

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ СССР

МОСКОВСКИЙ ОРДЕНА ОКТЯБРЬСКОЙ РЕВОЛЮЦИИ
И ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТ НЕФТЕХИМИЧЕСКОЙ И ГАЗОВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ
имени И.М. ГУБКИНА

Труды

Выпуск 181

**ФИЗИКО - ХИМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ПОВЫШЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ ПЛАСТОВ**

МОСКВА - 1985

Настоящий сборник отражает результаты выполненных сотрудниками МИНХ и ГП им. И.М.Губкина и других учебных и научных организаций страны (ИПМ АН СССР, ВНИИнефть, ВНИИБТ, БГУ им. В.И.Ленина) теоретических и экспериментальных исследований различных физико-химических методов повышения нефтеотдачи пластов.

Сборник условно разделяется на 2 части:

1. Модели фильтрации и математические вопросы, связанные с постановкой задач вытеснения нефти с помощью различных физико-химических методов повышения нефтеотдачи пластов.

2. Численные методы решения задач подземной термогидродинамики.

Основные результаты указанных исследований внедряются или же предполагаются к внедрению в практику проектирования разработки нефтяных месторождений с использованием различных физико-химических методов повышения нефтеотдачи пластов.

Сборник предназначен для научных сотрудников, аспирантов и инженерно-технических работников, занимающихся вопросами разработки и эксплуатации нефтяных месторождений с применением различных методов повышения нефтеотдачи пластов, а также для специалистов в области численного моделирования процессов многофазной фильтрации в пористых средах.

Редакционная коллегия:

Проф. Кичигин А.В. (отв. редактор), проф. Гиматулинов Ш.К.,
с.и.с. Енюков В.И.

ход прогонки - см., например, [5]) в направлении от условий на бесконечности к пропласткам (по возрастающим значениям z для T_0 , по убывающим - для T_{N+1}). Знание прогоночных коэффициентов позволяет исключить все неизвестные значения $T_0/z=z_1-h_z$ из разностной аппроксимации первого условия (18) и значения $T_{N+1}/z=z_{N+1}+h_z$ - из второго уравнения (18). Здесь h_z - шаг разностной схемы в направлении координаты z . Для оставшихся $N+2$ сеточных функций $T_0, u_1, u_2, \dots, u_N, T_{N+1}$ проводится матричная прогонка в направлении x . После этого находится температура в окружающих пласт породах и может осуществляться переход на очередной временной слой.

Литература

1. Пудовкин Н.А., Волков И.К. Краевые задачи математической теории теплопроводности в приложениях к расчетам температурных полей в нефтяных пластах при заводнении. - Казань: КГУ, 1978.
2. Чекалин А.Н. Численные решения задач фильтрации в водо-нефтяных пластах. - Казань: КГУ, 1981.
3. Буйкис А.А., Шмите М.З. Разностные схемы для процессов переноса в многослойных пластах. Сб. "Прикладные задачи математической физики". - Рига: ЛГУ, 1983. - с. 53-66.
4. Шейнман А.Б., Малофеев Г.Е., Сергеев А.И. Воздействие на пласт теплом при добыче нефти. - М.: Недра, 1969.
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. - М.: Наука, 1983.

УДК 532.546:519.87

Н.А.Еремин (МИНХ и ГП)

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ЗАДАЧАХ ПОДЗЕМНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

За последние десять лет метод конечных элементов (МКЭ) получил широкое распространение в решении краевых задач математической физики. Этот метод представляет собой обобщение метода Галеркина и метода Рунге-Кутты. Новизна заключается в том, что в каче-

стве пробной функции выбирается кусочно-полиномиальная. Другими словами, МКЭ основан на аппроксимации непрерывной функции дискретной моделью, строящейся на множестве кусочно-полиномиальных функций, определенных на конечном числе подобластей (называемых конечными элементами), на которые разбита рассматриваемая область пласта. Уменьшение размеров конечных элементов и использование сложных пробных функций приводит к тому, что поведение дискретной системы становится близкой к поведению непрерывной системы пласта. С другой стороны, представление пробной функции в виде полинома невысокой степени в окрестности узловой точки приводит к простоте алгоритма расчета показателей [1].

Привлекательной особенностью МКЭ для задач подземной гидродинамики являются простота описания геометрии пласта и задание точечных источников (добывающих и нагнетательных скважин).

В МКЭ можно выделить 4 основных разновидности: а) вариационный метод, б) метод Галеркина, в) метод наименьших квадратов, г) метод энергетического баланса. [3] В данной статье используется вариационный метод конечных элементов.

Запишем уравнение неразрывности для потока:

$$K_x \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + Q = 0 \quad (1)$$

с граничными условиями:

$$P = P_B \quad \text{на } A_1 \quad (2)$$

и

$$K_x \frac{\partial p}{\partial x} l_x + K_y \frac{\partial p}{\partial y} l_y + q + h(p - p_\infty) = 0 \quad \text{на } A_2, \quad (3)$$

где

K_x, K_y — коэффициенты проницаемости, соответственно, по осям X и Y , m^2 ;

P — давление, МПа;

Q — источник или сток;

A_1, A_2 — полная граница;

l_x, l_y — направляющие косинуса вектора нормали к поверхности;

q — добыча или закачка на части пласта;

h — удельная добыча, или закачка, или переток с поверхности пласта.

Решение уравнения (I) с граничными условиями (2,3) эквивалентно отысканию минимума функционала [2]:

$$\chi = \int_V 1/2 [K_x (\frac{\partial p}{\partial x})^2 + K_y (\frac{\partial p}{\partial y})^2 - 2QP] dv + \int_S [qP + 1/2 h(p-p_\infty)^2] ds. \quad (4)$$

Интегралы в уравнении (4) разбиваем на интегралы по каждому конечному элементу. Минимизацию χ проводим по неизвестной величине p :

$$\frac{\partial \chi}{\partial \{p\}} = \sum_{m=1}^M \frac{\partial \chi^{(m)}}{\partial \{p\}} = 0, \quad (5)$$

где M - общее число элементов.

Уравнение (4) в матричной форме имеет вид:

$$\begin{aligned} \chi^{(m)} = & \int_{V^{(m)}} 1/2 \{p\}^T [B^{(m)}]^T [D^{(m)}] [B^{(m)}] \{p\} dv - \\ & - \int_{V^{(m)}} Q[N^{(m)}] \{p\} dv + \int_{A_1^{(m)}} q[N^{(m)}] \{p\} dA + \\ & + \int_{A_2^{(m)}} h/2 \{p\}^T [N^{(m)}]^T [N^{(m)}] \{p\} dA - \\ & - \int_{A_2^{(m)}} h p_\infty [N^{(m)}] \{p\} dA + \int_{A_2^{(m)}} h/2 p_\infty^2 dA, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$[B^{(m)}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1^{(m)}}{\partial x} & \frac{\partial N_2^{(m)}}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_M^{(m)}}{\partial x} \\ \frac{\partial N_1^{(m)}}{\partial y} & \frac{\partial N_2^{(m)}}{\partial y} & \dots & \frac{\partial N_M^{(m)}}{\partial y} \end{bmatrix}$$

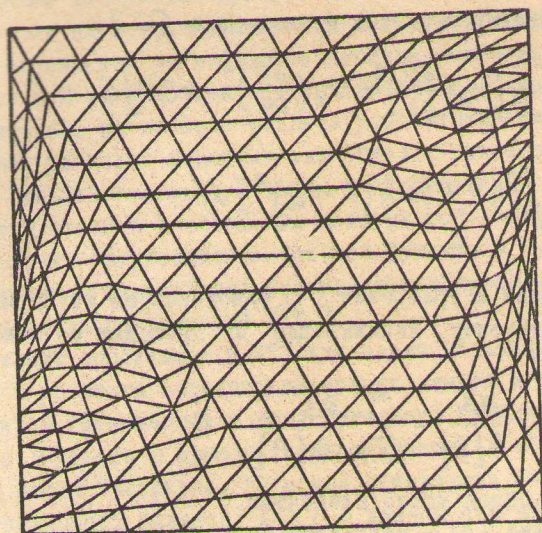


Рис. 1. Разбиение элемента симметрии 5-ти, 9-точечного
элемента на 160 элементов с 106 узлами

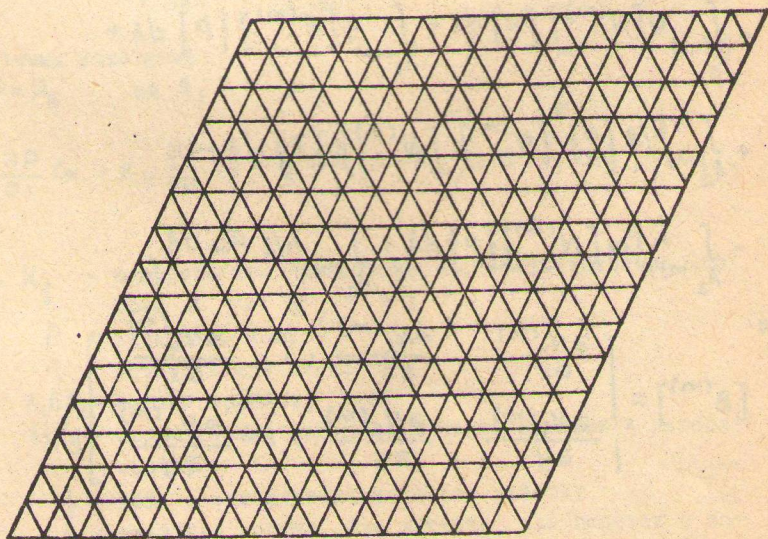


Рис. 2. Разбиение элемента симметрии 7-точечного
элемента на 392 элемента с 265 узлами

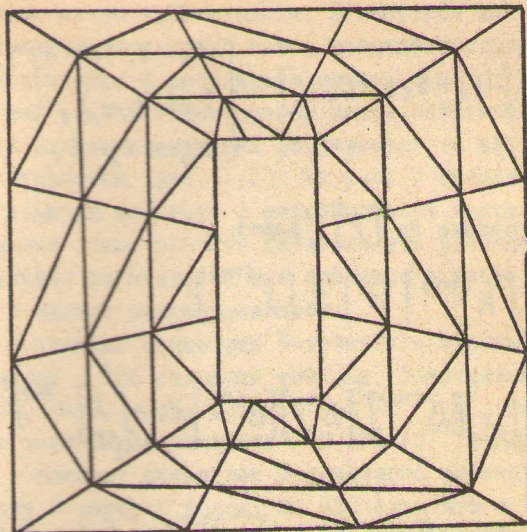


Рис. 3. Разбиение элемента с непроницаемой частью на 72 элемента с 48 узлами

$$[D^{(m)}] = \begin{bmatrix} K_x^{(m)} & 0 \\ 0 & K_y^{(m)} \end{bmatrix}$$

$$[N^{(m)}] = [N_i^{(m)}, N_j^{(m)}, N_k^{(m)}],$$

* N_i, N_j, N_k имеет вид:

$$N_i = \frac{1}{2A} [a_i + b_i x + c_i y] \quad \begin{cases} a_i = x_j y_k - x_k y_j \\ b_i = y_j - y_k \\ c_i = x_k - x_j \end{cases}$$

$$N_j = \frac{1}{2A} [a_j + b_j x + c_j y] \quad \begin{cases} a_j = x_k y_i - y_k x_i \\ b_j = y_k - y_i \\ c_j = x_i - x_k \end{cases}$$

$$N_k = \frac{1}{2A} [\alpha_k + \beta_k x + \gamma_k y] \begin{cases} \alpha_k = x_i y_j - x_j y_i \\ \beta_k = y_i - y_j \\ \gamma_k = x_j - x_i \end{cases}$$

Дифференцирование по $\{P\}$ дает:

$$\frac{\partial \chi^{(m)}}{\partial \{P\}} = [K^{(m)}] \{P\} + \{f^{(m)}\}, \quad (7)$$

где

$$[K^{(m)}] = \int_{V^{(m)}} [B^{(m)}]^T [\Phi^{(m)}] [B^{(m)}] dV + \int_{A_2^{(m)}} h [N^{(m)}]^T [N^{(m)}] dA,$$

$$\{f^{(m)}\} = - \int_{V^{(m)}} Q [N^{(m)}]^T dV + \int_{A_1^{(m)}} q [N^{(m)}]^T dA - \int_{A_2^{(m)}} h P_\infty [N^{(m)}]^T dA.$$

Подставив (7) в (5), получим систему линейных алгебраических уравнений:

$$\frac{\partial \chi}{\partial \{P\}} = \sum_{m=1}^M ([K^{(m)}] \{P\} + \{f^{(m)}\}) = 0 \quad (8)$$

или в компактной форме:

$$[K] \{P\} = \{F\}, \quad (9)$$

где $[K]$ - матрица жесткости,
 $\{F\}$ - вектор нагрузки.

Учитывая, что матрица жесткости имеет ленточную структуру, и применив метод Гаусса для линейных уравнений, мы получим решение уравнения (9).

В качестве численного расчета рассмотрим задачу определения давления по заданному расходу. Возьмем элементы симметрии 5-, 7- и 9-точечных элементов площадной схемы размещения скважин и

разобьем их на треугольники. Существует два способа разбиения области на треугольники: метод последовательного подразбиения, который приводит к регулярной сетке, и метод Элана Джорджа [47]. В данной задаче используется метод сокращения области. Рассматриваемый элемент симметрии разбивается на треугольники, близкие к равносторонним (рис. 1,2). На рис. 3 представлено разбиение на треугольники элемента с непроницаемой частью пласта. На рис. 4-7 построены линии равного давления для элементов симметрии 5-, 7-, 9-точечных элементов и для элемента с непроницаемой частью пласта.

В задаче рассматриваются:

- элемент симметрии 5-точечного элемента. Он разбит на 160 элементов с 106 узловыми точками. 5-точечный элемент имеет размер 200×200 м, $K_x, K_y = 1,0 \cdot 10^{-12}$ м². Расход на нагнетательной и добывающей скважине $- 0,113 \cdot 10^{-4}$ м³/с; $q = 0$; $h = 0$;

- элемент симметрии 7-точечного элемента размером 150×150 . Элемент симметрии разбит на 392 элемента с 235 узловыми точками. $K_x, K_y = 1,0 \cdot 10^{-12}$ м². Расход на нагнетательной скважине $0,0847 \cdot 10^{-4}$ м³/с и на добывающей скважине $- 0,0282 \cdot 10^{-4}$ м³/с; $h = 0$; $q = 0$;

- элемент симметрии 9-точечного элемента. Он разбит на 160 элементов с 106 узловыми точками. 9-точечный элемент имеет размеры 200×200 м, $K_x, K_y = 1,0 \cdot 10^{-12}$ м². Расход на нагнетательной скважине $- 0,0565 \cdot 10^{-4}$ м³/с, а на добывающей $0,0188 \cdot 10^{-4}$ м³/с; $h = 0$, $q = 0$;

- элемент с непроницаемой частью размером 50×50 разбит на 72 элемента с 48 узловыми точками. $K_x, K_y = 1,0 \cdot 10^{-12}$ м². Расход на добывающей и нагнетательной скважине $- 0,113 \cdot 10^{-4}$ м³/с, $h = 0$, $q = 0$.

Преимущества МКЭ по сравнению с методом конечных разностей особенно проявляются в расчетах пласта с нерегулярными границами, неоднородностью пласта по мощности и проницаемости, что позволяет предполагать широкое применение МКЭ в численном моделировании разработки нефтяных месторождений.

Существенной особенностью МКЭ является то, что он в принципе применим к исследованию процессов, которые происходят в физически нелинейных анизотропных неоднородных телах любой геометрической формы при произвольных начальных и краевых условиях, а это особенно важно для задач подземной гидродинамики. Следует,

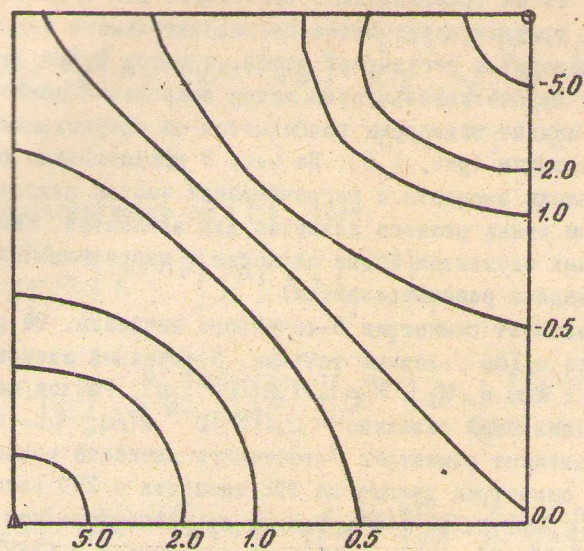


Рис. 4. Линии равного давления для 5-точечного элемента симметрии

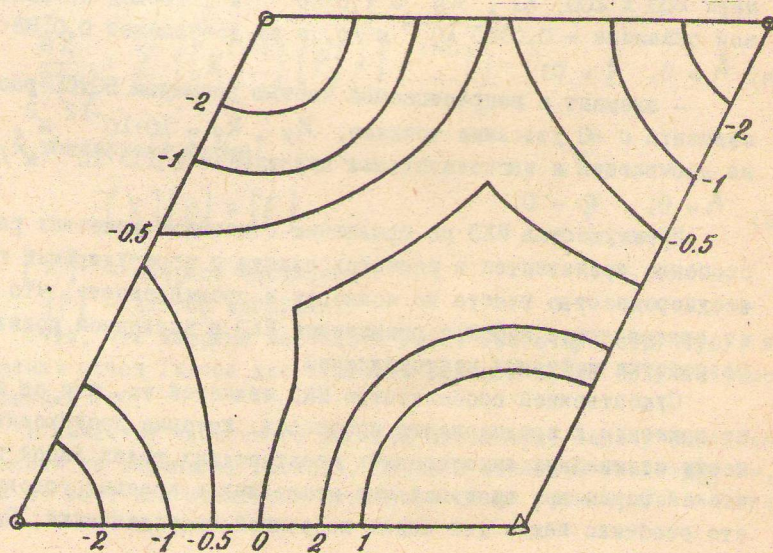
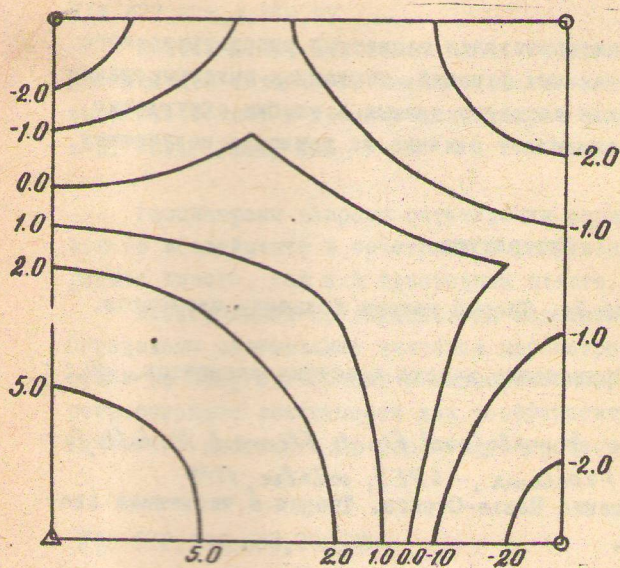
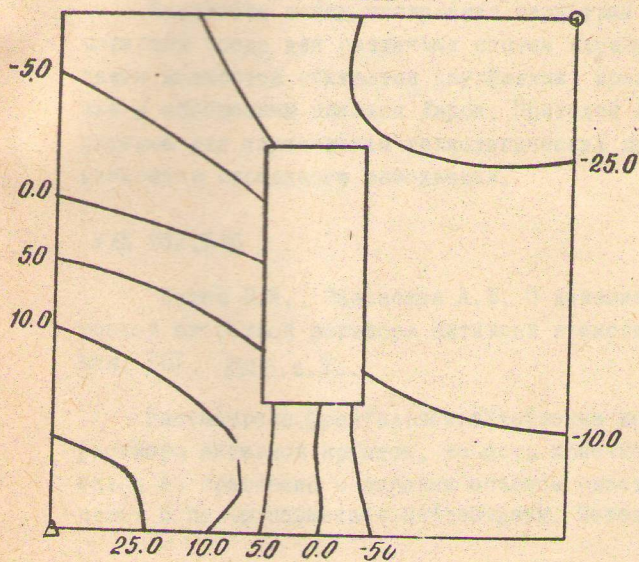


Рис. 5. Линии равного давления для 7-точечного элемента симметрии



ис. 6. Линии равного давления для 9-точечного элемента симметрии



с. 7. Линии равного давления для элемента с непроницаемой частью пласта

однако, отметить, что дискретизация геометрии рассматриваемого пласта, выбор полиномиальных функций, численное интегрирование функционала, интерполяция исходных данных и ошибки округления при вычислениях на ЭЕМ оказывают влияние на точность полученных результатов.

Литература

1. Стренг Г., Фикс Дж. Теория метода конечных элементов. - М.: Мир, 1977.
2. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. - М.: Мир, 1979.
3. Winger Dalen *Simplified Finite Element Models for Reservoir Flow Problems*, - SPEJ, October, 1979.
4. Теман Р. Уравнение Навье-Стокса. Теория и численный анализ. - М.: Мир, 1981.

ДК 622.276.038:519.87

Еремин Н.А. Применение метода конечных элементов в задачах подземной гидродинамики. - Труды МИНХ и ГП, вып. 181, 1985, с. III.

Приведены некоторые результаты, полученные при использовании метода конечных элементов для решения задач подземной гидротермомеханики.

Оценена математическая и конечноэлементная модель двухфазного течения жидкости в пласте. Приведены расчеты, которые иллюстрируют преимущества МКЭ, в частности, расчеты 5-, 7- и 9-точечной схемы расстановки скважин, элементов с малопроницаемой областью.

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Мелтов Д.П. (МИНХ и ГП), Боксерман А.А., Оноприенко А.В. (ВНИИнефть). Исследование оптимальной технологии паротеплового воздействия на пласт по энергетическому и экономическому критериям	3
Глоговский М.М., Золотухин А.Б., Сапожникова С.В. (МИНХ и ГП). Расчет процесса площадного заводнения с использованием метода трубок тока	15
Ентов В.М., Зазовский А.Ф. (ИПМ АН СССР) О динамике вытеснения нефти тонкой оторочкой раствора активной примеси	32
Влюшин В.Е. (ВНИИнефть). О движении жидкости в пористой среде	52
Богданов И.И. (ИПМ АН СССР). Исследование нестационарных режимов при внутрипластовом горении	64
Коробков Е.И. (МИНХ и ГП). Математическая модель процесса внутрипластового горения с учетом образования нефтяного топлива	75
Хахамович М.В. (ВНИИБТ). Оценка дебитов скважины при нелинейной фильтрации	86
Таранчук В.Б. (Белорусский государственный университет). Об особенностях процесса вытеснения не-newтоновской нефти раствором активной примеси	94
Буйкис А.А. (Латвийский государственный университет). Метод осреднения для расчета температурных полей многослойных нефтяных пластов	103
Еремин Н.А. (МИНХ и ГП). Применение метода конечных элементов в задачах подземной гидродинамики	125

Тем.план 1984, поз. 46

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
ПОВЫШЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ ПЛАСТОВ
(Труды № 181)

Редактор Э.Б.Пантелеева
Корректор Г.Г.Демина

Л- 54066 Подписано в печать 31/I-85
Объем 5 уч.-изд.л. Тираж 300 экз.
Заказ 205

Формат 60x90/16
Цена 75 коп.

Отдел оперативной полиграфии МНХ и ГП им. И.М.Губкина