими действий – независимо от произвола учителя они получают всегда нужный результат, вычисляя $2x^3$.

А далее тема «Многочлены» разворачивается уже легко: все правила оперирования с одночленами и многочленами ученики могут сформулировать сами – как перенос правил действий с числами на ими же сконструированный объект, предназначенный для того, чтобы обойти произвол, задаваемый учителем. При этом построении изучения темы у детей не появляется непонимания – они легко и без напряжения осваивают такое нетривиальное понятие, как переменная величина.

Аналогичная методика рассмотрения других тем даёт не менее неожиданные результаты. Так, в теме «Неравенства» вдруг оказывается, что с надпредметной точки зрения «Решить неравенство» не имеет никакого отношения к «Решить уравнение». Второе, как мы уже указывали, означает: «отгадать число, которое задумал Вася». А первое связано не с задуманным числом, а с *условием*, с требованием, которое Вася установил (например, связав его с получением приза), и это условие не надо отгадывать – речь идет о преобразовании его к наиболее простой форме. (При этом нужно ещё понять, почему именно такая-то форма – самая простая и зачем именно к ней приводить.)

В теме «Функции» совершенно явно также просматривается новая деятельность, в которой фигурирует *связь между переменными величинами*, – некий механизм, который *на человеческий произвол отвечает результатом* и в устройстве которого необходимо разобраться. Примеры можно продолжать, но они уже ничего не добавляют по существу к пониманию тех принципов (рассмотрение надпредметного содержания, принцип произвольности и принцип социализации), которые мы хотели проиллюстрировать.

6. Заключение. Как мы видим, анализ надпредметного содержания позволяет и обеспечить более адекватное современным требованиям представление о целях и функциях школьного образования, и ясное понимание того, чему и как учит тот или иной учебник, и позволяет решать

целый ряд методических проблем, на первый взгляд, чисто предметных, но на самом деле связанных с более высокими слоями развития. Надеемся, что описанный взгляд окажется полезным и разработчикам учебников, методистам, и авторам стандартов и программ.

Литература.

1. Божович Л.И. Личность и ее формирование в детском возрасте. СПб.: ПИТЕР, 2009. 400 с.
2. Боровских А.В. Психологическая пентаграмма / Тр. конф. "Ломоносовские чтения" ФПО МГУ. Вып. 5 // М.: МАКС Пресс, 2007. С. 11-14.
3. Боровских А.В., Розов Н.Х. Прагматизм как методологический принцип в педагогике // Педагогика. 2008. № 8. С. 3-8.
4. Боровских А.В., Розов Н.Х. Деятельностные принципы в педагогике и педагогическая логика. М.: МАКС Пресс, 2010. 80 с.
5. Выготский Л.С. История развития высших психических функций // Выготский Л.С. Собр. соч. в 6-и т. Т. 3. М.: Педагогика, 1983. 368 с.
6. Вертеймер М. Продуктивное мышление. Пер. с англ. М.: Прогресс, 1987. 336 с.
7. Гальперин П.Я. Опыт изучения формирования умственных действий // Доклады на совещании по вопросам психологии 3-8 июля 1953 г. Под ред. А.Н.Леонтьева и др. М.: Изд-во АПН РСФСР, 1954. С. 188-201.
8. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. М.: ИНТОР, 1996. 544 с.
9. Леонтьев А.Н. Деятельность. Сознание. Личность. М.: Академия, 2004. 352 с.
10. Леонтьев А.Н. Методологические тетради (1940) // Вестн. Моск. ун-та. Сер.14. Психология. 1988. № 3. С. 6-25.
11. Петровский А.В. Личность, деятельность, коллектив. М.: Политиздат, 1982. 255 с.
12. Спенсер Л.-М.-мл., Спенсер С.М. Компетенции на работе. Пер. с англ. М.: ИПРО, 2005. 384 с.
13. Гальпина Н.Ф. Управление процессом усвоения знаний. (Психологические основы). М.: Изд-во МГУ, 1984. 344 с.
14. Эльконин Д.Б. О структуре учебной деятельности // Эльконин Д.Б. Избранные психологические труды. М.: Педагогика, 1989. С. 212-220.
15. Эльконин Д.Б. Психология игры. М.: Педагогика, 1978. 304 с.