

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Государственный астрономический институт
имени П.К.Штернберга

На правах рукописи

Зотов Леонид Валентинович

ИССЛЕДОВАНИЕ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ
ВРАЩЕНИЕМ ЗЕМЛИ
И ГЕОФИЗИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

специальность 01.03.01
астрометрия и небесная механика

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Научные консультанты: астроном
Парижской обсерватории К. Бизуар,
д.ф.-м.н. Н.С. Сидоренков

Москва–2019

Содержание

Введение	7
1 Параметры вращения Земли	30
1.1 Методы наблюдений за вращением Земли	30
1.2 Центр параметров вращения Земли МСВЗ	34
1.3 Параметры ориентации Земли	37
2 Обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля	43
2.1 Экскурс в проблему	43
2.2 Трехосная асимметрия	46
2.3 Асимметрия полюсного прилива	50
2.3.1 Эффект вращательной деформации	50
2.3.2 Обобщенные экваториальные уравнения Лиувилля в линеаризованном виде	51
2.4 Решение обобщенных линеаризованных уравнений Лиувилля	53
2.4.1 Решение в частотной области и собственные частоты	53
2.4.2 Решение во временной области	56
2.4.3 Влияние на вынужденную нутацию на частоте σ_0 .	56
2.5 Наблюдательные следствия	57
2.5.1 Симметрический и асимметрический отклик на круговое возбуждение на заданной частоте	57
2.5.2 Собственная эллиптичность	59
2.5.3 Численные оценки величин асимметрического вкла- да во временной области.	60
2.5.4 Следствия для геодезического возбуждения	61
2.6 Выводы и замечания	62
3 Методика решения обратной задачи восстановления входного чандлеровского возбуждения	65
3.1 Решение обратной задачи восстановления чандлеровского возбуждения	65

3.2	О погрешности выделения чандлеровской компоненты . . .	69
3.3	Использованные данные по эффективному угловому моменту	71
3.4	Сравнение геодезического и геофизического возбуждений в чандлеровском диапазоне	75
3.5	Итоги	81
4	Моделирование огибающей чандлеровского колебания и его возбуждения	82
4.1	О целях главы	82
4.2	Модель огибающей ЧДП	84
4.3	Корректирующий фильтр Пантелеева как регуляризующий алгоритм	87
4.4	Вывод уравнения для огибающей чандлеровского колебания и его возбуждения	89
4.5	О 20-летней модуляции возбуждения	91
4.6	О скачке фазы ЧДП и модуляции	95
4.7	Эффект “эскарго”	98
4.8	Еще раз о резонансе	99
4.9	Выводы	100
5	Возбуждения в рамках обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля	102
5.1	Реконструкция прямого и обратного чандлеровского возбуждений в рамках обобщенного уравнения	102
5.2	Анализ и сравнение с геофизическим возбуждением	106
5.3	Заключительные замечания	111
6	Анализ осевого углового момента атмосферы ААМ	112
6.1	О влиянии зональной компоненты ААМ на LOD	112
6.2	Использованные данные NCEP/NCAR	115
6.3	Совместный МССА компонент ААМ ветра и давления . .	118
6.4	Сравнение с данными ECMWF	127
6.5	Выводы и дискуссия	128
7	О двух гармониках лунного прилива в ААМ	132
7.1	Перевод углового момента в небесную систему координат .	132
7.2	Выявленные особенности небесного углового момента с периодами от 2 суток до 1 месяца	136
7.3	Вычисление момента сил	136
7.4	О приливной природе 13.6 - суточной гармоник	138

7.5	Анализ 6-суточного пика в ААМ	141
8	Океан как фактор климата и его угловой момент	143
8.1	На стыке климатологии и геофизики	143
8.2	Тренды изменений климата	144
8.3	Динамика океана и атмосферы, определяющая многолет- ние циклы	150
8.4	Течения в Мировом океане и климат	153
8.5	Угловой момент океана ОАМ	156
8.6	МССА-анализ экваториальной компоненты массы ОАМ . .	159
8.7	Заключительные замечания	166
9	Анализ данных о гравитационном поле со спутников GRACE	168
9.1	О миссии GRACE	168
9.2	Обработка данных GRACE	171
9.2.1	Подготовка исходных данных	171
9.2.2	МССА-фильтрация данных GRACE	172
9.3	Гидрология России по данным GRACE	174
9.4	О роли GRACE при определении нестерической компонен- ты изменений уровня моря	182
9.5	Данные GRACE по массе океана	184
9.6	Результаты МССА-обработки данных по массе океана . . .	185
9.7	Перспективы использования данных GRACE	186
10	Анализ первых гармоник гравитационного потенциала Земли	190
10.1	Введение	190
10.2	Источники рядов координат геоцентра	191
10.3	Анализ рядов геоцентра	193
10.4	Динамический форм-фактор J_2 по данным SLR и GRACE	197
10.5	Сингулярный спектральный анализ J_2	197
10.6	О влиянии коэффициентов гравитационного потенциала второй степени на вращение Земли.	201
10.7	Сопоставление трендов движения полюса и изменений C_{21} , S_{21}	202
10.8	Вариации в скорости вращения Земли и C_{20}	206
10.9	О корреляциях, остающихся под вопросом	210
10.10	О 6-летних колебания LOD	213
10.11	Итоги анализа первых коэффициентов геопотенциала . .	214

11 Статистический анализ прогнозов ПВЗ	217
11.1 О прогнозировании ПВЗ	217
11.2 Об использованных методах прогнозирования	219
11.2.1 Метод наименьших квадратов	219
11.2.2 Авторегрессия	220
11.2.3 Средняя квадратическая коллокация	220
11.2.4 Нейронные сети	221
11.2.5 Прогнозы Шанхайской обсерватории	222
11.2.6 Комбинированные прогнозы	222
11.3 Статистический анализ результатов	222
11.3.1 Погрешности ME и RMSE	222
11.3.2 Пример отдельного прогноза	223
11.3.3 Анализ отклонения прогнозов от наблюдений	224
11.4 Выводы по выполнявшимся прогнозам	231
Заключение	233
Приложения	238
Приложение А	
Аспекты теории вращения Земли	238
Кинематические соотношения в подвижной и неподвижной	
системах координат	238
Координаты и скорости	238
Ускорения	240
Центробежное и кориолисово ускорения	241
Уравнение Лагранжа вращения твердого тела	242
Динамические уравнения Эйлера	243
Уравнения Эйлера-Лиувилля	245
Чандлеровское колебание полюса	249
Уравнения Эйлера-Лиувилля в матричном виде	252
Учет ядра, комментарии об обозначениях	253
Вывод уравнения для момента импульса жидкого ядра	256
Вывод уравнений вращения трехслойной Земли	259
Вывод уравнений для твердого ядра	260
Вывод уравнений для жидкого ядра	264
Вывод уравнений для всей Земли с мантией	266
Система уравнений для колебания осей мантии,	
внешнего и внутреннего ядер	270
Приложение Б	
Оконное преобразование	275

Приложение В	
Корректирующий фильтр Пантелеева	277
Приложение Г	
Многоканальный сингулярный спектральный анализ	281
Приложение Д	
Выявленные ошибки прогнозов	285
Приложение Е	
Каталог программ	286
Список литературы	290
Работы автора	290
Диссертации	294
Книги, монографии, лекции	295
Источники, содержащие вольную интерпретацию	299
Статьи на русском языке	300
Статьи на иностранных языках, классические	303
Статьи на иностранных языках, современные	303
Сайты, описания, технические записки	317
Список иллюстраций	320
Список таблиц	326

Введение

Актуальность темы исследования

Как известно, Земля – это волчок, наклон оси которого к плоскости эклиптики определяет климатические пояса, а период обращения служит мерой продолжительности суток (LOD). Астрономам известно, что ось Земли прецессирует под действием гравитации Солнца, Луны и планет, что сказывается на климате; скорость вращения Земли непостоянна из-за приливного замедления и небольших вариаций LOD (в пределах нескольких миллисекунд); и, поскольку планета в целом – не мертвый мир, она “живет” своей жизнью: в океане, атмосфере, литосфере и недрах идут термодинамические процессы, перераспределяются массы, меняется магнитное поле, идет обмен моментом импульса между оболочками, даже деятельность человека уже сказывается на климате, – все это, в той или иной степени, вызывает колебания мгновенной оси вращения Земли и движение полюсов (ДП).

Новое в науке зачастую рождается из экспериментов, выполненных на пределе точности, на основе переосмысления накопленных данных и выделения слабых сигналов из шумов. Рост точности наблюдений за вращением Земли выявляет все более тонкие особенности этого процесса, требующие теоретического объяснения.

В представленной работе сделано обобщение уравнений Эйлера-Лиувилля на случай более реалистичной трехосной Земли, покрытой асимметричными океанами. Спрогнозированы асимметрические эффекты в движении полюса, величиной до 1 мс.

Исследуемое в диссертации чандлеровское движение полюса (ЧДП) является не только наибольшей по амплитуде (до 10 м), но и, пожалуй, наиболее загадочной составляющей движения полюсов Земли. Спустя более века после открытия ЧДП, его амплитудные модуляции остаются до конца не понятыми. Если свободная прецессия твердого тела не требует внешних потенциалов в уравнениях Лагранжа, она происходит без воздействия внешних сил: достаточно оси вращения отклониться от главной оси инерции, и она уже не может “встать на место”, свободно прецессируя вследствие гироскопического эффекта с частотой Эйлера,

- то для случая вязко-упругой Земли ситуация меняется. Наподобие того, как собственная частота классического осциллятора определяется отношением упругих коэффициентов к обобщенным инерционным, так и чандлеровская частота определяется относительной разностью главных осевого и экваториального моментов инерции Земли и числами Лява, а на место “внешних сил” в правых частях линеаризованных уравнений Эйлера-Лиувилля встают малые поправки к тензору инерции и их производные. Вязкие свойства недр приводят к диссипации, описываемой комплексными частями реологических коэффициентов. Это делает чандлеровское колебание не совсем “свободным”. Кроме того, обратная связь возникает от дополнительной деформации, связанной с полюсным приливом. Все названное сказывается на чандлеровской частоте и определяет свойства связанного с ней резонанса. Для поддержания чандлеровского колебания реальной Земли нужны возбуждения, источником которых считаются изменения углового момента атмосферы и океана случайного характера.

Проведено тщательное исследование ЧДП, разработана методика решения обратной задачи и восстановлено чандлеровское возбуждение, обнаружены его двадцатилетние модуляции. Сравнение с геофизическими возбуждениями показало, что их причина связана скорее с океаном, а не атмосферой. Излишне говорить, какое большое значение имеет понимание причин чандлеровского колебания для долгосрочного прогнозирования координат полюса. И если обнаружение некоторой закономерности в ранее считавшихся случайными рядах позволит улучшить прогноз и уточнить модель, это будет весьма полезным.

В работе также исследованы колебания длительности суток LOD, рассмотрено влияние на них изменений зонального углового момента атмосферы. Исследованы долгосрочные колебания LOD, которые обычно связываются с обменом угловым моментом на границе ядра и мантии. Собраны сведения о процессах в атмосфере и океане, происходящих под действием климатических изменений. Рассмотрены тонкие эффекты в изменениях уровня моря, придонного давления, низших гармониках гравитационного потенциала, также связанные с вращением Земли. Положено начало междисциплинарным исследованиям на стыке традиционного для геодезии предмета, вращения Земли, и изменений климата.

Автору хотелось бы не только представить новые результаты и убедить оппонентов в их корректности, но и вновь привлечь интерес к некоторым несколько ушедшим в тень проблемам высшей геодезии, оживить научные исследования и дискуссии в этой области, что послужит стимулом для развития нового междисциплинарного направления на стыке

климатологии, геофизики, геодезии и астрономии.

Степень разработанности

В работе рассматриваются движение полюса и изменения длительности суток, сопоставляются геодезические и геофизические возбуждения, развивается формализм обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля, решается обратная задача восстановления возбуждения чандлеровского движения полюса. Исследуются процессы в океане и атмосфере, сказывающиеся на вращении Земли, перераспределения масс ледников и вод суши, находящие отражение в гравитационном поле. Получен ряд результатов по сопоставлению параметров вращения Земли (ПВЗ) с климатическими индексами. Подведена статистика выполнявшихся с 2012 г. прогнозов ПВЗ.

Заметим, что моделирование неоднородностей вращения Земли имеет практический смысл, оно необходимо для связи земной и небесной систем координат, для решения задач космической навигации и позиционирования, имеет важное значение для обороноспособности страны.

В работе содержатся материалы, необходимые для понимания основ современной теории вращения Земли, которая базируется на механике многослойного вращающегося тела, теории деформаций, современных моделях внутреннего строения Земли. Дан вывод линеаризованных уравнений Эйлера-Лиувилля с комплексной резонансной чандлеровской частотой. В матричном виде записаны уравнения вращения трехслойной Земли с жидким внешним и твердым внутренним ядром, лежащие в основе теории нутации IAU 2000.

Выведены обобщенные уравнения Лиувилля для трехосной мантии и асимметричного полюсного прилива. Показано, что в рамках такого формализма появляются две резонансные частоты на прямой и обратной чандлеровской. Соответствующие симметрический и асимметрический вклады дают отклик как в прямом, так и ретроградном диапазонах частот, которые оказываются сцеплены. Вычислен бюджет океанического и атмосферного возбуждений, показано, что вклад от асимметрической части находится на уровне нескольких миллисекунд дуги и может проявляться в наблюдаемых параметрах ориентации Земли (ПОЗ).

В диссертации используются методы решения обратных задач, при этом автор стоит на позиции, что в основе подходов, ограничивающих область решения, лежат принципы фильтрации. На основе фильтрации В.Л. Пантелеева выделяется чандлеровское движение полюса (ЧДП) и его возбуждение. В изменениях амплитуды ЧДП, с минимумом в 1930-е

и 2010-е гг., при более тщательном рассмотрении удалось обнаружить квазивосьмидесятилетние и сорокалетние колебания. Последним соответствуют двадцатилетние модуляции амплитуды чандлеровского возбуждения.

На основе многоканального сингулярного спектрального анализа выделены моды изменчивости углового момента океана и атмосферы на сетке по данным ECCO, NCEP/NCAR, ECMWF. Выполнен анализ гравитационного поля Земли по данным GRACE. В его изменениях выделены тренды и годовые колебания. Исследованы перераспределения масс в бассейнах крупных рек России с 2013 по 2017 гг.

В последние десятилетия, благодаря развитию средств космической геодезии и гравиметрии, увеличению точности наблюдений за вращением Земли, появлению сетей мониторинга океана и атмосферы, существенно увеличился объем данных о нашей планете. Три столпами современной геодезии, по мнению президента Международной ассоциации геодезии Харальда Шу, на сегодня являются фигура Земли (геокинематика), её гравитационное поле, и вращение Земли. Для измерений используются земная и небесная системы координат и преобразования между ними, точность которых достигла нескольких десятков микросекунд дуги. В каждой из названных областей существенное влияние оказывают обнаружимые на современном уровне точности геодинамические процессы.

Озабоченность общественности проблемой изменений климата, появление большого количества работ по этому вопросу, разработка моделей глобальной циркуляции направили современные геофизические, метеорологические и океанографические исследования в русло изучения климатологических аспектов происходящих на Земле процессов. Под эгидой Международного союза по наукам о Земле создан консорциум GCOS Глобальной системы наблюдений за климатом, сформулировавший список глобальных климатических переменных ECV, в который входят температура, уровень моря, характеристики стоков рек, ледниковых щитов и др. с целью постоянного мониторинга происходящего на Земле потепления.

Посвятив более двенадцати лет исследованиям вращения Земли, автор заинтересовался вопросом возможной взаимосвязи изменений климата и вращения Земли. Сопоставление изменений во вращении Земли с процессами в океане и атмосфере, такими как рост уровня моря и изменения глобальной температуры, показало заметное сходство в их поведении. В диссертации поднимается вопрос взаимосвязи изменений длительности суток LOD с Многолетним атлантическим колебанием (АМО), Эль-Ниньо Южным колебанием (ENSO) и другими модами климатиче-

ской изменчивости. На основе программ реанализа данных удастся вычислить угловые моменты океана и атмосферы; по наблюдениям за гравитационным полем – вычислить перераспределения масс и изменения тензора инерции Земли. Одна из задач работы состоит в том, чтобы привлечь внимание научного сообщества к тонким эффектам во вращении Земли, являющимся суммарным откликом на климатические изменения.

Ряды первых коэффициентов гравитационного потенциала Земли позволяют выявить колебания и тренды в положении геоцентра, факторе J_2 и др. Сравнение трендов движения полюса с возбуждениями, вычисленными по коэффициентам гравитационного потенциала второй степени, проведенное в диссертации, показало, что дрейф полюса с начала XXI века обусловлен перераспределением масс, а вращение планеты откликается на процессы, индуцированные климатическими изменениями.

На поставленные в диссертации вопросы уже обратили внимание крупнейшие специалисты по вращению Земли, космической гравиметрии, климатологии. Об этом говорит появление на международных конференциях специальных междисциплинарных секций, как, например, “Изменения климата и движение полюса” (AOGS-2016). Это свидетельствует о том, что представленная работа идет в ногу со временем. Автор предлагает добавить параметры вращения Земли в список важных климатических переменных ECV, полагая, что точность наблюдений уже позволяет отслеживать эффекты, связанные с климатом, в трех базовых областях геодезии: фигуре Земли, ее гравитационном поле и вращении.

Цели и задачи диссертационной работы

В представленной работе рассмотрены различные геофизические эффекты в атмосфере, океане и твердой Земле, по которым накоплен наблюдательный материал, достаточный для точного анализа, с целью выяснить, в какой степени они отражаются на вариациях скорости вращения Земли и движении полюса. Целью также являлось углубление понимания взаимосвязи этих процессов, совершенствование моделей и прогнозов.

Для достижения этого решались следующие задачи:

- изучение чандлеровского движения полюса;
- восстановление возбуждающих функций;

- сравнение геодезических возбуждений движения полюса и длительности суток с геофизическими возбуждающими функциями, восстановленными по данным об океане и атмосфере;
- объяснение модуляций ЧДП модуляциями его возбуждения, восстановление их формы, поиск причин;
- исследование вариаций длительности суток;
- анализ влияния перераспределений масс, детектируемых космическими гравиметрическими миссиями, на вращение Земли;
- анализ геофизических процессов, сказывающихся на вращении Земли, выделение трендов, связанных с климатическими изменениями;
- региональный и глобальный анализ данных спутников GRACE;
- разработка метода сингулярного спектрального анализа и корректирующей фильтрации Пантелеева;
- обзор современных моделей вращения Земли и разработка обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля для трехосной Земли с асимметричными океанами, анализ наблюдательных следствий такого обобщения.

Научная новизна

состоит в том, что

1. В диссертации впервые выведено обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля для трехосной Земли с океанами и проведен анализ вызванных им асимметрических эффектов в движении полюса в чандлеровском диапазоне частот. Выполнено сравнение геодезических и геофизических возбуждений.
2. Впервые с использованием корректирующей фильтрации Пантелеева восстановлено чандлеровское возбуждение, в котором выявлены 20-летние модуляции. Их наличие подтверждено рядом других методов, включая аналитические.
3. Впервые на основе многоканального сингулярного спектрального анализа разработана методика фильтрации данных спутников GRACE. На основе этого метода выполнен анализ перераспределения масс в бассейнах крупных рек России по данным GRACE.

4. Эффективность МССА продемонстрирована на данных по угловому моменту атмосферы (ААМ) и океана (ОАМ) на сетке широт и долгот. По результатам анализа зонального ААМ по данным NCEP/NCAR с 1948 г. и ECMWF с 1900 г. получены карты главных компонент, связанные с трендами, Эль-Ниньо Южным колебанием (ЭНЮК), полугодовым и годовым колебаниями. Определен их вклад в изменения длительности суток. Экваториальные компоненты ААМ отфильтрованы и изучены в чандлеровском диапазоне частот. Выявлены регионы максимальных вкладов в ЧДП от массовой компоненты ОАМ.
5. Выполнен анализ первых гармоник гравитационного потенциала Земли по спутниковым данным. Оценены характеристики смещений геоцентра. Впервые выявлена смена направления тренда в гармонике J_2 гравитационного потенциала, произошедшая в ~ 2005 г. По коэффициентам C_{21} , S_{21} вычислены возбуждающие функции и продемонстрировано их согласие дрейфом полюса. Тем самым доказано, что происходящие в последнее время под действием изменений климата перераспределения масс влияют на вектор вращения Земли.
6. Представлен статистический анализ выполнявшихся с 2002 по 2017 гг. ежесуточных прогнозов ПВЗ. Исследована комбинация, основанная на трех прогнозах, выполнявшихся в ГАИШ, и одном – в Шанхайской обсерватории. Точность разработанного Российско-Китайского комбинированного прогноза оказалась лишь немногом уступающей прогнозам бюллетеня А МСВЗ, выполнявшихся USNO.
7. Создан пакет программ для анализа и обработки параметров вращения Земли и их прогнозирования, а также для МССА-обработки геофизических полей, данных спутников GRACE уровня L2, угловых моментов океана и атмосферы на широтно-долготной сетке.

Теоретическая и практическая значимость

Проведенные в диссертационной работе исследования вращения Земли и геофизических процессов способствуют объяснению явлений, происходящих на планете и в ближнем космосе, улучшают координатное обеспечение и, по нашему мнению, позволяют не только улучшить прогнозы имеющих стратегическое значение ПВЗ, но и повысить прогнози-

руемость изменений климата на планете, последствия которых для мировой экономики трудно переоценить.

Разработанное обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля и результаты вычисления бюджета геодезических и геофизических возбуждений открывают возможности учета эффектов трехосности Земли и проведения уточнённого анализа наблюдений за вращением Земли, а также показывают, какие эффекты еще требуют объяснения.

Положения, выносимые на защиту

1. Новые обобщенные уравнения Эйлера-Лиувилля, включающие трехосность и эффект асимметрического полюсного прилива, в том числе в спектральной форме. Временные ряды для симметрического и асимметрического возбуждений, восстановленные на основе этих уравнений. Вывод о достоверном согласии с геофизическими возбуждениями в прямом чандлеровском диапазоне.
2. Результаты использования метода корректирующей фильтрации Пантелеева: восстановленное с его помощью геофизическое возбуждение чандлеровского движения полюса.
3. Доказательство того, что в чандлеровском колебании присутствует 40-летняя модуляция связанная с 20-летней модуляцией возбуждающих функций и расщеплением частот.
4. Выделенные с помощью многоканального сингулярного спектрального анализа (МССА) тренды в зональном угловом моменте океана (ОАМ) и атмосферы (ААМ), а также компонента изменчивости ветров и давлений, связанная с Эль-Ниньо Южным колебанием (ЭНЮК). Результаты применения МССА к гравитационному полю Земли по данным спутников GRACE. Карты аномалий масс и временные ряды изменений масс в бассейнах крупных рек России с 2003 по 2017 гг.
5. Полученные по коэффициентам первой степени гравитационного поля Земли, оценки трендов в движении геоцентра. Вывод о величинах дрейфа полюса, основанный на анализе коэффициентов C_{21} , S_{21} , меняющихся из-за перераспределения масс ледяных щитов. Вывод о том, что тренд в J_2 сменился с убывающего на возрастающий в ~ 2005 г.
6. Аргументы в пользу того, что 13.6- и 7-суточные пики в экваториальном ААМ в небесной системе отсчета вызваны приливным влиянием Луны.

7. Результаты вычисления и комбинирования российско-китайских (ГАИШ и SHAO) прогнозов параметров вращения Земли с точностью, сравнимой с точностью прогноза Центра комбинирования и прогнозирования ПВЗ USNO.

Методы исследований

Помимо теоретических методов, в работе использованы разнообразные математические методы обработки данных. Перечислим среди них вейвлет и Фурье-анализ, фильтры, в частности, В.Л. Пантелеева, многоканальный сингулярный спектральный анализ, равноточный и взвешенный методы наименьших квадратов, регуляризацию Тихонова, метод Мура-Пенроуза, сингулярное разложение матриц. Среди статистических методов можно назвать корреляционный анализ, метод Блэкмана-Тьюки, тест на общую причину и др. При работе с гравитационным полем Земли применялись коэффициенты разложения по сферическим функциям. Автор также старался представить полученные материалы в удобном для восприятия виде, в т.ч. анимируя карты изменчивости геофизических полей.

Степень достоверности и апробация результатов

Тщательная проработка методологии и проверка результатов проводилась в течение нескольких месячных стажировок в Парижской обсерватории. Выделение чандлеровского возбуждения, к примеру, проверено четырьмя способами: сингулярным спектральным анализом, фильтрацией Пантелеева, методом средней квадратической коллокации, фильтрацией с отсечением Фурье-компонент. Восстановление возбуждения выполнено, помимо фильтрации Пантелеева, методом Мура-Пенроуза отсеечения сингулярных чисел и регуляризацией Тихонова. Приведена формула и построена модель для огибающей. Результат наличия модуляций подтверждается всеми способами.

Там, где автор не был первопроходцем, но совершенствовал анализ, обрабатывал более полные данные, он продвигался увереннее. Там, где появлялось новое, например, расщепление гармоник O_1 атмосферного прилива, результат проверялся всесторонне. Применялись различные статистические критерии. Для названной гармоники, к примеру, были построены сглаженные оценки спектра, спектр по методу Блэкмана-Тьюки, очерчены границы достоверности.

Результаты МССА по данным ААМ и GRACE сравнивались с результатами зарубежных коллег. Где было возможно, выполнялась независимая проверка их на модельных данных, выделенные компоненты подтверждались методом наименьших квадратов, Фурье-анализом. Все коэффициенты корреляции в работе рассматривались под критическим углом зрения, оценивалась их достоверность, приводились погрешности оценок, проверялись статистические гипотезы.

Теоретические выводы перекрестно проверялись, формулы перевыводились. Там где велась совместная работа, соавторы пытались независимо прийти к одному и тому же результату. В исследовании автор также старался руководствоваться здравым смыслом.

При публикации результатов в рецензируемых изданиях и журналах с высоким рейтингом, учитывалась критика уважаемых рецензентов, специалистов в соответствующей области исследований.

Результаты работы доложены на более чем 50 научных конференциях и семинарах, среди которых: ассамблеи EGU-2018, 2017, 2016, 2014, AOGS-2017, 2016, IUGG-2015, COSPAR-2014, конференции Journées-2017, 2014, 2013, 2010, 2005, 2003, Сагитовские чтения 2016, 2013, 2011, 2010, 2008 гг. в ГАИШ, астрометрические и молодежные конференции в ГАО РАН в Пулково, Гамовские чтения в Одессе, семинары Парижской, Шанхайской, Киевской обсерваторий, Уханьского университета, КНР, Университета штата Огайо, США.

Публикации и личный вклад автора

По результатам диссертационного исследования опубликованы работы, представленные в списке литературы под номерами [1]–[50]. Из 50 работ 26 индексируемых WoS, Scopus и ВАК. Среди них 16 статей в журналах, индексируемых в базах данных Scopus и WoS, 4 – в сборниках, индексируемых в Scopus и WOS, 4 статьи в журналах ВАК, 1 глава в монографии, индексируемой в Scopus, 1 учебник, индексируемый ВАК. Остальные – статьи в сборниках конференций и одна глава в книге [27].

В настоящей диссертации и совместных работах автору принадлежат следующие результаты В главах 2 и 5 и работах [2, 8] сформулированы обобщенные уравнения Эйлера-Лиувилля. Автору принадлежит их решение в операторном виде, все вычисления и сравнение симметрической и асимметрической частей возбуждений в чандлеровском диапазоне. В главе 7 и работах [1, 24, 42] автором выполнена демо-

дуляция и фильтрация ААМ в выделенном диапазоне частот, долготно-широтный анализ, построение спектров, интерпретация результатов. Все остальные главы содержат исследования, выполненные, в подавляющей своей части, автором самостоятельно [9, 10, 11, 12, 25, 33]. Автором самостоятельно написано более 300 программ, представленных в приложении Е.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из предисловия, введения, одиннадцати глав, заключения, пяти приложений, списков сокращений, литературы (518 наименований), рисунков (92) и таблиц (16). Полный текст диссертации изложен на 327 страницах.

Краткое содержание работы

Во **введении** даётся краткое содержание и пункты из автореферата по требованиям ВАК. Поясняется выбор темы, даётся описание того, что вошло в работу, и что оказалось за кадром. Перечисляются ключевые вопросы, поставленные в исследовании. Упоминаются те ученые, которые своими работами инициировали разработку той или иной темы. Обсуждается современное положение дел.

Первая глава посвящена описанию параметров вращения (ориентации) Земли. Объясняются методики их измерений и причины, вызывающие появление в их спектре различных компонент. Кратко освещается история разработки теории вращения Земли. Приводятся графики движения полюса (рис. 1.1), длительности суток (рис. 1.4), отклонений небесного полюса dX , dY от модели прецессии и нутации (рис. 1.7) и др.

Во **второй главе** выводится обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля для положения оси вращения Земли (2.22a). В нём учтена трехосность мантии и асимметрия полюсного прилива в океане [2, 7, 46]. Появление в уравнении отклонений положения мгновенной оси m и сопряженной к ней величины m^* ведет к связанности прямого и обратного спектрального диапазона и появлению двух корней характеристического многочлена – на прямой и обратной чандлеровской частотах. Само значение комплексной чандлеровской частоты теперь определяется через вековое число Лява и введенное К. Бизуаром океаническое число. Дается общее решение обобщенного уравнения, показывается, что в наблюдениях появятся асимметрические эффекты величиной порядка 1 мс дуги.

В **третьей главе** определяются параметры полосового фильтра Пантелеева для выделения чандлеровского колебания. Проводится сравнение методов решения обратных задач в применении к задаче восстановления чандлеровского возбуждения по наблюдениям за ДП. Применены метод усечения сингулярных чисел Мура-Пенроуза, метод регуляризации Тихонова и корректирующая фильтрация Пантелеева [26, 27], которые привели к схожим между собой результатам (рис. 3.3). Удаётся выявить квазидвадцатилетние модуляции амплитуды возбуждения. Проводится анализ погрешности выделения чандлеровской компоненты. По мотивам работ [7, 8] проводится сопоставление функций углового момента атмосферы ААМ с геодезическим возбуждением в чандлеровском диапазоне. На отфильтрованных в этом диапазоне картах средних вкладов ААМ (рис. 3.6) четко выделяются Северная Атлантика, вносящая значимый вклад в ветровую меридиональную компоненту ААМ, и территория Европы, откуда поступает большой вклад в экваториальную компоненту давления. Делается вывод, что суммарная изменчивость ААМ объясняет около 50% энергии ЧДП.

В **четвертой главе** построена модель огибающей ЧДП, содержащая ~восьмидесяти- и ~сорокалетние колебания. Аналитически, на базе вывода уравнения для огибающей, и на основе модели, показанной на рис. 4.6, доказываем, что наблюдаемые в возбуждении двадцатилетние модуляции связаны с сорокалетними колебаниями амплитуды ЧДП. Доказывается, что алгоритм корректирующей фильтрации Пантелеева является регуляризирующим алгоритмом, а его параметры выбраны квазиоптимально. На базе модели для огибающей ЧДП строится прогноз. Обсуждаются причины уменьшения амплитуды ЧДП в 2010-е и 1930-е гг., прогнозируется скачок фазы колебания, делаются попытки его объяснения пересечением резонансной частоты, а также переходом огибающей колебания удвоенного периода через ноль. Отмечается, что модуляция несущей связана с расщеплением спектра. Спектральному представлению ЧДП на длительном интервале времени ставится в соответствие представление на основе мгновенной частоты и фазы. В рамках последнего чередование периодов раскручивания и закручивания ЧДП, которые длятся по 20 лет для модуляции сорокалетнего периода, ведёт к появлению ретроградных компонент в спектре, вычисленном в скользящем окне. Этот математический эффект назван нами “эффектом эскаро” [18]. Обсуждается понятие резонанса. Доказывается, что если заранее не отделить ретроградную компоненту, при восстановлении прямого возбуждения ЧДП, оно затеряется в ней.

Пятая глава содержит результаты сравнения геофизических воз-

буждений ОАМ и ААМ с геодезическими, вычисленными в рамках обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля в чандлеровском диапазоне [8, 18]. В операторном виде выписываются симметрическая и асимметрическая передаточные функции, входящие в обобщенное уравнение. Для них решается обратная задача выделения симметрического и асимметрического чандлеровского возбуждений. Показано, что в ретроградном диапазоне вклад от асимметрической части достигает величин ~ 1 мс дуги. В прямом диапазоне он в десятки раз меньше (рис. 5.3). Классическая симметрическая часть возбуждения в окрестности прямой чандлеровской частоты не превосходит 3 мс дуги (рис. 5.2), однако ретроградная часть достигает нескольких десятков мс. При хорошем согласии геодезического и геофизического возбуждений в прямом чандлеровском диапазоне, разногласия в обратном диапазоне оказываются весьма велики (таблица 5.1). Выдвигается предположение, что это может быть следствием усиления шумов наблюдений до 1900 г., возникающего в ходе решения обратной задачи.

В **шестой главе** методом многоканального сингулярного спектрального анализа (МССА) исследованы зональные компоненты углового момента атмосферы ААМ по данным NCEP/NCAR с 1948 г. и ECMWF с 1900 г. на сетке широт и долгот [6]. Главные компоненты (ГК) пересчитаны в величины влияния на длительность суток LOD. Изучены вклады давления и ветра. Выделены медленные тренды в ААМ величиной 0.02 (ветер) и -0.25 (давление) мс за 60 лет, годовое, полугодовое, 4-месячное колебания. Особое внимание вызывает компонента, связанная с ЭНЮК и вносящая вклад в LOD амплитудой порядка 0.1 мс (ветер) и 0.015 мс (давление). Прослежено глобальное (по всей Земле) распространение этой моды.

Седьмая глава посвящена исследованию пиков в спектре экваториального ААМ с периодами 28.5 и 25.8 часов в земной системе отсчета. Посредством демодуляции углового момента атмосферы сделан его перевод в небесную систему, где эти спектральные пики имеют периоды 7 и 13.6 суток. Такой “небесный” ААМ отфильтрован в диапазоне от 2 суток до 1 месяца. Выявлена пропорциональность между компонентами ветра и давления в этом диапазоне. Вычислены моменты приливных сил, показано, что изменения давления из-за так называемого момента балджа ответственны за приливные колебания ветров и вызывают 13.6-суточный пик в ААМ. Расщепление 13.6-суточного пика из-за 18.6-летней модуляции прилива и соответствие его фазы и амплитуды модельным позволяют возложить ответственность за него на лунный прилив. Дается сходная интерпретация широкого 7-суточного пика. Показано, что

как 13.6-суточный, так и 7-суточный пики ААМ особенно четко наблюдаются вблизи экватора (рис. 9.4). В более высоких широтах их скрывает турбулентность атмосферы. Основные результаты главы опубликованы в [1, 24, 42].

Восьмая глава диссертации посвящена океану, как важному фактору, оказывающему влияние на вращение Земли и климат. Даются общие сведения о происходящих на Земле климатических изменениях, приводятся тренды в температуре T и уровне моря SL по данным IPCC. После снятия трендов совместный сингулярный спектральный анализ T и SL показывает наличие шестидесяти, двадцати- и десятилетних колебаний в обоих важнейших климатических индексах. Обсуждается роль океана и его возможный отклик на изменения поверхностной температуры. Кратко обсуждаются вопросы взаимосвязи океанической циркуляции с климатическими процессами, в т.ч. с ледниковыми периодами. Приводятся сведения о климатических модах, таких как Северо-Атлантическое (NAO) и Атлантическое многолетнее колебание (AMO), Эль-Ниньо Южное колебание (ENSO), примеры их влияния на скорость вращения Земли. Даются формулы для компонент углового момента океана ОАМ, связанных с течениями и перераспределением водных масс. Выполняется МССА экваториальной массовой компоненты ОАМ на сетке по данным ЕССО с 1993 по 2010 г. Приводятся карты характеристик годового колебания и тренда ОАМ. Делаются выводы о районах мирового океана, откуда от перераспределений масс и давления поступают наибольшие вклады в движение полюса.

Девятая глава посвящена описанию данных космической гравиметрической миссии GRACE за весь период её работы с 2002 по 2017 гг. С помощью МССА данные GRACE удалось отфильтровать от полосовых шумов – страйпов и построить карты глобальных и региональных колебаний и трендов (рис. 9.9). В разделе 9.3 представлены графики перераспределений масс в бассейнах крупных рек России, на которых отлично видны экстремальные события засух, наводнений, снегонакопления. Общие тренды несут важную гидрологическую информацию [5, 14, 15, 22, 25, 35]. Измерения GRACE сравниваются с отсчетами баллистического гравиметра ГАБЛ-М на Главном гравиметрическом пункте СССР в обсерватории на Красной Пресне (рис. 9.7), согласие находится на уровне микрогал. В главе также представлены результаты МССА-обработки данных GRACE по океанам. GRACE – космическая миссия, проработавшая 15 лет, единственная, позволявшая получить информацию о перераспределении массы океана и нестерической компоненте изменений уровня моря. Удачно осуществленный 22 мая 2018 г. запуск сле-

дующей миссии GRACE Follow-On очень обрадовал научное сообщество, данные L2 начали поступать в июне 2019 г.

В **десятой главе** исследованы коэффициенты гравитационного поля Земли первой и второй степеней по данным спутниковых методов. Первые коэффициенты по данным лазерной локации SLR с 2002 по 2017 гг. проанализированы методом МССА. Выделены тренды положения геоцентра, показывающие смещение к южному полюсу на ~ 0.1 мм/год и годовые колебания. Выполнено сравнение рядов SLR и GRACE для коэффициента C_{20} , связанного с динамическим форм-фактором J_2 , описывающим полярное сжатие геоида. Выделены годовое, полугодовое, декадное колебания и тренд в J_2 , который отличается от тренда по модели послеледниковой поднятия GIA ICE 6G_C тем, что с 2005 года его направление поменялось с убывающего на возрастающее. Выполнен пересчет этих изменений в величины влияния на длительность суток LOD, которая также имеет экстремум в ~ 2005 году. Влияние вариаций J_2 на LOD найдено не превосходящим 0.4 мс (рис. 10.7). На рисунке 10.8 представлен график, иллюстрирующий корреляцию LOD, напряженности магнитного поля Земли и инвертированных вариаций температуры на планете на декадных интервалах времени. Шестидесятилетнее колебание в температуре оказывается коррелированным со скоростью вращения Земли и изменениями магнитного поля. Проводится анализ значимости корреляций и тест на общую причину изменчивости. В разделе 10.7 изменения коэффициентов геопотенциала второй степени C_{21} , S_{21} пересчитаны в возбуждающие функции и, на основе сравнения с трендами в движении полюса на интервале 2002-2018 гг., подтвержден тот факт, что дрейф полюса отражает вызванные изменениями климата перераспределения масс на Земле. Сделаны оценки трендов по моделям GIA.

В **одиннадцатой главе** дается описание прогнозов параметров вращения Земли (ПВЗ), выполнявшихся ежедневно с 2012 по 2017 гг. в ГАИШ и Шанхайской обсерватории, и методики их комбинации [3, 11, 12, 16, 448]. Проводится статистический анализ. Средние и средние квадратические ошибки отклонений прогнозов от наблюдений представлены графически (рис. 11.8, 11.9). Комбинированный прогноз сравнивается с прогнозом бюллетеней А МСВЗ, вычисленным USNO, на всем периоде 2012-2017 гг. в таблице 11.1, и для 2016 г. – в таблице 11.2. Погрешность нашего комбинированного прогноза, как показывает статистика, имеет тот же порядок, что и погрешность прогноза USNO, а для 2016 г. точность нашего комбинированного прогноза для у-координаты полюса и UT1-UTC на горизонте >20 суток даже превышает точность

прогнозов USNO.

В **заклучении** перечисляются основные результаты работы, дается более общий взгляд на поставленные вопросы и обсуждаются дальнейшие перспективы.

Приложение А служит для ознакомления с современной теорией вращения Земли. Изложение, начинающееся с основ механики и кинематических соотношений, идет через принцип Лагранжа к динамическим уравнениям Эйлера. Выводятся линеаризованные уравнения Эйлера-Лиувилля для компонент вектора мгновенной угловой скорости. С помощью функций углового момента делается переход к уравнениям для координат полюса. Учет полюсного прилива и вязко-упругих свойств Земли приводит к уточнению чандлеровской частоты. После общих замечаний об обозначениях выводится уравнение для углового момента жидкого ядра, служащего основой аппроксимации Сасао-Окубо-Саито [334]. Полная система уравнений для компонент вектора угловой скорости трехслойной Земли, состоящей из мантии, жидкого внешнего и твердого внутреннего ядер в двуслойной аппроксимации, выводится по методике Мэтьюса, Сасао, Дехант и др. В матричном виде выписывается общая система уравнений вращения трехслойной Земли, поясняется смысл четырёх резонансных частот.

Приложение Б посвящено оконному преобразованию Габора и методике построения огибающей на его основе.

В **приложении В** описана корректирующая фильтрация Пантелеева [26, 27]. Приводятся формулы окон Пантелеева и даются указания к их использованию для подавления шумов, усиливаемых обратным оператором.

В **приложении Г** дано краткое объяснение многоканального сингулярного спектрального анализа МССА.

В **приложении Д** перечислены выявленные ошибки прогнозов.

В **приложении Е** дается каталог компьютерных программ диссертации.

Благодарности Автор благодарит своих консультантов и учителей К. Бизуара, Н.С. Сидоренкова, В.Л. Пантелеева, Н.Л. Фролову, Н.И. Арбузову, Ю.В. Баркина, Н.А. Чуйкову, В.С. Губанова, А.Г. Яголу, С.М. Копейкина, коллег из России и из-за рубежа, студентов. Работа не прекращалась благодаря поддержке грантов Президента РФ, Академии наук и Научного Фонда КНР, Конгресса США, РФФИ, НИУ ВШЭ и др.

Предисловие

*В сердце каждого человека
хранится одно правдивое послание,
но оно погребено под обрывками обветшалых книг.
В сердце каждого человека звучит один правдивый напев,
но его заглушают распутные песенки и буйные крики.
Тот кто предан учению, должен отмести все внешнее
и напрямую постичь изначальное.
Только тогда он поймет, что есть подлинного в жизни.
Хун Цзичен “Вкус корней”, перевод В. Малявина*

Представленная вниманию читателей докторская диссертация содержит материалы, которые разрабатывались автором в последние 14 лет, с момента защиты им кандидатской диссертации [51]. Она содержит более глубокую разработку поставленных в ней вопросов, а также новые исследования, возникшие под влиянием успехов в изучении изменений климата, развитии космических средств наблюдений, альтиметрии, гравиметрии и др. Понимание важности выбранных тем для решения прикладных задач, стремление применить новые передовые методы обработки к обширным накопившимся к настоящему моменту данным измерений и желание обнаружить новое руководили автором. Осознавая объемность выбранной темы, сужать название автор не стал. Основная часть работы посвящена рассмотрению движения полюса, в особенности чандлеровского колебания, изменчивости длительности суток LOD, их геофизических причин, анализу перераспределения масс. Многие вопросы, как например, взаимосвязь сейсмической и вулканической активности с вращением Земли, высокочастотные вариации параметров вращения Земли (ПВЗ) остались за кадром. Лишь косвенно затронуты вопросы моделирования прецессии и нутации, движений в ядре Земли, связанных с внутренними напряжениями в недрах и электромагнитным взаимодействием на границе ядро-мантия. Сколь ни была бы обширна работа, она не может включить всех вопросов, лежащих на стыке традиционно геодезического предмета – вращения Земли и современной геофизики. В качестве оправдания можно сказать, что в наше время наука становится все более специализированной и по каждой из областей имеется такое количество исследований и литературы, что любая работа, если она обзорная, не обзрит всего, а если исследовательская, – во многом повторит уже сделанное. Автор старался ссылаться на предшественников, и надеется, что авторов, работающих по теме вращения Земли и не обнаруживших себя в списке литературы, будет мало. Если такие найдутся, то это не от

предвзятости, а из-за обилия издаваемых материалов по предмету.

Сосредоточение внимания вокруг чандлеровского колебания позволило поставить ряд интересных вопросов, таких как согласие геодезических и геофизических возбуждений, причины амплитудных модуляций, точность модели, задаваемой классическими и обобщенными уравнениями Эйлера-Лиувилля. Удалось ли автору диссертации открыть новое – судить не ему. Представленный текст – это продукт своего времени, и автору хотелось бы, чтобы в нём оказалось то, что не сразу уйдет в анналы истории, но останется актуальным и для следующего поколения. Нередко, открыв исследование какой-нибудь двадцати-тридцатилетней давности, удивишься тому, как быстро движется вперед наука. Интересы научного сообщества постоянно меняются, вчера еще передовые методы устаревают. Хочется верить, что десятилетия жизни, вложенные в представленную работу – не просто утраченное время. Впрочем, любой процесс творчества оправдывает сам себя и в некотором смысле является самоцелью.

Автор благодарит тех читателей, которые найдут в себе силы ознакомиться с диссертацией, и надеется, что им покажутся интересными сведения, накопленные в ходе наблюдений за вращением Земли, океаном, атмосферой, результаты компьютерного моделирования и некоторые теоретические идеи. Ориентируясь на развитие науки на Востоке и Западе, автор старался сохранять и развивать методологию и идеи отечественной школы.

Хотелось бы выразить благодарность В.Л. Пантелееву, Н.С. Сидоренкову, В.С. Губанову, С.М. Копейкину, Я.С. Яцкиву, С.Л. Пасынку, В.Л. Горшкову, Н.А. Чуйковой, А.Г. Яголе, Н.Л. Фроловой, Ю.Н. Авсюку, К.В. Куимову, Т.С. Чесноковой за полезные дискуссии и наставления, а также зарубежным коллегам: К. Бизуару, С.К. Шаму, В. Шену, С. Сю, Ю. Джоу, Дж. Гуо, Ч. Хуангу, Х. Феррандишу, А. Бжезинскому, И. Настиле, Р. Гроссу, В. Дехант и многим другим за поддержку и дискуссии.

Автор благодарен своим дипломникам в МИЭМ ВШЭ: Е. Щепловой, Е. Балакиревой, А. Скоробогатову, И. Сгибневу, В. Власовой и Х. Езиеву, проявившим интерес к совместным исследованиям. С рядом из них автор опубликовал совместные статьи, результаты которых вошли в главы данной диссертации. Он благодарен Б.П. Середину, чьё обширное собрание книг по геофизике было передано автору внучкой Анной. При выполнении работы большую поддержку оказали близкие автору люди: мама Ольга Викторовна и жена Екатерина.

Первое знакомство с результатами работы спутников GRACE, вызвавшее интерес к проблемам изменения климата, состоялось в Шко-

ле наук о Земле Университета штата Огайо, США, где автор работал по гранту Фулбрайта в 2009-2010 гг. Появившаяся тогда идея применения многоканального сингулярного спектрального анализа (МССА) была разработана в 2010 г. По соответствующей теме был получен грант Президента России. Впоследствии большой интерес к этой теме проявили сотрудники географического и геологического факультетов МГУ. Работа по анализу угловых моментов атмосферы и океана на сетке велась в Шанхайской обсерватории по гранту Академии наук Китая для приглашенного ученого в 2011-2012 гг. Анализ чандлеровского колебания и возбуждающих функций был начат еще в кандидатской диссертации, далее проводился при поддержке Парижской обсерватории в ходе нескольких месячных стажировок. Исследование вариаций первых гармоник гравитационного поля было инициировано Ю.В. Баркиным, поддержано Н.А. Чуйковой и вылилось в исследование влияния внутренних структур Земли на вращение планеты. Эта работа продолжается в Уханьском университете при поддержке программы “111” по инновациям инженерных дисциплин в современной геодезии и геодинاميке. Автор также благодарен грантам РФФИ, при поддержке которых проходило сотрудничество с интереснейшими научными коллективами и был опубликован ряд совместных работ, а также программе кадрового резерва НИУ ВШЭ.

21 июня 2019 г.

Л.В. Зотов

Авторское введение

*Всему времечко свое:
Лить дождю, Земле вращаться,
Знать, где первое прозренье,
Где последняя черта.
Булат Окуджава*

Вращение Земли на протяжении веков было для человека мерилom времени. Восход и заход Солнца, его годовое движение легли в основу календаря, но не сразу человек осознал относительность движения, выявил законы механики, осознал фундаментальную истину того, что он и его планета – вовсе не центр Вселенной. Еще в древности Гиппарх (190-120 гг. до н.э.) открыл явление предварения равноденствий – прецессию. В Китае оно было открыто по смещению точки зимнего солнцестояния несколькими веками позже. Некоторые предания указывают на то, что об этом явлении знали еще в древнем Египте и Вавилоне [101, 185, 225]. В наше время смещение оси вращения Земли под действием моментов сил Луны и Солнца, вызывающих прецессию и нутацию, рассчитывается с высочайшей точностью. В XX веке, с изобретением атомных часов и развитием прецизионных методов астрометрии и космической геодезии, стало очевидно, что вращение Земли неравномерно, оно не может выступать основой точного счета времени. И хотя люди по-прежнему считают время часами, сутками и годами, хранение точного времени перешло из астрономии в область атомной физики. Подстройка атомного времени под вращение Земли выполняется путем добавления дополнительной секунды, решение о которой принимает Международная служба вращения Земли и систем отсчёта (МСВЗ) в Париже [497]. Смещение полюсов исследуется уже более века и наблюдается сегодня с точностью в десятки микросекунд дуги. Чтобы теория соответствовала точности наблюдений, необходимо моделировать и отслеживать процессы в океане, атмосфере и в недрах Земли. Однако для широкого диапазона частот столь высокое соответствие пока еще не достигнуто. Это связано с недостатком сведений о процессах в недрах планеты, особенно на продолжительных интервалах времени, погрешностями определения некоторых параметров внутреннего строения планеты, со сложной нелинейной динамикой взаимодействующих земных оболочек. И хотя отклик Земли на внешние воздействия во многом известен, стоит необходимость его уточнения.

Связь земной и небесной систем координат для высокоточной навигации и позиционирования, проведения космических исследований и др. требует постоянного усовершенствования физических моделей вращения

планеты и методов прогнозирования параметров вращения Земли (ПВЗ), к которым относят отличие всемирного времени UT1 от атомного TAI (либо длительность суток LOD), поправки к углам прецессии-нутации $d\psi$, $d\varepsilon$ (к координатам небесного полюса dX , dY), координаты полюса x , y в земной системе. Углы ориентации Земли входят в матрицы преобразований между системами координат, их выбор во многом продиктован требованием удобства выполнения таких преобразований.

Неравномерности во вращении Земли являются своего рода сводным откликом на процессы в ближнем Космосе, в оболочках Земли и её недрах. Приливы от внешних тел деформируют Землю, меняя её тензор инерции, создают внешний момент сил, источник которого – гравитационный потенциал. Течения в океане, изменения в циркуляции атмосферы, взаимодействия на границе ядра и мантии приводят к обмену моментом импульса и энергией и также влияют на вращение Земли. Подсчитать энергию в диссипативных системах весьма сложно, поэтому в расчетах обычно пользуются законом сохранения импульса. Величины изменений ПВЗ невелики – сантиметры, максимум метры для движения полюса и миллисекунды времени для продолжительности суток. Однако наблюдения этих малых отклонений дают ключ к пониманию физики планеты, её реологии и строения, позволяют определить упругие свойства, добротность, сжатие – параметры, определяющие динамический отклик Земли на астрономические и геофизические возбуждения. Изучение вращения Земли при повышении точности наблюдений позволяет улучшить модели ее внутреннего строения, модели глобальной циркуляции (GCM) океана и атмосферы и выявить еще не учтенные факторы.

В данной работе мы попытаемся дать некоторые представления о взаимном влиянии вращения Земли и геофизических процессов. С использованием накопленных за десятилетия наблюдений за океаном, атмосферой, гравитационным полем планеты, мы иллюстрируем их взаимосвязь с вращением Земли и намечаем дальнейшие перспективные направления исследований. Для этого мы используем математические методы фильтрации и анализа многомерных данных, динамические модели, законы механики для вращающейся многослойной вязко-упругой Земли, методы решения обратных задач и др. Как уже говорилось в предисловии, наша задача состоит не в полном охвате всех тем, а в тщательной проработке определенных вопросов. По прочим направлениям мы стараемся привести ссылки на дополнительную литературу.

Тем, кому интересна история исследований вращения Земли, мы рекомендуем обратиться к [51], прочитать интервью с В.А. Наумовым в популярной книге [104], заметку М.С. Зверева об А.А. Михайлове [200],

труды О.А. Орлова [211, 212], биографию Е.П. Федорова [107]. Для читателей, которые сочтут недостаточными теоретические выкладки по вращению Земли в приложении А, мы рекомендуем обширный ряд монографий [119, 120, 172, 173, 177] наряду с недавно вышедшей книгой В. Дехант и П. Мэтьюса [161] и готовящейся к печати на английском языке книгой К. Бизуара [158, 159]. Что касается взаимосвязи сейсмичности и вращения Земли, в последнее время в печати появляется немало противоречивых заявлений [482]. В научной литературе мнения на этот счет расходятся. О том, как меняются напряжения в земной коре при ускорении/замедлении вращения Земли, говорится в диссертации [57], работах [215, 362], любопытный исторический обзор дан в [186]. В кандидатской диссертации автора [51] также выполнено моделирование влияния Суматранского землетрясения 2004 г. на вращение Земли. С темой электромагнитных взаимодействий на границе ядро-мантии и движениями внутреннего ядра, вызывающими большой интерес у теоретиков, можно познакомиться в [71, 216, 312, 297].

Одним из основных сюжетов представленной работы выступает исследование чандлеровского движения полюса, для которого методом корректирующей фильтрации В.Л. Пантелеева удалось восстановить возбуждающие функции и обнаружить их квази-20-летние модуляции. При разработке этой темы мы воспользовались многолетними наблюдениями, хранящимися в центре данных ЕОР РС по вращению Земли в Париже. Подробнее о наблюдательных данных будет сказано в первой главе. Теоретические сведения о вращении Земли даны в приложении А. Во второй главе диссертации представлена обобщенная модель уравнений Эйлера-Лиувилля, ее анализ проводится в главе 5. На основе фильтра Пантелеева, представленного в приложении В, в главах 3, 4 ведется исследование чандлеровского возбуждения.

Исследование угловых моментов атмосферы и океана на сетке в главах 6, 8, и анализ данных GRACE в главе 9 проводится с использованием многоканального сингулярного спектрального анализа (МССА), представленного в приложении Г. На его одномерную версию – метод “гусеницы-ССА” автору в свое время указал С.Л. Пасынок. К теории фильтрации интерес автора привлек В.Л. Пантелеев, он же инициировал написание учебника [26]. На работы А.А. Любушина и его книгу [114], содержащую множество математических методов обработки временных рядов, обратил внимание М.В. Баринов. Результаты их применения к данным GRACE, с которыми автора познакомил С.К. Шам, вызвали большой интерес гидрологов Московского университета под руководством Н.Л. Фроловой. Это способствовало проведению исследова-

ний распределения масс в бассейнах крупных рек России. Работы В.Д. Юшикина [21] с абсолютными гравиметрами послужили для сопоставлений космической и наземной гравиметрии.

Изучая влияние внешних сил на колебания ядра, Ю.В. Баркин [217, 253] инициировал предпринятый нами в главе 10 анализ коэффициентов гравитационного поля, отражающих смещение геоцентра. Интерес к анализу коэффициентов разложения второй степени возник благодаря работам Н.А. Чуйковой [230] с коллегами по исследованию движений земной коры и внутренних напряжений. Это вылилось в исследования дрейфа полюса под действием глобального перераспределения масс.

Исследование эффективных угловых моментов атмосферы и влияния на них лунных приливов в главе 7 вдохновлено Н.С. Сидоренковым [177]. Его предположение о важной роли лунных приливов в атмосферной изменчивости нашло, по крайней мере частично, своё подтверждение. Предположение о том, что 18.6-летняя прецессия орбиты Луны приводит к существенным изменениям в геофизических процессах и, возможно, связана с чандлеровским колебанием, неоднократно высказывал Ю.Н. Авсюк [250].

Еще аль-Бируни писал в XI веке: “Следует постоянно следить за широтами, иначе города могут достичь губительных местностей, что погубит их” [86, 225]. Согласно гипотезе Миланковича, ответственность за ледниковые периоды лежит на изменениях параметров орбиты Земли и положении её оси [122]. Задавшись вопросом, возможна ли взаимосвязь между вращением Земли и изменениями климата на интервалах времени в несколько десятилетий, мы проанализировали ряды продолжительности суток и движения полюса, а также климатические индексы. Некоторые результаты, представленные в главах 8, 10, указывают на наличие такого рода взаимосвязей в последние 150 лет. Эти исследования в русле работ Н.Сидоренкова, А.С. Мониной [122], И.В. Максимова [116], К. Ламбека [172] и др. на наших глазах получают новый виток развития [245, 286, 285]. На ассамблее Азиатско-Тихоокеанского геофизического союза AOGS-2016 работала междисциплинарная секция “Изменения климата и движение полюса”. Президент комиссии по вращению Земли Международного астрономического союза (МАС), Ричард Гросс, в своём интервью газете “Informacion Alicante” от 26.09.2017 также привлёк внимание к вопросу взаимосвязи изменений климата и вращения Земли.

Глава 1

Параметры вращения Земли

*А вы ловите, вы ловите крокодилов
На мотыля, на мотыля, на мотыля.
Да не покинет вас надежда,
Покуда вертится Земля.
Михаил Танич*

1.1 Методы наблюдений за вращением Земли

Неравномерности вращения Земли были предсказаны еще в XVIII веке И. Кантом [201], считавшим, что Земля должна замедляться под действием приливного трения, отчего длительность суток будет увеличиваться. Позднее П.С. Лаплас [238] указал на то, что вулканические извержения, землетрясения, ветра и приливы, т.е. всевозможные перераспределения масс на планете по законам механики будут причиной неравномерностей во вращении планеты, однако в ту эпоху эти отклонения было невозможно заметить. К тому времени теория Л. Эйлера [234] вращения твердого тела была уже хорошо разработана.

Лишь в XIX веке появление высококачественных астрометрических телескопов в обсерваториях Вашингтона, Лондона, Парижа, Пулкова, разрешение которых уже достигало десятых долей угловой секунды, дало возможность получить продолжительные наблюдения прохождения звезд через меридиан с их точными моментами и координатами. Эти ряды позволили таким ученым, как Чандлер, Бессель, Кюстнер и др. сделать из них статистические оценки и обнаружить изменения широт, связанные с перемещением полюса. Подробную историю соревнования за первенство в открытии движения полюсов и того, как Чандлер оказался первым в этой гонке, можно прочитать в кандидатской диссертации автора [51]. Открытие Чандлера 1891 года [233] послужило основой для предложения о создании Международной службы широты на Берлинской геофизической конференции 1895 г. [109]. Американский астроном

С. Ньюком уже в 1892 г. [241] выдвинул идею о влиянии реологических свойств Земли, таких как упругость мантии и влияние океанов, на период Чандлеровского колебания и предпринял попытку объяснить отличие его значения от рассчитанного по формулам Эйлера. Впоследствии теория была развита и дополнена на основе работ Лява [242], Лиувилля [239], Джеффриса [96], Жуковского [199], Пуанкаре [243] и др.

Что касается длительности суток, её вековые изменения можно было обнаружить по покрытиям звезд Луной, отклонениям в моментах затмений и положениях планет, однако вариации на недельных интервалах удалось непосредственно наблюдать лишь с появлением в 1932 г. кварцевых часов. В 1936 г. годовые колебания в длительности суток, связанные с циркуляцией атмосферы, обнаружил Н.М. Стойко, уроженец Одессы, сотрудник Международного бюро времени в Париже, его директор с 1944 г. Разработанные в 1949 г. атомные часы позволили отследить неравномерности вращения планеты с ещё более высокой точностью [81].

С 1956 года ведется регулярное сравнение шкал всемирного координированного атомного времени UTC (отличающегося на целое число секунд от TAI) и всемирного времени, основанного на вращении планеты, UT1, позволяющее сказать, насколько Земля в своем вращении опережает или отстает от атомной шкалы. Разность UT1-TAI является интегральной характеристикой неравномерности вращения Земли, её производная определяет вариации в длительности суток ΔLOD .

Полет первого спутника открыл новую веху в исследовании Земли и планет. Анализ гармоник гравитационного поля на основе возмущений в орбитах спутников, возможность наблюдения за планетой из Космоса, дистанционное зондирование Земли стали активно развиваться с началом космической эры. Спутники создали в небе Земли искусственную опорную систему, сверяясь с которой геодезисты получили возможность определять с высокой точностью ориентацию планеты. Создание в 60-е – 70-е годы орбитальных групп спутников, служащих этим целям, повысило точность определения ПВЗ на несколько порядков величин. На рис. 1.1 слева представлена траектория движения полюса с 1862 года на основе комбинированного решения ЕОР C01, справа представлена формальная погрешность для него. Хорошо видно, как возрастает точность определений и детальность получаемой кривой к концу представленного периода.

Колоссальный скачок точности во второй половине XX века связан именно с методами космической геодезии. Перечислим основные из методов определения ПВЗ и дадим их краткое описание:

1. Доплеровская орбитография и радиопозиционирование спутников

(DORIS). Несколько десятков (>60) станций наблюдений определяют скорости и координаты спутников на основе эффекта Доплера, смещающего частоту их радиосигнала. Значительное развитие эта методика получила в СССР благодаря слежению за спутниками. Сегодня такие спутники, как Sentinel, Jason, Cryosat оснащены необходимой бортовой аппаратурой. Для определения координат на Земле в минимальной конфигурации необходимо не менее четырех спутников. Полученные данные используются для формирования Международной земной системы отсчета ITRS, определения координат геоцентра, полюса и LOD.

2. Оптическая астрометрия использовалась в исследованиях по вращению Земли на протяжении XIX и XX веков [382], по большей части, до 1980-х годов. В настоящее время не используется, т.к. точность в 10 мс дуги, которую могли обеспечить меридианные круги и пассажные инструменты, теперь является неудовлетворительной.

3. Лазерная локация Луны ЛЛЛ (LLR). Определение расстояния до Луны с точностью до нескольких миллиметров производится на основе приема лазерных импульсов, посланных к Луне и отраженных от угловых отражателей, размещенных на Луноходах и в местах посадки Аполлонов. При этом движение Луны моделируется сегодня лишь с точностью около 2 см. Обработка данных ЛЛЛ дает возможность совершенствовать теорию движения Луны и с высокой точностью определять ПВЗ.

4. Лазерная локация спутников ЛЛС (SLR). Как в ЛЛЛ, на основе статистической обработки времен распространения лазерных импульсов до спутников, оснащенных угловыми отражателями, и обратно, определяются параметры их орбиты [76]. Большое число станций ЛЛС позволяет уточнять орбиты спутников, вычислять на их основе первые коэффициенты разложения гравитационного потенциала Земли, решать задачи определения ПВЗ, положения геоцентра и др.

5. Глобальные навигационные спутниковые системы (GNSS) используют спутники навигационной сети, оснащенные высокоточными часами. По точности хода бортовых часов на первом месте стоит система GPS (десятки пс), на втором – ГЛОНАСС (погрешность порядка 200 пс), затем идут Китайская система Beidou и европейская Galileo (погрешности порядка 500 пс). В радиосигналах со спутников на двух частотах передается необходимая для определений координат информация. Измерения с расположенных по всему Земному шару и принадлежащих различным сетям наблюдений антенн обрабатываются и передаются в международные центры. Координаты пунктов определяются с точностью до нескольких мм, что позволяет решать геодинамические и геодезические задачи, в

том числе установления Международной земной системы отсчета ITRF, определения ПВЗ и др. Высокоточные определения координат полюса с шагом 4 часа сопровождаются менее точными определениями скорости вращения Земли, т.е. LOD. Имеются серии CODE более высокого временного разрешения. GNSS имеют слабую чувствительность к смещениям геоцентра. Прохождение сигналов через ионосферу позволяет изучать распределение в ней ионизированных частиц, электронов, циркуляцию в стратосфере и др. [218, 296]. Обширный обзор достижений GNSS был представлен на EGU 2018 в обзорной лекции Маркуса Ротакера, получившего медаль Вейнинг Мейнеса.

6. Радиоинтерферометрия со сверхдлинной базой РСДБ (VLBI). Наблюдение удаленных радиоисточников (квазаров) при помощи радиотелескопов, расположенных на разных континентах, позволяет определять ориентацию Земли с точностью лучше 100 мкс дуги. Сессии наблюдений в геодезических целях проводятся 2 раза в неделю и служат для самых высокоточных определений LOD, координат полюса и поправок к нутации. В ходе специализированных многодневных непрерывных серий наблюдений CONT исследуются внутрисуточные вариации ПВЗ и перспективы метода. РСДБ является основой установления Международной небесной системы координат ICRF и полноправно может считаться одной из самых прецизионных методик. Так, на основе РСДБ, как, впрочем и лазерных методов, удается определять постньютоновские параметры теории относительности [170]. Олегу Титову удалось детектировать эффект Саньяка, по которому можно определять вариации скорости вращения Земли на уровне точности лазерных гироскопов [436]. Активно обсуждаются вопросы о движении радиоисточников [69, 193], абберрации [92, 207], систематическом расхождении центров радио- и оптической опорных систем, уже обнаруженном по наблюдениям спутников GAIA и Радиоастрон [396] и др.

Оптическая астрометрия к 1960-м годам достигла точности порядка 30 мс дуги в определении координат полюса. Система DORIS снизила погрешность в 2 раза. ЛЛС в 1975 г., и РСДБ в 1985 г. позволили довести точность определений до 2 мс дуги. Наконец, появившиеся в 1993 г. GNSS позволили в реальном времени определять положение полюса с погрешностью 50 микросекунд дуги [259].

На основе наблюдений, получаемых разными методами, строится комбинированное решение для ПВЗ, публикующееся в бюллетенях Международной службы вращения Земли и систем отсчета МСВЗ [328]. В настоящее время наиболее точные значения UT1 определяются методами РСДБ, а координаты движения полюса – GPS методами наблюде-

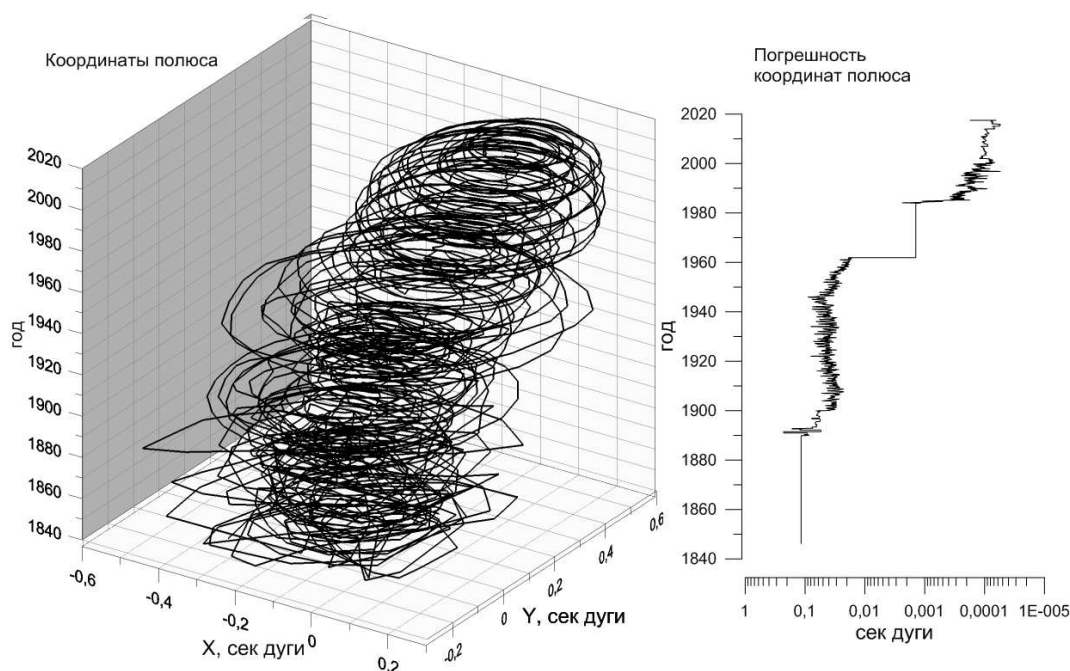


Рис. 1.1: Траектория движения полюса (слева) и погрешности определения координат полюса (справа) по бюллетеню EOP C01.

ний [415]. Последние намного дешевле, ведутся непрерывно и их весовой вклад в комбинированное решение высок. Однако для долговременной стабильности рядов необходима коррекция определений LOD на основе РСДБ.

1.2 Центр параметров вращения Земли МСВЗ

С 1987 года задачи существовавших ранее Международной службы движения полюса (МСДП) и Международного бюро времени (МБВ) взяла на себя Международная служба вращения Земли и систем отсчета (МСВЗ). Ее многочисленные центры находятся в Германии, Франции, США. В их задачи входит формирование земной и небесной систем отсчета, слежение за геофизическими процессами, комбинирование на основе нормальных уравнений наблюдений различных сетей [417], хранение и предоставление данных о параметрах вращения Земли. МСВЗ собирает, анализирует и комбинирует данные современных обсерваторий, делает прогнозы, публикует бюллетени. Центр ПВЗ Международной службы вращения Земли находится в Парижской обсерватории, в подразделении SYRTE. На рис. 1.2 представлена главная страница сайта

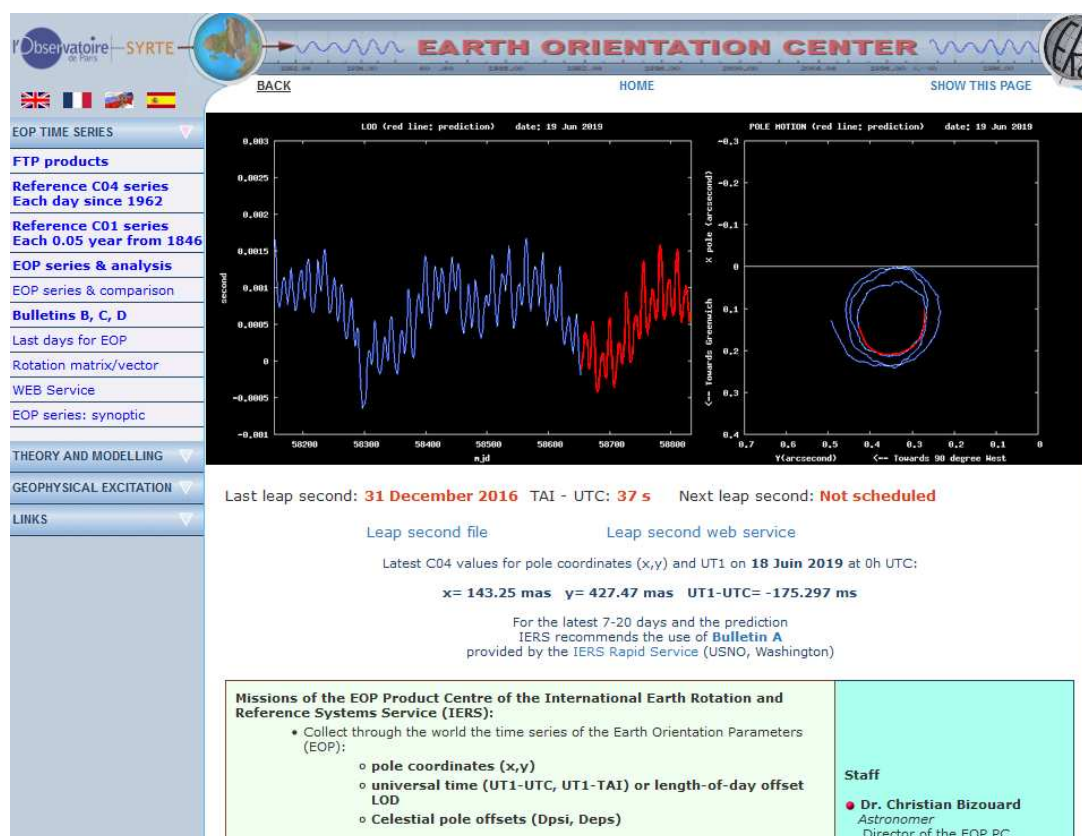


Рис. 1.2: Портал EOP PC (<http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/>) [497].

ЕОР РС. Центр публикует бюллетени В, С, D и комбинированные ряды ПВЗ: C01, C02, C04. Сайт центра [497] IERS ЕОР РС предоставляет доступ к базе данных ПВЗ, которые поставляются крупными мировыми обсерваториями и геодезическими службами. Вся статистика находится в свободном доступе. Сайт написан на РНР и, помимо сведений о ПВЗ, дает возможность извлечь данные о них за определенный промежуток времени, построить графики, сравнить ряды разных центров, сопоставить геофизические и геодезические возбуждения, провести анализ данных. Интерфейс сайта доступен на разных языках.

В наших исследованиях мы используем данные бюллетеня ЕОР C04 с этого сайта со значениями ПВЗ на каждый день, начиная с 1962 г., а также бюллетеня ЕОР C01 с данными по координатам полюса с 1862 г. с шагом 0.1 года до 1890 г. и 0.05 года – после.

Для интерпретации любых наблюдений крайне важно договориться об используемых обозначениях и системах координат. Конвенции МСВЗ регулярно обновляются и публикуются на сайте Службы [495]. Ось вращения Земли смещается относительно земной коры под действием внешних моментов сил и внутренних возбуждений. Её изменения в земной



Рис. 1.3: Соотношение между частотами движения промежуточного небесного полюса CIP в земной TRF и небесной CRF системах координат [161].

системе описываются двумя координатами (направляющими косинусами) x_p и y_p в проекции на экваториальную плоскость. Они отсчитываются от небесного промежуточного (географического) полюса CIP: x_p – вдоль Гринвичского меридиана, а y_p – по меридиану, лежащему на 90° к востоку. Ось фигуры (максимального момента инерции) Земли также колеблется в инерциальном пространстве, специальное небесное промежуточное начало (CIP) задаёт промежуточную ось, испытывающую нутационные и прецессионные колебания с периодами более 2 суток в небесной системе отсчета.

На рис. 1.3 сопоставлены частоты процессов в земной и небесной системах координат из книги [161]. Так, если звезда неподвижна в небесной системе, в земной она будет двигаться с периодом одни звездные сутки с востока на запад. В современных конвенциях [495] разделение движений CIP и движений полюса сделано по частотному принципу. Под действием астрономических факторов: приливных сил от Солнца, Луны и планет – возникает прецессия и нутация, которые достаточно точно описываются моделью IAU 2000. То, что не описывается моделью, определяется как наблюдательные поправки к ней. При этом к движениям промежуточной оси, связанной с CIP относят только долгопериодиче-

ские процессы с периодом более 2 суток в небесной системе координат ICRF. Все остальное относят к движениям полюса – остаточным колебаниям оси, рассматриваемым из земной системы отсчета ITRF. При этом интервал ретроградных частот от -1.5 до -0.5 циклов в сутки в ITRF оказывается исключен (он относится к диапазону прецессии и нутации). Движение полюса в основном оказывается вызванным геофизическими факторами, как то перераспределением масс на планете, изменениями циркуляции в атмосфере и океане, эффектами трехосности, влиянием полюсного прилива и др.

1.3 Параметры ориентации Земли

Параметрами ориентации Земли ПОЗ являются:

- Направляющие косинусы оси вращения Земли x_p и y_p (координаты промежуточного небесного полюса CIP) в земной системе координат $Gxyz$.

- Поправка, характеризующая изменения угла вращения Земли (1.3), которую задает величина рассогласования между шкалой времени UT1, определяемой по вращению планеты, и, более-менее, равномерной атомной шкалой UTC (либо TAI).

- Поправки $d\psi$, $d\epsilon$ к углам прецессии и нутации, вычисляемые по конвенционной модели. В 2000-м году введена новая параметризация положения промежуточного небесного полюса CIP (оси фигуры) в небесной системе отсчета, которое задается координатами X , Y . В этом случае поправками выступают наблюдаемые отклонения координат dX , dY CIP от их значений, вычисленных по принятой МАС модели прецессии и нутации IAU 2000. Все пять ПОЗ и поправки определяются из наблюдений и не превосходят по величине 1 секунду дуги.

ПОЗ – это поправки к априорным углам, которые используются для преобразований поворота между земной TRF и небесной CRF системами координат и имеют точность, определяемую современной точностью наблюдений. Априорные углы задаются угловым вращением Земли со средней скоростью Ω и моделью прецессии и нутации. Т.о. теория задает расчетную ориентацию мгновенного вектора вращения Земли (в CRF или TRF), а ПОЗ – наблюдательные поправки к ней. Матрицы преобразований, в которые входят эти углы, позволяют связать системы координат.

Более широким понятием, чем ПОЗ, являются параметры вращения Земли (ПВЗ). К последним можно отнести не только угловые величины, служащие для преобразования между земной и небесной системами

координат, но и, например, скорости их изменений. Так, продолжительность суток LOD , являющаяся производной от $UT1-TAI$ ($UT1-UTC$ после исключения добавочных секунд) нередко используется как основная характеристика скорости вращения Земли. Спутниковые методы позволяют определить отклонения длительности суток LOD по отношению к атомным суткам (86400 секундам TAI). Обработка данных навигационных систем $GNSS$ дает скорости изменения координат полюса и углов нутации. К ПВЗ можно отнести как ПОЗ, так и производные величины, задающие характеристики мгновенного вращения Земли. Поэтому в нашей работе мы будем чаще использовать аббревиатуру ПВЗ.

Заметим, что при том, что оси земной системы Gx и Gy направлены по гринвичскому меридиану и на 90° к востоку, соответственно, так называемые координаты полюса и его траектория определяются как $x = p_x$, $y = -p_y$ (y -координату инвертируют). Именно такая траектория полюса представлена на рис. 1.1 слева.

Скорость вращения Земли $\omega = \Omega(1 + m_3)$ принято параметризовать посредством m_3 – малой поправки к средней угловой скорости вращения Земли $\Omega = 7.2921150(1) \cdot 10^{-5}$ рад/сек. Связь последней со средней длительностью суток $\overline{LOD} = 86400$ сек дается выражением $\Omega = 2\pi \cdot k / \overline{LOD}$, где $k = 1.002\,737\,909\,350\,795$ – коэффициент, равный отношению продолжительности средних солнечных суток к звездным. Тогда отклонение длительности суток ΔLOD от среднего значения определяется как

$$\Delta LOD = LOD - \overline{LOD} = \frac{2\pi \cdot k}{\omega} - \frac{2\pi \cdot k}{\Omega},$$

Что можно приблизить, отбросив члены второго порядка $\sim 10^{-16} \overline{LOD}$

$$\Delta LOD = \frac{2\pi \cdot k}{\Omega(1 + m_3)} - \frac{2\pi \cdot k}{\Omega} \approx -\overline{LOD} m_3, \quad (1.1)$$

Можно также задать угол вращения Земли – интеграл от ω , непосредственно входящий в матрицу поворота

$$\theta(t) - \theta(t_0) = \int_{t_0}^t \Omega(1 + m_3) = \Omega(t - t_0) - \Omega \int_{t_0}^t \frac{\Delta LOD}{\overline{LOD}} dt. \quad (1.2)$$

Что можно переписать с использованием шкалы $UT1$, принимая $t_0 = 01/01/1958$, $UT1(t_0) = t_0$,

$$\theta(t) - \theta(t_0) = \Omega UT1 - \Omega t_0. \quad (1.3)$$

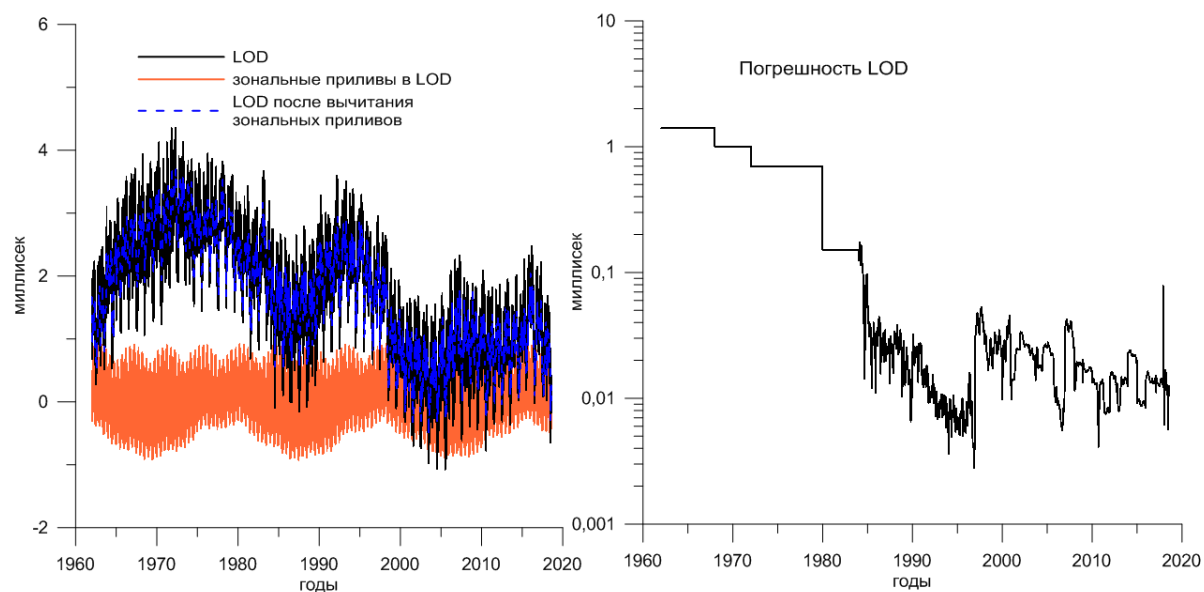


Рис. 1.4: Изменения продолжительности суток ΔLOD с 1962 года и модель МСВЗ приливных вариаций в LOD (слева); погрешность определения ΔLOD (справа).

Интеграл от LOD определяет расхождение шкал всемирного времени UT1, основанного на вращении Земли, и всемирного атомного времени TAI [81] (всемирного координированного атомного времени UTC за вычетом добавочных секунд). На рис. 1.4 слева представлен ряд ΔLOD (далее – просто LOD) с 1962 г. по данным бюллетеня EOP C04, справа показана погрешность наблюдений.

Разность UT1-UTC отражает не только неравномерность скорости вращения планеты, но и свойства шкалы UTC. В частности, поскольку секунда, установленная как стандарт времени UTC в 1972 г., чуть меньше современной $1/86400$ части средних земных суток, систематически приходится подправлять шкалу UTC, добавляя дополнительную секунду. UTC подправляется для согласия с UT1 так, чтобы рассогласование между шкалами не превышало 0.9 секунды. Это отражается на расхождении Международного атомного времени TAI и UTC, разность между которыми в 2018 году составляет 37 секунд. Напомним, что UT1 – это шкала времени, связанная с вращением Земли, а UTC – всемирное время, отличающееся от атомной шкалы TAI целым числом введенных добавочных секунд. Введение дополнительных секунд доставляет некоторые неудобства потребителям точного времени, поэтому в будущем процедуру, вероятно, пересмотрят. В этой главе мы не ставим задачу дать строгие определения всех величин, которые можно найти в конвен-

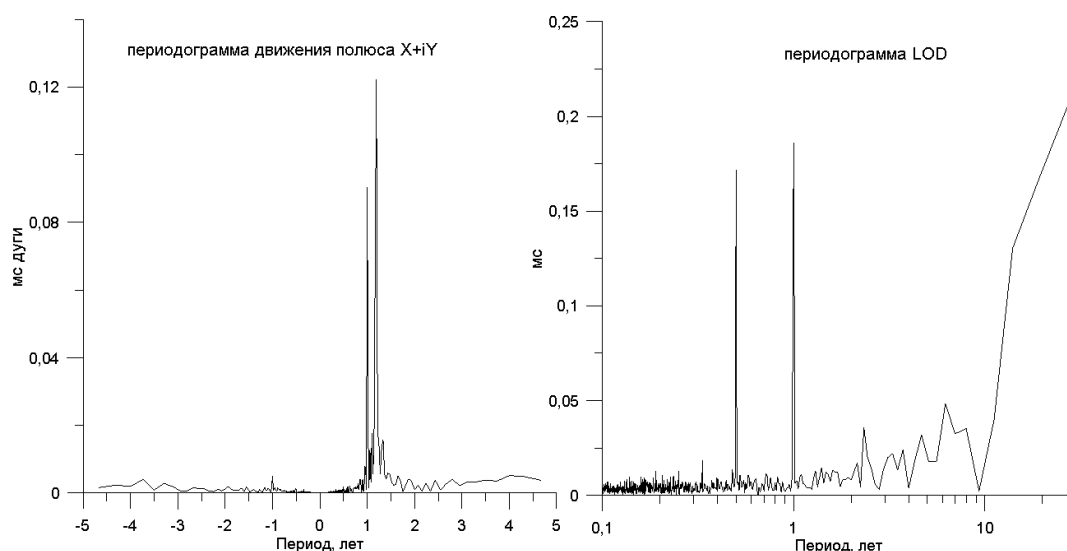


Рис. 1.5: Периодограммы движения полюса (слева) и ΔLOD (справа).

ции MCB3 [495].

Наша работа посвящена изучению некоторых компонент движения полюса и изменений длительности суток. Полные спектры для комплексного ряда $p = x_p - iy_p$ и ряда ΔLOD с 1962 г. по данным бюллетеня C04 представлены на рис. 1.5. В спектре движения полюса основными компонентами являются тренд, годовое и чандлеровское колебания на прямых частотах, которым сопутствуют менее выраженные ретроградные компоненты. В спектре LOD присутствуют годовое, полугодовое, квазидвухлетнее (~ 28 месяцев), 20-летнее колебания и множество приливных гармоник. Мы вычли модель зональных приливов IERS [495], показанную на рис. 1.4 оранжевым цветом, и получили неприливные колебания LOD (синим). Их вейвлет-скалограмма показана на рис. 1.6. На ней отлично видно, как в 1980-е годы (спустя 20 лет после 1962 г.) космические средства геодезии начали точнее регистрировать вариации LOD с недельными и суточными периодами.

Напомним в общих чертах, чем вызваны колебания полюса и скорости вращения Земли в разных частотных диапазонах.

Внутрисуточные колебания в положении полюса связаны с приливами и происходящими под действием суточного хода температуры изменениями в атмосфере и океане. Колебания от суток до нескольких лет связаны с атмосферными, океаническими, гидрологическими, криосферными процессами. Годовое колебание связано с движением Земли вокруг Солнца и вызванным этим перераспределением масс в оболочках Земли, в частности по полушариям. О чандлеровском колебании будет

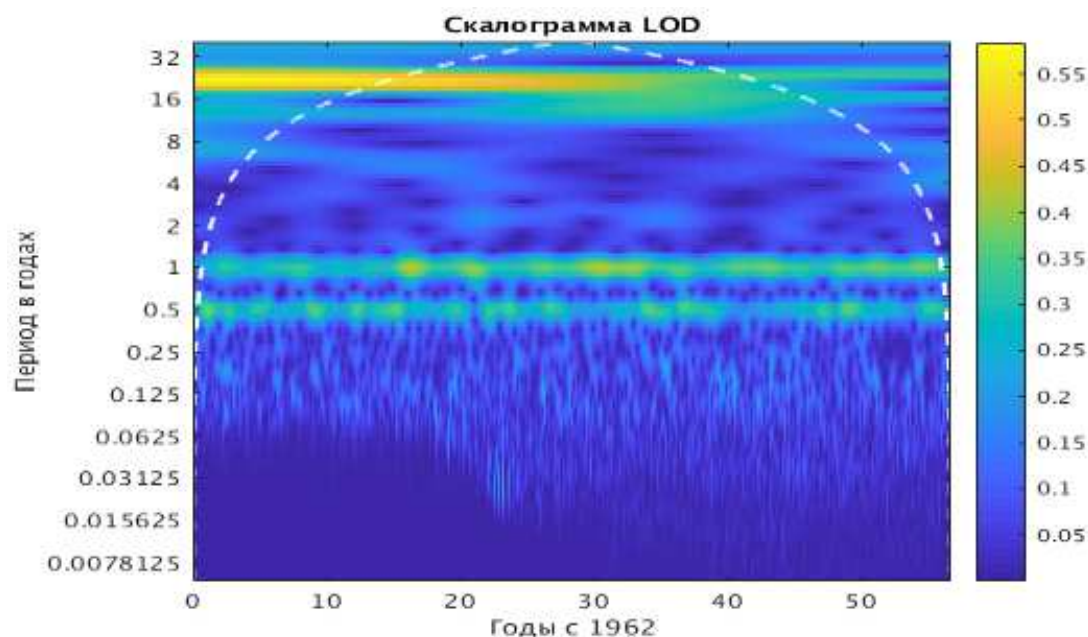
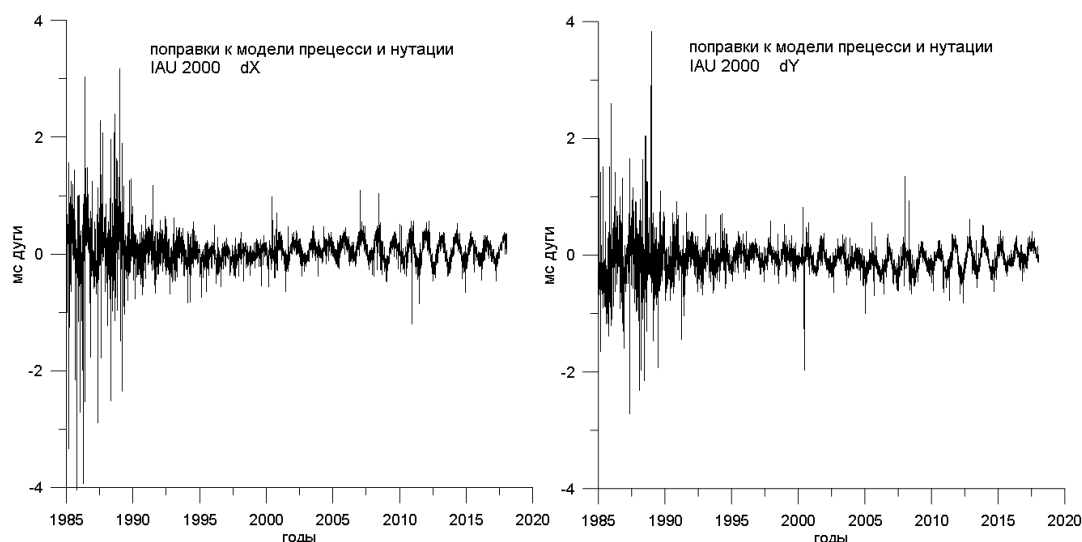


Рис. 1.6: Вейвлет-скалограмма ΔLOD после вычитания модели зональных приливов.

подробно говорить далее. Считается, что энергетики процессов в океане и атмосфере вполне достаточно для поддержания этого резонансного демпфированного колебания. Многолетний дрейф полюса и декадные колебания Марковица [378, 379] связывают с послеледниковым поднятием и перераспределением льдов и вод суши под действием климатических процессов. На периодах в десятилетия сказываются также процессы в недрах Земли, которые заявляют о себе геомагнитными джерками, слабым изменением ориентации и интенсивности магнитного поля Земли и др. Отметим любопытное совпадение эпох изменений в тренде движения полюса и минимумов амплитуды чандлеровского колебания [194].

Влияние на колебания скорости вращения Земли, помимо зональных приливов, оказывают изменения в циркуляции атмосферы и океана. Причём атмосферными процессами удастся объяснить большую часть колебаний с периодами до нескольких лет. Затруднения вызывает интерпретация декадных изменений и многолетних циклов, которые, как будет показано ниже (рис. 10.8), не только имеют некоторое сходство с поведением магнитного поля, но и антикоррелированы с температурой на Земле. Следовало бы сказать, что 6-летние, 20-летние и прочие долгопериодические колебания в LOD, за неимением достоверных объяснений, принято списывать на процессы в недрах Земли, информация о которых напрямую недоступна. Большое развитие в последнее время получила

Рис. 1.7: Отклонения небесного полюса dX , dY .

точка зрения, согласно которой 6-летнее колебание LOD, меняющаяся амплитуда которого не превышает 0.2 мс, отражает резонансную моду колебаний ядра Земли (рис. 10.10) [418].

Приведенные на рисунке 1.7 графики иллюстрируют остаточные отклонения dX , dY небесного полюса от модели прецессии-нутации IAU2000, полученные на основе обработки РСДБ-наблюдений с 1985 года. Основная компонента этого сигнала – это свободная нутация ядра FCN, с периодом около 430 суток в небесной системе координат.

Несмотря на то, что FCN наблюдаема, а соответствующий резонанс входит в модель вращения многослойной вязко-упругой Земли, сигнал FCN относят к невязкам, т.е. отклонениям наблюдений от теории прецессии и нутации. По словам В. Дехант, это связано с тем, что FCN вызвана не моментами внешних сил, а является свободным колебанием. Источники, поддерживающие FCN, ее параметры и модели исследовались в работах З. Малкина, В. Губанова, К. Ламберта, Б. Чао, Ю. Джоу, А. Бжезинского и др. [195, 263, 271, 281, 331, 357, 370, 371, 470]. Теория прецессии и нутации не является ключевой темой нашей работы, поэтому мы вынуждены отослать интересующегося читателя к работам П. Мэтьюса, Х. Киношиты, В. Дехант, Г.А. Красинского, С.Л. Пасынка и др. [71, 72, 161, 237, 353, 375].

Глава 2

Обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля

*On entre dans la ronde, on y fait quelques pas
Et on s'en va, et puis on s'en va
Le temps d'une seconde et c'est la fin du monde
Et on s'en va, on s'en va.
Joe Dassin*

2.1 Экскурс в проблему

Дифференциальные уравнения, которым подчиняется вращение Земли, должны иметь небольшую асимметрию относительно координат полюса. Это связано как с небольшой осевой асимметрией фигуры Земли в экваториальной плоскости, так и с вносящим существенный вклад и зависящим от долготы полюсным приливом. В данной главе мы предлагаем самосогласованный подход, позволяющий учесть асимметрические вклады, формулируем единое уравнение в комплексной экваториальной плоскости и находим его решение. Современные высокоточные наблюдения, в принципе, позволяют обнаружить в координатах полюса отличия от классического симметрического случая, теория которого дана в приложении А. В рамках представленного ниже формализма удаётся показать, что в геофизическом возбуждении прямое чандлеровское колебание должно сопровождаться ретроградной компонентой величиной до 2 мс дуги, что придает ему дополнительную эллиптичность. Асимметрический вклад для геодезической возбуждающей функции составляет для чандлеровского колебания величину порядка 1 мс дуги.

Как уже говорилось, в середине XVIII века известный Швейцарский ученый, много работавший в России, Леонард Эйлер, обобщил законы Ньютона на объемное вращающееся тело и вывел закон для его момента импульса [235], записав дифференциальные уравнения движения в свя-

занной с телом системе отсчета, известные как динамические уравнения Эйлера (12.6). Получив свободное от внешних сил решение однородного уравнения, он показал, что тело будет вращаться с постоянной угловой скоростью Ω . Однако, если его главные оси инерции различны $C > A$, то при отклонении оси вращения от оси инерции первая станет обращаться вокруг последней с частотой свободной прецессии $\sigma_e = \Omega (C - A)/A$ [234]. Осевой и экваториальный моменты инерции Земли отличаются на $\epsilon = (C - A)/A = 1/304.5$, так что предсказанное Эйлером колебание должно было бы иметь период ~ 305 солнечных суток.

Столетие спустя французский математик Иозеф Лиувиль обобщил уравнения Эйлера на случай не совсем твердого (деформируемого) тела [239]. Долгие поиски движения полюса Земли увенчались в 1891 успехом Чандлера, который вручную выполнил статистическую обработку большого количества оптических наблюдений различных обсерваторий [51] и выявил колебания оси с периодами год и 430 суток амплитудой около 200 мс дуги. Годовое колебание, с амплитудой примерно в два раза меньшей, оказалось лежащим на оси частот где-то между предсказанными для твердой Земли 304-суточным периодом и наблюдаемым периодом свободной прецессии. Вскоре после этого Ньюком [241] объяснил различие частот наличием обратной связи, обусловленной деформациями Земли, ее мантии и жидкой оболочки вследствие смещения полюса. Такое вполне разумное объяснение чандлеровского периода до сих пор вызывает у некоторых ученых [250] ощущение, что параметры уравнений были слегка “подогнаны” под наблюдения.

В конце 1950х годов в движении полюса (ДП) были найдены более долгопериодические компоненты меньшей амплитуды такие, как вековой тренд (4 мс дуги) и колебание Марковица (10 мс дуги) [378]. Методы космической геодезии, описанные в первой главе, дали в руки ученых еще более точные наблюдения, благодаря которым были обнаружены межгодовые колебания (10 мс дуги). Появившиеся в 80-е годы методы РСДБ и ЛЛС, позволили наблюдать быстрые флуктуации амплитудой около 1 мс дуги [261], а также суточные и полусуточные колебания.

Практически все составляющие ДП с периодами от двух суток до нескольких лет, за исключением малых колебаний амплитудой до 30 мкс дуги, вызванных действием лунно-солнечного момента сил на балдж трехосной Земли [273], были объяснены перераспределениями масс в Земле и ее оболочках – океане и атмосфере. Анализ этих геофизических эффектов стал возможен в рамках линеаризованных уравнений Эйлера-Лиувилля (12.7), одна из первых записей которых принадлежит

Г. Джеффрису [236]. Наиболее общепринятый вид (12.26) этих уравнений

$$\underbrace{m + \frac{i}{\tilde{\sigma}_c} \dot{m}}_{\text{геодезическое возбуждение}} = \underbrace{\frac{\Psi}{1 - U}}_{\text{геофизическое возбуждение}}, \quad (2.1)$$

где $m = m_1 + im_2$ – комплексные экваториальные координаты мгновенной оси вращения (два первых направляющих косинуса) в земной системе координат, освобожденные от ее различных нелинейных движений [495]; Ψ – модельное возбуждение в экваториальной плоскости; U – коэффициент, зависящий от реологических свойств Земли ($U = \tilde{k}_2/k_s \approx 0.37 - i 0.003$); и $\tilde{\sigma}_c$ – комплексная чандлеровская угловая частота, которая задается комплексным выражением

$$\tilde{\sigma}_c = \sigma_c \left(1 + \frac{i}{2Q} \right). \quad (2.2)$$

Добротность Q лежит в диапазоне 40 – 200, она ответственна за диссипацию энергии колебаний. Под левой частью (2.1) – геодезическим возбуждением, подразумевается величина, вычисляемая по наблюдаемой траектории полюса $m(t)$. Величина в правой части названа геофизическим возбуждением, его вызывают различные геофизические процессы и оно оценивается по имеющимся наблюдениям за океаном, атмосферой, водами суши и т.п. В таком приближении чандлеровское колебание не свободно, но поддерживается входным возбуждением, стоящим в правой части уравнений. И, хотя термин свободная прецессия общепринят, следует понимать, что речь идет скорее о резонансном вынужденном колебании.

Уравнения (2.1) симметричны относительно координат полюса m_1 и m_2 , т.е. геофизические возбуждения в равной степени влияют на обе координаты. В рамках такого подхода игнорируются возможные проявления зависимости от долготы, которые мы назовем анизотропными эффектами. Они обязаны своим происхождением трехосности Земли и вращательным деформациям ее оболочек [214]. Эффектами асимметрии до недавнего времени пренебрегали, так как они были меньше погрешности определения геофизических возбуждений. Мы покажем, что на современном этапе это уже не так. Классическое уравнение Лиувилля не вполне пригодны для интерпретации наблюдений, полученных на современном уровне точности, и могут вести к некоторым погрешностям в оценивании возбуждения ДП.

Влияние трехосности на высокочастотные нутации ранее исследовалась в рамках Гамильтонова подхода в работах Эскапы и Фолггей-

ры [312, 314], подход, основанный на угловом моменте, применялся в [288, 377], однако дополнительная асимметрия, вносимая океаническим полюсным приливом в океане, как отмечали еще Мунк и Мак Дональд [173], на протяжении многих лет упускалась из виду при интерпретации движения полюса.

Как известно, уникальное, вполне корректное рассмотрение обоих источников асимметрии восходит к работам Окамото и Сасао [394]. С опорой на модель трехосной вязко-упругой Земли и равновесного полюсного прилива, ими проведен анализ вызванной этими факторами эллиптичности чандлеровского движения. Такая связанная со свойствами планеты эллиптичность движения полюса названа ими собственной (*intrinsic*), в отличие от той, что вызвана асимметрией самого входного возбуждения. В свете наблюдений той эпохи, авторы [394] пришли к выводу, что наблюдаемая эллиптичность не соответствует вычисленной для использованной ими модели Земли. Эллиптическая поляризация геофизического возбуждения, вносящая основной вклад, с трудом поддавалась вычислению по наблюдениям того времени. Недавно Чжу и Гао [473] привели аргументы в пользу того, что равновесный прилив в океане также вносит вклад в поляризацию чандлеровского колебания, но их анализ был выполнен без учета роли геофизического возбуждения и трехосности. Наша цель здесь состоит не только в пересмотре подхода [394] в свете современных наблюдений. Мы независимо рассмотрим проблему и выведем теоретические формулы, которые, на наш взгляд, проще формул работы [394]. Наша модель Земли совпадает в первом приближении с моделью [394] и не учитывает влияния жидкого ядра.

Ниже мы выведем обобщенные уравнения Лиувилля для трехосной Земли, введем необходимые обозначения, проанализируем асимметрию, связанную с трехосностью, найдем решение уравнений, тем самым подготавливая почву для наблюдательного детектирования анизотропных эффектов в возбуждающей функции. Анализ возможных следствий и вычисление возбуждений в рамках новой модели будут сделаны в конце главы. Анализ возбуждений в чандлеровском диапазоне будет представлен в главе 5.

2.2 Трехосная асимметрия

Земля – это сложная механическая система, состоящая из мантии, ядра, литосферы, океана и атмосферы. При наблюдениях за вращением Земли международные службы лишь отслеживают вращение сети станций, расположенных на её твердой поверхности, освобождая наблюдения

от локальных деформаций (эффектов приливов и нагрузок). Такого рода сети лежат в основе земной системы координат, начало которой не может полностью совпадать с центром масс (см. главу 10) вследствие того, что распределение масс не привязано к Земной поверхности. Тем не менее, ниже мы предположим, что начало координат и центр масс совпадают, поскольку эффекты, вызванные малыми смещениями геоцентра (порядка см) весьма малы. Угловой момент в нашем теоретическом анализе будет удобно выразить не в Глобальной международной земной системе координат ITRS $Gxyz$ [495], а в системе, связанной с главными осями инерции мантии GTRS $Gx'y'z'$, получаемой из ITRS поворотом на постоянный угол. Перепишем уравнения Эйлера (12.5) в этой системе как

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}) = \mathbf{L}, \quad (2.3)$$

где $\mathbf{H}$, $\boldsymbol{\omega}$, $\mathbf{L}$ – вектора углового момента, вращения Земли и внешнего момента сил, соответственно, координатные представления которых даны в GTRS. С использованием штрихованных компонент положения оси вращения m'_1 и m'_2 и поправки к осевой компоненте угловой скорости m'_3 в обобщенной системе GTRS, вектор угловой скорости (12.11) запишется как $\boldsymbol{\omega} = \Omega(m'_1, m'_2, 1 + m'_3)$. Тогда уравнения (2.3) примут вид

$$\begin{aligned} \dot{H}' + i\Omega((1 + m'_3)H' - m'_3H'_3) &= L' \\ \dot{H}'_3 + \Omega(m'_1H'_2 - m'_2H'_1) &= L'_3, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где $H' = H'_1 + iH'_2$ и $L' = L'_1 + iL'_2$. А момент импульса выписывается как (жирные обозначения далее опустим)

$$H = \bar{\mathbf{I}}(t)\boldsymbol{\omega} + h, \quad (2.5)$$

где $\bar{\mathbf{I}}(t)$ меняющийся во времени тензор инерции Земли, h – относительный угловой момент, связанный с остаточной скоростью в GTRS. Мы выбрали GTRS так, чтобы она была близка к системе координат, связанной с главными осями инерции $A < B < C$ (см. таблицу 1), так что мгновенная матрица (тензор) инерции примет квази-диагональную симметрическую форму, подобную (12.12)

$$\bar{\mathbf{I}}(t) = \begin{bmatrix} A + c'_{11} & c'_{12} & c'_{13} \\ c'_{12} & B + c'_{22} & c'_{23} \\ c'_{13} & c'_{23} & C + c'_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

где величины $c'_{ij} \leq 10^{-7}A$. Обозначив относительный комплексный экваториальный угловой момент переменной $h' = h'_1 + ih'_2$, а внедиагональные

моменты инерции $c = c'_{13} + ic'_{23}$, подставляя их в (2.5), получим:

$$H' = (Am'_1 + iBm'_2 + c')\Omega + h' + \mathcal{O}(c'_{ij}m'_k)\Omega \quad (2.7a)$$

$$H'_3 = [C(1 + m'_3) + c'_{33}]\Omega + h'_3 + \mathcal{O}(c'_{ij}m'_k)\Omega. \quad (2.7b)$$

Введем $\bar{A}$ - средний экваториальный момент инерции

$$\bar{A} = \frac{A + B}{2}, \quad (2.8)$$

среднюю эллиптичность, проистекающую из двухосности

$$e = \frac{C - \bar{A}}{\bar{A}}, \quad (2.9)$$

и характеризующий трехосность коэффициент экваториального сжатия

$$e' = \frac{B - \bar{A}}{\bar{A}} = \frac{\bar{A} - A}{\bar{A}} = \frac{B - A}{A + B}. \quad (2.10)$$

Следуя подходу, разработанному Мэтьюсом и Бретаньоном ([377], уравнение 52), комплексный экваториальный угловой момент запишем в виде

$$H' = (\bar{A}m' - e'\bar{A}m'^* + c')\Omega + h' + \mathcal{O}(c'_{ij}m'_k)\Omega, \quad (2.11)$$

где m'^* – комплексное сопряжение m' . Подставляя это уравнение вместе с осевой компонентой из (2.7b) в динамические уравнения Эйлера (2.4), получим уравнения Лиувилля. На субвековых шкалах величины m_i , c_{ij} , h_i могут считаться малыми возмущениями, так что их произведениями можно пренебречь [159]. Оставляя лишь члены первого порядка, получим линеаризованные уравнения Лиувилля, экваториальная компонента которых имеет вид

$$\begin{aligned} -i\Omega^2(C - \bar{A})m' + \Omega\bar{A}\dot{m}' - ie'\Omega^2\bar{A}m'^* - e'\Omega\bar{A}\dot{m}'^* + \\ + i\Omega^2\left(c' + \frac{h'}{\Omega}\right) + \dot{c}'\Omega + \dot{h}' = L'. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Делением на $-i\Omega^2(C - \bar{A})$ записанное выше уравнение приводится к виду

$$m' + \frac{i}{\sigma_e}\dot{m}' + \frac{e'}{e}m'^* - i\frac{e'}{\sigma_e}\dot{m}'^* = \chi' - \frac{i}{\Omega}\dot{\chi}' + i\frac{L'}{\Omega^2(C - \bar{A})} \quad (2.13)$$

с Эйлеровой частотой

$$\sigma_e = \frac{C - \bar{A}}{\bar{A}}\Omega = e\Omega \quad (2.14)$$

и функцией экваториального углового момента χ' (12.18)

$$\chi' = \frac{c'}{C - \bar{A}} + \frac{h'}{(C - \bar{A})\Omega}. \quad (2.15)$$

Поскольку наблюдаемые координаты полюса и возбуждение принято относить к системе ITRS $Gxyz$, имеет смысл перейти обратно в эту систему. Выберем оси GTRS так, чтобы первая ось Gx' лежала вдоль долготы $\lambda_A = -14.92851(8) \pm 0.0010^\circ$ (см. таблицу 2.1), а средние по времени первые главные оси инерции и экваториальные плоскости совпадали. Заметим, что средние по времени главные оси инерции обеих систем ITRS и GTRS определяют, вообще говоря, различные экваториальные плоскости [288]. Однако ось GTRS так близка к главной оси инерции ITRS, что при постоянном среднем смещении порядка $\sim 5 \cdot 10^{-5}$ рад, включая смещение, связанное с величиной c'_{ij} , меньшее $5 \cdot 10^{-5} \cdot (C - A) \approx 10^{-7} A$, отличие сравнимо по величине с отброшенными членами линеаризованного уравнения (2.12) и также может быть проигнорировано.

Возвращаясь в ITRS, делаем в (2.13) замену комплексных координат $m = m'e^{i\lambda_A}$ (в соответствии с углом вращения $-\lambda_A$ переводящим Gx' в Gx). Мы также получаем $c = c'e^{i\lambda_A}$ и $h = h'e^{i\lambda_A}$ и такое же преобразование возбуждающей функции. Так что в итоге, приходим к уравнению

$$m + \frac{i}{\sigma_e} \dot{m} + \frac{e'e^{2i\lambda_A}}{e} m^* - i \frac{e'e^{2i\lambda_A}}{\sigma_e} \dot{m}^* = \chi - \frac{i}{\Omega} \dot{\chi} + i \frac{L}{\Omega^2(C - \bar{A})}. \quad (2.16)$$

Если пренебречь трехосностью e' , мы вновь вернемся к хорошо известной форме уравнений Лиувилля (12.26) для двухосной Земли ([173], раздел 6.1). Если исключить относительный угловой момент в χ , уравнение (2.16) станет эквивалентным уравнению (54а) из работы Мэтьюса и Бретаньона [377], при подстановке в него $e'e^{2i\lambda_A} \rightarrow Z$, $\chi \rightarrow \tilde{c}_3/(e\bar{A})$ и отбрасывании влияния жидкого ядра ($A_f = 0$, $\tilde{m}_f = 0$).

Заметим, что из наблюдений определяется не величина m , а координата небесного промежуточного полюса p , связанная с ней в ITRS выражением $m = p - i\dot{p}/\Omega$ [272], см. (12.17). Сравнение m с наблюдениями должно учитывать эту особенность. Ниже мы воспользуемся приближением (12.19).

2.3 Асимметрия полюсного прилива

2.3.1 Эффект вращательной деформации

Теперь рассмотрим обратную связь, возникающую вследствие вращательной деформации и полюсного прилива, меняющего уровенную поверхность твердой земли и океана. Вызывая изменения в тензоре инерции, полюсный прилив становится также источником дополнительного слагаемого в функции углового момента χ^r (см. раздел 11.4). Для твердой (не абсолютно) Земли это слагаемое принимает вид [173]

$$\chi_{solid}^r = \frac{\tilde{k}_2}{k_s} m, \quad (2.17)$$

где $\tilde{k}_2 = k_2 + i k_2 \approx 0.3(1 - i 0.01)$ – комплексное число Лява (12.24), а $k_s \approx 0.94$ – вековое число Лява.

Точно так же функция углового момента, связанная с равновесным полюсным приливом в океане, может быть представлена в виде [159, 172]

$$\chi_{ocean}^r = \frac{\tilde{k}_o}{k_s} [A_1 m_1 + A_2 m_2 + i (B_1 m_1 + B_2 m_2)], \quad (2.18)$$

где $B_1 = A_2$ и использовано введенное Бизуаром [159] эквивалентное океаническое число Лява $\tilde{k}_o = k_o + i k_o$, действительная часть которого дается выражением

$$k_o = \frac{3}{5}(1 + k_2 - h_2) \frac{\rho_o}{\rho_{\oplus}} (1 + k'_2) \approx 0.05. \quad (2.19)$$

Здесь $k_2 \approx 0.30$, $h_2 \approx 0.62$, $k'_2 \approx -0.3$, плотность воды в океане $\rho_o \approx 1035$ кг/м³, средняя плотность Земли $\rho_{\oplus} = 5500$ кг/м³. Выражение (2.19) получается вследствие наложения маски в виде океанической функции на равновесный полюсный прилив в океане путем перемножения членов сферического разложения этой маски и прилива. Модель Десаи ([298], уравнение 24) равновесного океанического прилива в таких обозначениях дает коэффициенты

$$A_1 = 0.942 \quad A_2 = -0.021 \quad B_2 = 0.746. \quad (2.20)$$

Связанное с полюсным приливом полное возбуждение, разделенное на симметрические и асимметрические компоненты, может быть записано в комплексном виде

$$\chi^r = U m + U' m^*, \quad (2.21a)$$

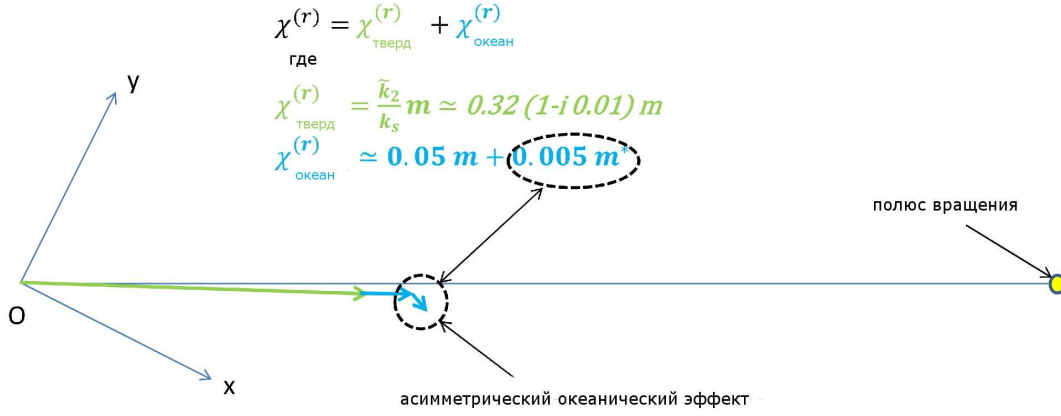


Рис. 2.1: Экваториальная функция возбуждения, вызванная полюсным приливом твердой Земли и океана. Рисунок также отражает сдвиг мгновенного полюса инерции.

где

$$\begin{aligned} U &= \frac{\tilde{k}_2}{k_s} + \frac{\tilde{k}_o}{k_s} \frac{A_1 + B_2}{2}, \\ U' &= \frac{k_o}{k_s} \frac{A_1 - B_2 + 2iA_2}{2}. \end{aligned} \quad (2.21b)$$

Численные значения коэффициентов даны в таблице 2.1. Заметим, что U определяет чандлеровскую частоту в соответствии с выражением $\tilde{\sigma}_c = \sigma_c(1 + i/2Q) \approx \sigma_e(1 - U)$, что и использовано в уравнении (2.27); мнимая часть U может быть выражена как функция добротности Q . Комплексное значение χ^r дает смещение мгновенного полюса инерции (соответствующего осевой мгновенной главной оси инерции) и представлено на рис. 2.1 в тангенциальной плоскости.

2.3.2 Обобщенные экваториальные уравнения Лиувилля в линеаризованном виде

Перемещая вращательное возбуждение (2.21) из правой части (2.16) в левую, редуцируем вращательные эффекты (полюсного прилива) и придём к записи чистого возбуждения $\Psi^{(pure)} = \chi^{pure} - \frac{i}{\Omega} \dot{\chi}^{pure}$. Экваториальное линеаризованное уравнение Лиувилля принимает при этом обобщенную комплексную форму

$$(1 - U) m + \frac{i}{\sigma_e} (1 + eU) \dot{m} - V m^* + \frac{i}{\sigma_e} e V \dot{m}^* = \Psi^{(pure)} \quad (2.22a)$$

с полным асимметрическим коэффициентом

$$V = U' - \frac{e'}{e} e^{2i\lambda_A}. \quad (2.22b)$$

Видно, что вводимая океаническим полюсным приливом (U') асимметрия частично уравнивается трехосностью (см. численные значения в таблице. 2.1). Общее выражение (2.22а) определяет *Обобщенные экваториальные линейаризованные уравнения Лиувилля*, и может быть приведено еще ближе к уравнению (19) работы Окамото и Сасао [394], в которой применен более сложный формализм. В нашем случае коэффициенты имеют следующие порядки величин:

$$\begin{aligned} U &= U_1 + i U_2 \quad \text{где } U_1 \approx 0.36, U_2 = O(e) \\ |V| &\approx e \quad (e\text{-сжатие}) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Пренебрегая асимметрическими коэффициентами, возвращаемся к классическому уравнению Эйлера-Лиувилля для двухосной Земли с симметрическим полюсным приливом

$$m(1 - U) + \frac{i}{\sigma_e} (1 + eU) \dot{m} = \Psi^{(pure)} . \quad (2.24)$$

После введения полного комплексного числа Лява $\tilde{k}$, отвечающего как за неэластичность мантии и океана, так и за диссипацию [325]

$$\tilde{k} = \tilde{k}_2 + \tilde{k}_o \frac{A_1 + B_2}{2} , \quad (2.25)$$

реологический коэффициент U , задаваемый (2.21b), принимает вид

$$U = \frac{\tilde{k}}{k_s} . \quad (2.26)$$

Откуда выводится комплексная частота свободной моды

$$\tilde{\sigma}_c = \sigma_e \frac{1 - U}{1 + eU} \approx \frac{\Omega}{482} \left(1 + \frac{i}{2Q} \right) , \quad (2.27)$$

где Q - добротность на чандлеровской частоте, согласованная с мнимой частью $\tilde{k}$. Если предположить, что движение полюса твердой Земли, состоящей из мантии и литосферы, не подвержено влиянию твердого ядра, (2.24) преобразуется к виду (см. [310])

$$m \left(1 - \frac{\tilde{k}^{(m)}}{k_s} \right) + \frac{i}{\sigma_e} \left(\frac{A_m}{A} + e \frac{\tilde{k}^{(m)}}{k_s} \right) \dot{m} = \Psi^{(pure)} , \quad (2.28)$$

где $\tilde{k}^{(m)} \approx 0.35$ – комплексное число Лява для мантии и океанов, $A_m = 7.0984 \cdot 10^{37}$ кг м² – экваториальный момент инерции мантии [375]

Таблица 2.1: Численные значения использованных величин.

Константа		Значение	Разм.	Источник
Экваториальный момент инерции	A	$8.010083(9) 10^{37}$	кг м ²	[288]
Экваториальный момент инерции	B	$8.010260(9) 10^{37}$	кг м ²	[288]
Осевой момент инерции	C	$8.036481(9) 10^{37}$	кг м ²	[288]
Динамическое сжатие	e	$3.28451 10^{-3}$		из (2.9)
Коэффициент трехосности	e'	$1.10485 10^{-5}$		из (2.10)
Экваториальный главный момент инерции мантии	A_m	$7.0984 10^{37}$	кг м ²	[288]
Долгота главной оси инерции A	λ_A	$-14.92851(8)$	°	[288]
Угловая скорость вращения Земли	Ω	$7.292115 10^{-5}$	рад с ⁻¹	IERS табл. 2.1
Число Лява (тессеральное)	k_2	0.2983		[495] табл. 6.1
Нагрузочное число Лява	k'_2	-0.3081		[495] табл. 6.4
Вековое число Лява	k_s	0.942		[173]
Второе число Лява	h_2	0.6207		[495] гл. 7.1.4
Реологический коэффициент	U	$0.36556 - i 0.353/Q$		наша работа
Коэффициент асимметрии полюсного прилива	U'	$0.00547 - i 0.00117$		наша работа
Полные коэффициент асимметрии	V	$0.00256 + i 0.00051$		наша работа

(найденные в литературе значения A_m меняются в пределах 1%), тогда угловая частота чандлеровского колебания возрастает до величины

$$\tilde{\sigma}_c = \frac{A}{A_m} \sigma_e \left(1 - \frac{\tilde{k}^{(m)}}{k_s} \right) \approx \frac{\Omega}{436} \left(1 + \frac{i}{2Q} \right), \quad (2.29)$$

вполне согласующейся с его наблюдаемым периодом 433 солнечных суток.

2.4 Решение обобщенных линеаризованных уравнений Лиувилля

2.4.1 Решение в частотной области и собственные частоты

Для комплексного движения полюса $m(t)$ обозначим Фурье-преобразование как $m(\sigma)$ (крышку опускаем), тогда образы сопряженной величины $m^*(t)$ и ее производной $\dot{m}^*(t)$ будут иметь вид $m^*(-\sigma)$ и $i\sigma m^*(-\sigma)$. Уравнение (2.22а) принимает в частотной области вид

$$\left[1 - U - \frac{\sigma}{\sigma_e} (1 + eU) \right] m(\sigma) - V \left[1 + e \frac{\sigma}{\sigma_e} \right] m^*(-\sigma) = \Psi(\sigma), \quad (2.30)$$

где $\Psi(\sigma)$ обозначает Фурье-преобразование $\Psi(t)$ (индекс “чистого” геофизического возбуждения опускаем). Заменяя частоту σ на $-\sigma$ и выполняя комплексное сопряжение уравнения (2.30), получим линейную систему с неизвестными $m(\sigma)$ и $m^*(-\sigma)$

$$\begin{aligned} \left[1 - U - \frac{\sigma}{\sigma_e}(1 + eU)\right] m(\sigma) - V \left[1 + e\frac{\sigma}{\sigma_e}\right] m^*(-\sigma) &= \Psi(\sigma) \\ \left[1 - U^* + \frac{\sigma}{\sigma_e}(1 + eU^*)\right] m^*(-\sigma) - V^* \left[1 - e\frac{\sigma}{\sigma_e}\right] m(\sigma) &= \Psi^*(-\sigma). \end{aligned} \quad (2.31)$$

Решение запишем в виде

$$m(\sigma) = -\frac{\left[1 - U^* + \frac{\sigma}{\sigma_e}(1 + eU^*)\right] \Psi(\sigma) + V(1 + e\frac{\sigma}{\sigma_e})\Psi^*(-\sigma)}{P(\sigma)}, \quad (2.32)$$

где введен полином второй степени

$$P(\sigma) = \begin{cases} [(1 + eU)(1 + eU^*) - e^2VV^*] \left(\frac{\sigma}{\sigma_e}\right)^2 + \\ + [(1 + e)(U - U^*)] \frac{\sigma}{\sigma_e} - (1 - U)(1 - U^*) + VV^* \end{cases}. \quad (2.33)$$

Дискриминант $P(x = \sigma/\sigma_e)$ равен

$$\Delta = \begin{cases} [(1 + e)(U - U^*)]^2 + \\ -4 [(1 + eU)(1 + eU^*) - e^2VV^*] [VV^* - (1 - U)(1 - U^*)] \end{cases}. \quad (2.34)$$

Из (2.23) $U - U^* = 2U_2 = O(e)$ следует

$$\Delta = 4(1 - U)(1 - U^*)(1 + eU + eU^*) + O(e^2), \quad (2.35)$$

так что корни $P(x)$ равны

$$\frac{U^* - U + O(e^2) \pm \sqrt{4(1 - U)(1 - U^*)(1 + eU + eU^*) + O(e^2)}}{2[1 + eU + eU^* + O(e^2)]}, \quad (2.36)$$

и для корней $P(\sigma)$ получаем выражения

$$\sigma_e \left(\pm \sqrt{\frac{(1 - U)(1 - U^*)}{1 + eU + eU^*}} + \frac{U^* - U}{2} + O(e^2) \right). \quad (2.37)$$

Один из них, соответствующий положительному значению корня, дает собственную частоту

$$\tilde{\sigma}_c = \sigma_e \left(\sqrt{\frac{(1-U)(1-U^*)}{1+e(U+U^*)}} + \frac{U^* - U}{2} + O(e^2) \right). \quad (2.38)$$

Она соответствует чандлеровской угловой частоте (выражение под корнем) и его демпфированию (мнимая часть за пределами корня). Второй корень

$$\tilde{\sigma}_c^- = \sigma_e \left(-\sqrt{\frac{(1-U)(1-U^*)}{1+e(U+U^*)}} + \frac{U^* - U}{2} + O(e^2) \right) \quad (2.39)$$

оказывается равен отрицательному комплексному сопряжению первого

$$\tilde{\sigma}_c^- = -\sigma_c^*. \quad (2.40)$$

Выражая действительную и мнимую части $U = U_1 + iU_2$ в (2.39), можно показать, что

$$\tilde{\sigma}_c = \sigma_e [1 - U - eU_1(1 - U_1) + O(e^2)] . \quad (2.41)$$

Заметим, что эта форма согласуется с собственной частотой симметрической части (2.30), которая равна

$$\sigma_e \frac{1 - U}{1 + eU} . \quad (2.42)$$

Наконец, записав

$$P(\sigma) = \frac{1 + e(U + U^*) + O(e^2)}{\sigma_e^2} (\sigma - \tilde{\sigma}_c)(\sigma - \tilde{\sigma}_c^-), \quad (2.43)$$

получим решение

$$m(\sigma) = -\sigma_e \frac{[\sigma_e(1 - U^*) + \sigma(1 + eU^*)] \Psi(\sigma) + V(\sigma_e + e\sigma) \Psi^*(-\sigma)}{(1 + eU + eU^*)(\sigma - \tilde{\sigma}_c)(\sigma - \tilde{\sigma}_c^-)}, \quad (2.44)$$

которое может быть разложено на множители. Пренебрегая членами второго порядка по эллиптичности, получим

$$\begin{aligned} m(\sigma) = & -\frac{\sigma_e(1-eU_1)}{\sigma-\tilde{\sigma}_c} \Psi(\sigma) - \frac{\sigma_e V(\sigma_e+e\sigma_c)}{2\sigma_c(\sigma-\tilde{\sigma}_c)} \Psi^*(-\sigma) + \\ & + \frac{\sigma_e V(\sigma_e-e\sigma_c)}{2\sigma_c(\sigma-\tilde{\sigma}_c^-)} \Psi^*(-\sigma). \end{aligned} \quad (2.45)$$

Легко видеть, что содержащая $\Psi(\sigma)$ часть есть решение симметрического уравнения Лиувилля (2.24). Асимметрический вклад при $\Psi(-\sigma)^*$ содержит двойной резонанс на σ_c и $-\sigma_c$. Его отношение к симметрической части решения имеет порядок величины $V/2$.

2.4.2 Решение во временной области

Вычисляя обратное преобразование Фурье от (2.45), получим решение во временной области

$$\begin{aligned} m &= m^+(t) + m^-(t), \quad \text{где} \\ m^+(t) &\approx \frac{-i\sigma_e}{1+eU_1} e^{i\tilde{\sigma}_c t} \int_{-\infty}^t e^{-i\tilde{\sigma}_c \tau} \left[\Psi(\tau) + \frac{V(\sigma_e + e\sigma_c)}{2\sigma_c} \Psi^*(\tau) \right] d\tau \\ m^-(t) &\approx \frac{i\sigma_e}{2\sigma_c} V(\sigma_e - e\sigma_c) e^{i\tilde{\sigma}_c^- t} \int_{-\infty}^t e^{-i\tilde{\sigma}_c^- \tau} \Psi^*(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Общее решение для симметрической части (2.22a) имеет вид

$$\frac{-i\sigma_e}{1+eU} e^{i\tilde{\sigma}_c t} \int_{-\infty}^t e^{-i\tilde{\sigma}_c \tau} \Psi(\tau) d\tau, \quad (2.47)$$

оно включено в член $m^+(t)$. Другие вклады отражают асимметрические эффекты. Решения для них могут быть получены напрямую, без каких-либо дополнительных предположений, за исключением интегрируемости $\Psi(t)$, посредством решения системы, состоящей из дифференциального уравнения первого порядка (2.22a) и комплексно-сопряженного к нему уравнения. Используя матричные обозначения $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}(t)$, где $\mathbf{X} = (m, m^*)$, а составляющая $\mathbf{B}(t) = \mathbf{F}\Psi$ связана с возбуждением (см. приложение А), можно получить свободные моды и общее решение, эквивалентное (2.46).

2.4.3 Влияние на вынужденную нутацию на частоте σ_0

Положим $\Psi(t) = \Psi_0 e^{i\sigma_0 t}$ – круговое возбуждение на частоте σ_0 . Фурье преобразование для него принимает вид

$$\Psi(\sigma) = 2\pi\delta(\sigma - \sigma_0)\Psi_0, \quad (2.48)$$

где $\delta(\sigma - \sigma_0)$ – функция Дирака. Подставляя это уравнение в (2.44), получаем

$$m_{\sigma_0}(\sigma) = m_0^+(\sigma) + m_0^-(\sigma), \quad (2.49a)$$

с компонентами

$$\begin{aligned} m_0^+(\sigma) &= -2\pi\Psi_0 \frac{\sigma_e(1-eU_1)}{\sigma-\tilde{\sigma}_c} \delta(\sigma - \sigma_0), \\ m_0^-(\sigma) &= 2\pi\Psi_0^* \frac{\sigma_e V}{2\sigma_c} \left(-\frac{\sigma_e+e\sigma_c}{\sigma-\tilde{\sigma}_c} + \frac{\sigma_e-e\sigma_c}{\sigma-\tilde{\sigma}_c} \right) \delta(-\sigma - \sigma_0). \end{aligned} \quad (2.49b)$$

Выполняя обратное преобразование Фурье, получаем движение полюса во временной области

$$m_{\sigma_0}(t) = m_0^+ e^{i\sigma_0 t} + m_0^- e^{-i\sigma_0 t}, \quad (2.50a)$$

с составляющими

$$\begin{aligned} m_0^+ &= -\Psi_0 \frac{\sigma_e(1-eU_1)}{\sigma_0-\tilde{\sigma}_c}, \\ m_0^- &= \Psi_0^* \frac{\sigma_e V}{2\sigma_c} \left(-\frac{\sigma_e+e\sigma_c}{\sigma_0-\tilde{\sigma}_c} + \frac{\sigma_e-e\sigma_c}{\sigma_0-\tilde{\sigma}_c} \right). \end{aligned} \quad (2.50b)$$

Это решение сходно с полученным в [377], где показано, что трехосность связывает амплитуду любой прямой (проградной) составляющей колебания с соответствующей обратной (ретроградной).

2.5 Наблюдательные следствия

В свете полученного выше решения, рассмотрим, в какой степени асимметрия может влиять на движение полюса и его интерпретацию.

2.5.1 Симметрический и асимметрический отклик на круговое возбуждение на заданной частоте

В соответствии с (2.50) круговое возбуждение на частоте σ_0 вызывает круговую компоненту движения полюса на обратной частоте, что ведет к эллиптичности траектории полюса. В первую очередь вклад вносит общий член $m_0^+(t)$ с единственным резонансом на чандлеровской частоте $\tilde{\sigma}_c$, ему соответствует движение полюса на частотах возбуждения. Дополнительный вклад на обратной частоте $-\sigma_0$ обусловлен членом $m_0^-(t)$

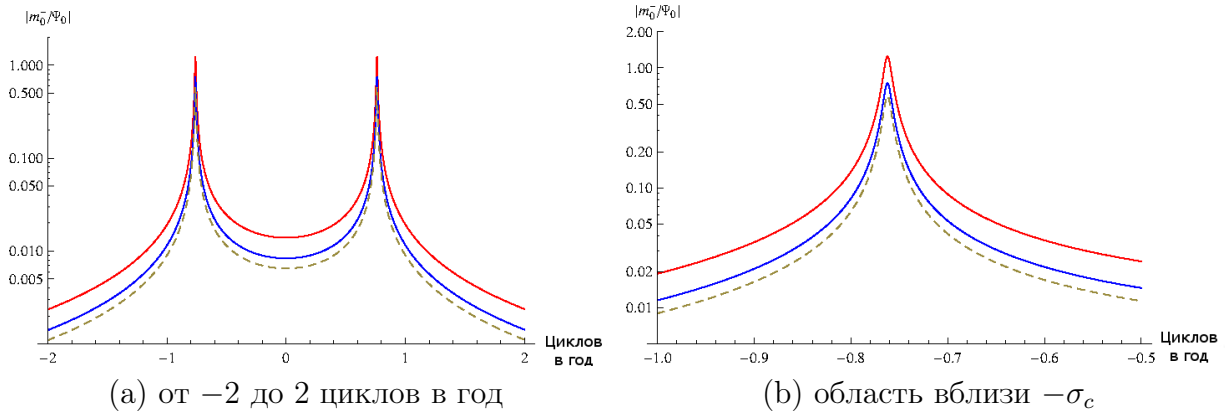


Рис. 2.2: Отношение $|m_0^-/\Psi_0|$ как функция частоты возбуждения для трех асимметрических случаев: а) только асимметрического полюсного прилива (красным), б) только трехосности (синим), в) комбинированного эффекта (пунктиром). Заметен двойной резонанс на чандлеровской и на противоположной ей частотах.

с двойным резонансом на чандлеровской и на обратной к ней частоте, он имеет величину, существенно уменьшенную числителем V в (2.50b).

На рис. 2.2 мы построили амплитуду и фазу отношения m_0^-/Ψ_0 в трех асимметрических случаях: а) для асимметрического полюсного прилива без трехосности (отбрасывая e' в V), б) для симметрического полюсного прилива (обнуляя U' в V) в случае трехосности, в) для комбинированного эффекта (учитывающего e' и U'). При том, что асимметрический вклад океанического полюсного прилива велик (более 1.5 на $-\sigma_c$ или σ_c), он скомпенсирован рассогласованным по фазе эффектом трехосности, так что комбинированный вклад достигает лишь значения 0.6 на $-\sigma_c$ или σ_c . К примеру, если свести свободную моду в возбуждении к единственной гармонике амплитудой 1 мс дуги [10], отклик асимметрической или ретроградной компоненты на чандлеровской частоте составит примерно 1 мс дуги (см. главу 5). Следует заметить, что для больших значений добротности, отношение $|m_0^-/\Psi_0|$ может достигать больших значений. Например, при значении $Q = 180$, предложенном в ходе анализа рядов координат полюса, включающих оптические наблюдения за ~ 100 лет в работе Р. Гросса [329], это отношение на частоте σ_c достигает двух.

Возбуждение на годовой частоте в прямом и обратном диапазонах частот, примерно равное 10 мс дуги [422], вызывает асимметрический вклад порядка $0.01 \cdot 10 = 0.1$ мс дуги. Для многолетнего возбуждения также можно сделать некоторые выводы. С другой стороны, для пери-

одов менее 100 дней, быстрые флуктуации возбуждения с амплитудами до 10 мс дуги [261] дают пренебрежимо малый асимметрический вклад, необнаружимый в рамках имеющейся точности наблюдений.

2.5.2 Собственная эллиптичность

Модуль отношения асимметрического вклада m_0^- к классическому m_0^+ дается соотношением

$$|m_0^-/m_0^+| = \left| \frac{V(\sigma_e - \sigma_0 e)}{\sigma_0 + \tilde{\sigma}_c} \right|. \quad (2.51)$$

Для трех вышеназванных случаев это отношение представлено на рис. 2.3а как функция частоты. Оно определяет собственную (intrinsic) эллиптичность движения полюса на частоте σ_0 , определяемую относительной разностью большой и малой полуосей эллипса

$$E = \frac{|m_0^+| + |m_0^-| - (||m_0^+| - |m_0^-||)}{|m_0^+| + |m_0^-|}. \quad (2.52)$$

На рис. 2.3b дано отношение амплитуд $|m_0^-/m_0^+|$ при добротности на чандлеровской частоте $Q = 100$. Отношение принимает максимальное значение 1.5 на $-\sigma_c$, но уменьшается до 0.003 на $+\sigma_c$ (для полного асимметрического эффекта). В среднем отношение меньше 0.05. Соответствующая собственная эллиптическая поляризация больше в ретроградном диапазоне, с максимумом на $-\sigma_c$ (почти 1), но для основных прямых гармоник движения полюса (365- и 433 -суточной) оно, как видно из рис. 2.3b, составляет меньше 1%.

Полное движение полюса на частоте σ_0 также включает составляющую, источником которой является групповое возбуждение на противоположной частоте $\sigma'_0 = -\sigma_0$ с комплексной амплитудой Ψ'_0 . Согласно (2.50) она приводит к эллиптичности:

$$\begin{aligned} m'_{\sigma_0}(t) &= m_0^{+'} e^{-i\sigma_0 t} + m_0^{-'} e^{i\sigma_0 t}, \\ m_0^{+'} &= \Psi_0' \frac{\sigma_e}{\sigma_0 + \tilde{\sigma}_c}, \quad m_0^{-'} = -\Psi_0^{*'} \frac{\sigma_e V(\sigma_e + \sigma_0 e)}{(\sigma_0 - \tilde{\sigma}_c)(\sigma_0 - \tilde{\sigma}_c)}, \end{aligned} \quad (2.53)$$

так что полное эллиптическое движение полюса на частоте σ_0 определя-

ется величиной

$$\begin{aligned}
 m_{\sigma_0}^{tot}(t) &= m_{\sigma_0}(t) + m'_{\sigma_0}(t) \\
 &= - \left(\Psi_0 \frac{\sigma_e}{\sigma_0 - \tilde{\sigma}_c} + \Psi_0^* \frac{\sigma_e V(\sigma_e + \sigma_0 e)}{(\sigma_0 - \tilde{\sigma}_c)(\sigma_0 - \tilde{\sigma}_c^-)} \right) e^{i\sigma_0 t} + \\
 &\quad + \left(\Psi_0' \frac{\sigma_e}{\sigma_0 + \tilde{\sigma}_c} - \Psi_0^* \frac{\sigma_e V(\sigma_e - \sigma_0 e)}{(\sigma_0 + \tilde{\sigma}_c)(\sigma_0 + \tilde{\sigma}_c^-)} \right) e^{-i\sigma_0 t},
 \end{aligned} \tag{2.54}$$

откуда видно, что асимметрический эффект, связанный с коэффициентом V , не может быть отделен от гармоник движения полюса без априорной информации или гипотез о геофизическом возбуждении (о соотношении комплексных амплитуд Ψ_0 и Ψ_0'). Словами Окамото и Сасао [394], собственная эллиптическая поляризация трудно отличима от поляризации геофизического возбуждения. Вне чандлеровских частот эффектом демпфирования можно пренебречь, и вызванная геофизическим возбуждением эллиптическая поляризация дается выражением

$$\begin{aligned}
 m_{\sigma_0}^{tot}(t) \approx & - \left(\Psi_0 \frac{\sigma_e}{\sigma_0 - \sigma_c} + \Psi_0^* \frac{\sigma_e V(\sigma_e + \sigma_0 e)}{(\sigma_0 - \sigma_c)(\sigma_0 + \sigma_c)} \right) e^{i\sigma_0 t} + \\
 & + \left(\Psi_0' \frac{\sigma_e}{\sigma_0 + \sigma_c} - \Psi_0^* \frac{\sigma_e V(\sigma_e - \sigma_0 e)}{(\sigma_0 + \sigma_c)(\sigma_0 - \sigma_c)} \right) e^{-i\sigma_0 t}.
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

На сезонных шкалах движение полюса в основном вызвано гидро-атмосферным возбуждением и может быть смоделировано с точностью порядка 1 мс дуги [159]. Как видно из представленных соотношений, связанные с коэффициентом V асимметрические возмущения составят порядка 1/10 миллисекунды, так что их рассмотрение не улучшит имеющийся на сегодня бюджет наблюдаемого годового движения полюса.

2.5.3 Численные оценки величин асимметрического вклада во временной области.

Любопытные оценки можно получить во временной области, вычислив асимметрические члены (2.46), зависящие от V . Мы выполнили интегрирование атмосферного и океанического углового момента на промежутке 1980-2011 гг., используя данные Центра глобальных геофизических флюидов IERS [496]. С добротностью порядка $Q = 170$, эффект, представленный на рис. 2.4, составил по амплитуде порядка 1 мс дуги, и в основном оказался связан с чандлеровской компонентой и чуть меньшей по амплитуде годовой (см. спектр на рис. 2.4). Оценки порядка величин подтверждают сделанные выше выводы.

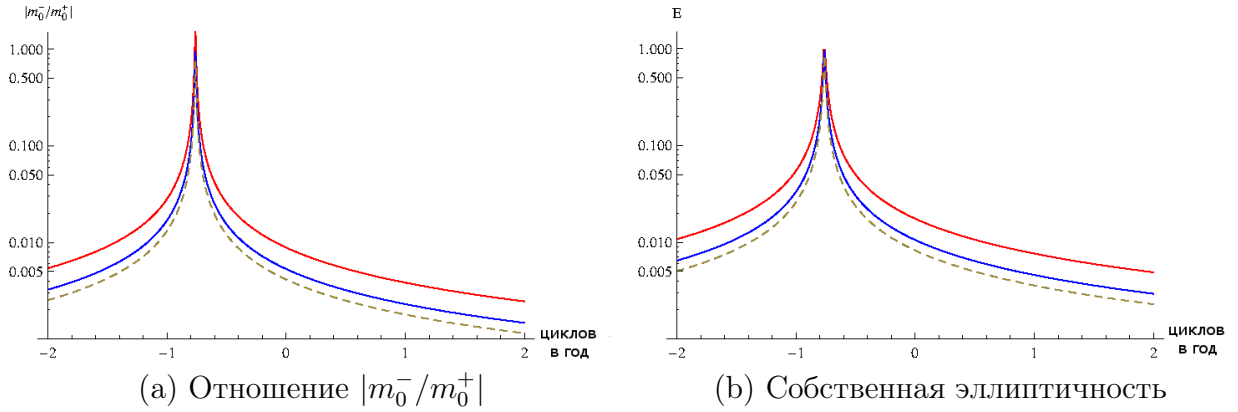


Рис. 2.3: Амплитуда отношения m_0^-/m_0^+ (а) и собственная эллиптичность движения полюса E как функции частоты (б) для трех случаев: а) только асимметрического полюсного прилива (красная линия), б) только трехосности (синяя линия), в) комбинированного эффекта (пунктирная линия).

2.5.4 Следствия для геодезического возбуждения

В отличие от движения полюса, наблюдаемое геодезическое возбуждение сильно анизотропно. Чтобы обеспечить согласие с принятыми определениями, будем называть геодезическим возбуждением (2.1) “обобщенное” геодезическое возбуждение в правой части (2.22а), деленное на $1 - U$. Оно может быть разложено на симметрическую и асимметрическую части

$$\begin{aligned}\Psi_G^{sym}(t) &= m + \frac{i}{\sigma_e(1-U)} (1 + eU) \dot{m} \approx m + \frac{i}{\sigma_e} \dot{m} , \\ \Psi_G^{asym}(t) &= \frac{-Vm^* + \frac{i}{\sigma_e} eV\dot{m}^*}{1-U} .\end{aligned}\tag{2.56}$$

В частотной области имеем

$$\Psi_G^{asym}(\sigma) = -V \frac{1 + \frac{\sigma}{\sigma_e} e}{1 - U} m^*(-\sigma) .\tag{2.57}$$

Поскольку прямая чандлеровская и годовая составляющие доминируют в спектре, из выражения выше следует, что функция асимметрического возбуждения в основном состоит из ретроградных членов с периодами 365 и 433 суток. Можно видеть, что по порядку величины они составляют 1 мс дуги (при типичной амплитуде чандлеровского возбуждении 200 мс дуги). Более точные оценки для рядов наблюдений за координатами

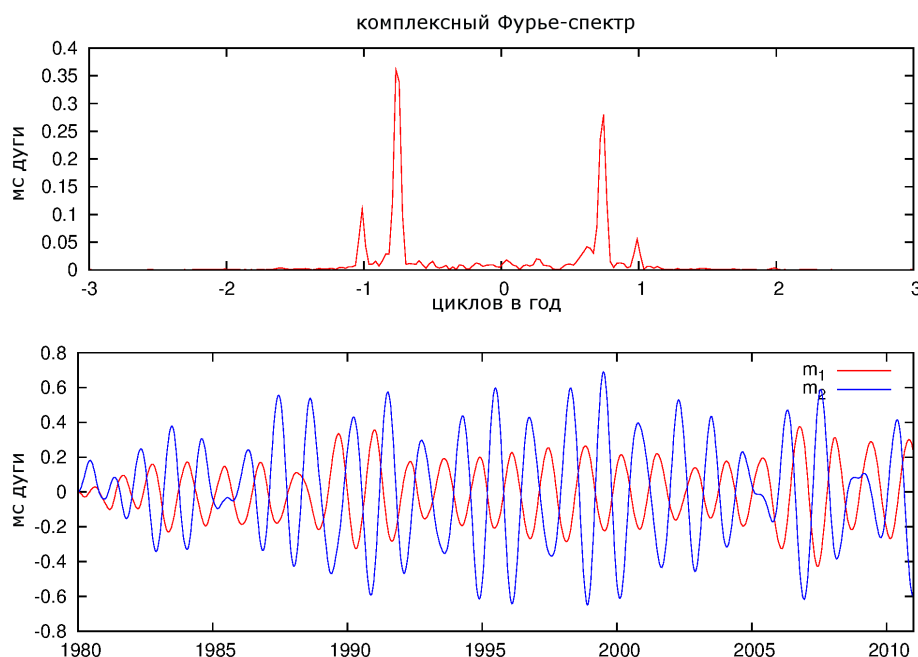


Рис. 2.4: Асимметрическое возмущение движение полюса, оцененное по функциям атмосферного (модель ECMWF) и океанического (модель ОМСТ) углового момента.

полюса [499], полученные с использованием цифрового фильтра, показаны на рис. 2.5 на интервале 1990-2012 гг. Анализ данных с 1842 года выполнен в главе 5. Чтобы проиллюстрировать наблюдательные следствия, сопоставим выделенные возмущения с обычным геодезическим возбуждением на тех же периодах. Выделим его посредством цифрового фильтра Вилсона (3.4) [452] с параметром, соответствующим чандлеровской частоте (2.56). Асимметрические компоненты в координатах полюса x и y , как показано на рис. 2.5, имеют вариации с амплитудой до 1 мс дуги, что немало даже по сравнению с симметрическим геодезическим возбуждением в сезонном диапазоне частот (10-20 мс дуги). Такие пертурбации могут повлиять на интерпретацию движения полюса в ретроградном сезонном диапазоне.

2.6 Выводы и замечания

Анизотропный полюсный прилив и, в меньшей степени, трехосность Земли нарушают симметрию экваториальных линеаризованных уравнений Лиувилля. В пренебрежении влиянием жидкого ядра, их согласованное рассмотрение ведет к обобщенным уравнениям Лиувилля, элегантно

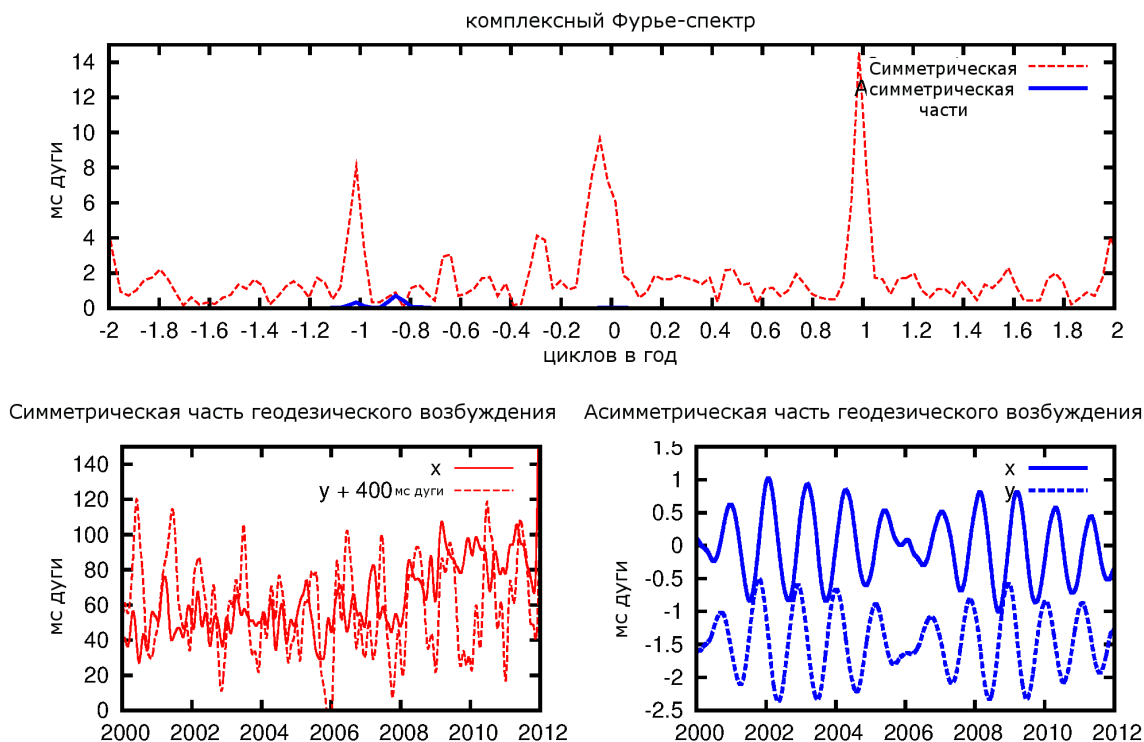


Рис. 2.5: Асимметрическая и обычная симметрическая части геодезического возбуждения с 2000 по 2012 гг., оцененные по рядам движения полюса IERS C04 (внизу). Соответствующий комплексный Фурье-спектр (вверху) на интервале 1980-2012 гг., который показывает, что асимметрическая компонента в основном состоит из ретроградной составляющей на годовом (365 дней) и чандлеровском (433 дней) периодах и амплитудой порядка 1 мс дуги, комбинация этих частот ответственна за 6.4-летние биения во времени.

разделяющим симметрические и асимметрические компоненты, формализм которых проще, чем в работе [394]. Мы получили общее решение этих уравнений, введя вторичный резонанс для кругового движения на ретроградной чандлеровской частоте. Мы также попытались охарактеризовать наблюдательные проявления асимметрии. Заданное круговое возбуждение вызывает движение полюса с эллиптичностью, достигающей единицы в окрестности отрицательной чандлеровской частоты. Однако эллиптическая поляризация основной (прямой) круговой компоненты остается малой (1%), и трудно отделима от эллиптичности, присущей самому возбуждению. Мы не первые показали (см. например [377]), что трехосность связывает амплитуду любого кругового движения с движе-

нием на противоположной частоте, но наше исследование обосновывает то, что основной вклад при этом даёт океанический полюсный прилив, а трехосность уравнивает примерно половину этого эффекта.

Асимметрия меняет геодезическое возбуждение на величину порядка 1 мс дуги, что составляет до 10% изменчивости обычного симметрического возбуждения в прямом сезонном диапазоне. Учитывая точность современных наблюдений, достигающую 0.1 мс дуги, соответствующие отклонения в геодезическом возбуждении значимы и должны учитываться. Если асимметрические эффекты подтвердятся, то для анализа возбуждения в сезонном диапазоне частот потребуется перейти от обычных уравнений Лиувилля к обобщенным.

Наше исследование имеет некоторые ограничения. Так, точность моделирования океанического полюсного прилива (предполагаемого здесь равновесным), играющего ключевую роль, пока недостаточна. Мы наложили маску (океаническую функцию) на океанический прилив, считая его на больших частотах вполне равновесным. Реальные наблюдения полюсного прилива в океане, например, по данным альтиметрии (см. главу 9), могли бы привести к существенным уточнениям модели. Мы воспользовались всего лишь однослойной моделью Земли, и наш результат не вполне удовлетворяет наблюдаемому значению чандлеровского периода. Для более реалистичного анализа наблюдений требуется учесть влияние жидкого внешнего и твердого внутреннего ядер. В рамках трехслойной модели чандлеровский период станет еще ближе к наблюдаемому. Поскольку это приблизит резонанс к годовому периоду, асимметрические возмущения годового колебания возрастут. Представленные здесь результаты следует считать скорее предварительными на пути совершенствования модели, которая должна улучшить численное согласие между геодезическим и геофизическим возбуждениями.

Глава 3

Методика решения обратной задачи восстановления входного чандлеровского возбуждения

*Другие смелые путешественники в будущем
еще восполнят детали нашей планеты,
но в основном её форма определена Магелланом.
С. Цвейг, “Подвиг Магеллана”*

3.1 Решение обратной задачи восстановления чандлеровского возбуждения

Чандлеровское колебание, амплитуда которого достигает 0.2 угловой секунды, представляет собой одну из важнейших компонент в движении полюса (ДП). Как резонансное колебание неупругой Земли [172, 177] оно должно убывать за характерное время около ~ 50 лет в отсутствие возбуждения [329]. Тот факт, что чандлеровское колебание сохраняется, объясняется поступающим от атмосферы и океана возбуждением [268, 269, 270, 330, 420]. Дополнительный вклад вносят гидрологические процессы [364, 388]. В доказательство приводят корреляции между чандлеровским геодезическим (восстановленным по ДП) и геофизическим (вычисленным по наблюдениям за геофизическими процессами) возбуждениями, реже – между самим чандлеровским движением полюса (ЧДП) и изменчивостью проинтегрированного углового момента атмосферы и океана [260]. В данной главе мы попробуем воспроизвести такого рода доказательства, основанные на сравнении геодезического и геофизического возбуждений, а также выделим некоторые ранее не известные особенности. Поскольку годовой период близок к чандлеровскому, достаточно сложно выделить возбуждение, ответственное именно за ЧДП.

Для сравнения с ним, геофизическое возбуждение также требуется отфильтровать в этом диапазоне.

Вообще говоря, восстановление узкополосного чандлеровского возбуждения по наблюдениям за ДП – обратная задача, решение которой особенно затруднено резонансной природой чандлеровского колебания и должно опираться на методики решения обратных задач [112, 178, 26].

Вновь запишем комплексное уравнение Эйлера-Лиувилля (2.1, 12.29) для движения полюса

$$\frac{i}{\sigma_c} \frac{dp(t)}{dt} + p(t) = \chi^{tot}(t), \quad (3.1)$$

где комплексная чандлеровская частота $\sigma_c = 2\pi f_c(1 + i/2Q)$ зависит от действительной чандлеровской частоты f_c и добротности Q . В данной диссертации, если не оговорено иное, мы воспользовались для них значениями $f_c = 0.843$ цикла в год, $Q = 100$. В левой части (3.1) стоят комплексные величины $p = p_1 + ip_2 \approx x_p - iy_p$, задающие движение полюса, где x_p, y_p – его координаты в Земной системе. В правой части стоит комплексное возбуждение (эффективная функция углового момента) $\chi^{tot} = \chi_1^{tot} + i\chi_2^{tot}$, зависящее от компонент тензора инерции Земли, их возмущений, относительных моментов количества движения и средней скорости вращения Земли $\Omega = 7.292 \cdot 10^{-5}$ рад/с (см. приложение А).

При входном воздействии χ^{tot} решение уравнения (3.1) имеет вид

$$p(t) = e^{i\sigma_c t} p_0(t_0) - i\sigma_c \int_{t_0}^t \chi^{tot}(\tau) e^{i\sigma_c(t-\tau)} d\tau,$$

где $p_0(t_0)$ – константа, определяющаяся начальными условиями. Влияние начальных условий для устойчивой системы со временем ($t_0 \rightarrow -\infty$) сходит на нет, и траектория полюса определяется частным решением неоднородной системы, имеющим вид интеграла-свертки. Т.о., движение полюсов Земли есть ни что иное, как сглаженное входное воздействие $\chi^{tot}(t)$. Соответствующий фильтр может быть охарактеризован импульсной характеристикой

$$h(t) = -i\sigma_c e^{i\sigma_c t}, \quad (3.2)$$

или передаточной функцией

$$W(p) = \frac{\sigma_c}{ip + \sigma_c}, \quad (3.3)$$

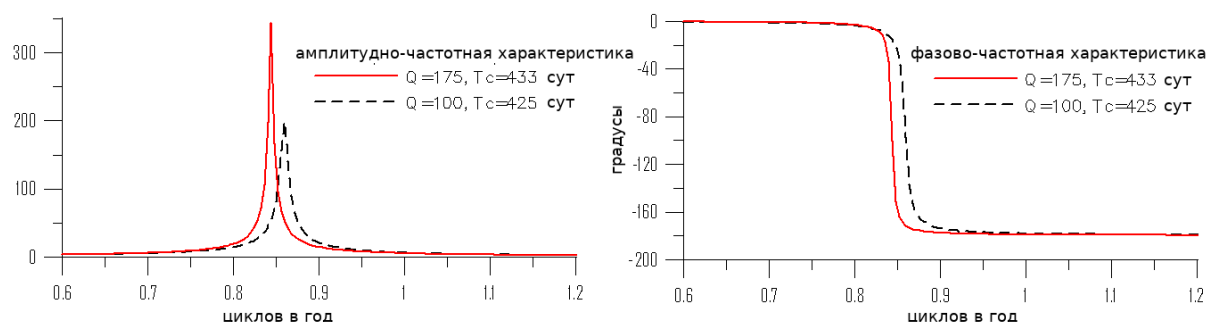


Рис. 3.1: АЧХ (а) и ФЧХ (б) системы (3.1) для двух значений чандлеровского периода T_c и добротности Q .

в которой стоит комплексная переменная p (не путать с ДП). Если подставить $p = i\omega$, мы получим амплитудно-фазовую частотную характеристику, модуль которой, АЧХ, представлен на рисунке 3.1 слева, а фаза – ФЧХ системы (3.1) – справа для двух разных значений добротности Q и чандлеровского периода $T_c = 365/f_c$. Хорошо заметно усиление передачи вблизи f_c и скачок фазы – свойства резонанса.

Итак, задача восстановления возбуждающих функций по движению полюса Земли является некорректно поставленной. Это видно уже из того, что она содержит операцию дифференцирования наблюдений (3.1). Особенно сложно её решение вблизи резонанса. Для этого необходима корректирующая процедура. Для выделения чандлеровского возбуждения необходимо освободиться от влияния компонент на соседних частотах, в т.ч. от годового колебания и шумов.

Еще в первой диссертации [51] автор разделил тренд движения полюса, чандлеровскую и годовую компоненту методом сингулярного спектрального анализа (ССА). Однако прямые и ретроградные компоненты оказались при этом смешаны. Тогда к данным по ДП с 1846 г. из бюллетеня ЕОР С01 МСВЗ был применен комплексный ССА. Этот метод позволил не только разделить компоненты, но и избавиться от ретроградного вклада в ЧДП, который отошел к отдельной главной компоненте. Полученные с его помощью основные компоненты ДП представлены на рис. 3.2 справа. Выделенная таким образом чандлеровская компонента показана красным и может быть использована для получения соответствующего геодезического возбуждения.

Полученное ЧДП оказалось близко к результатам, полученным другими авторами [323, 372, 445], однако нами использован весьма продолжительный ряд, погрешности которого в XIX веке достигают $0.1''$. Ниже мы обсудим точность восстановления ЧДП. Для получения чандлеров-

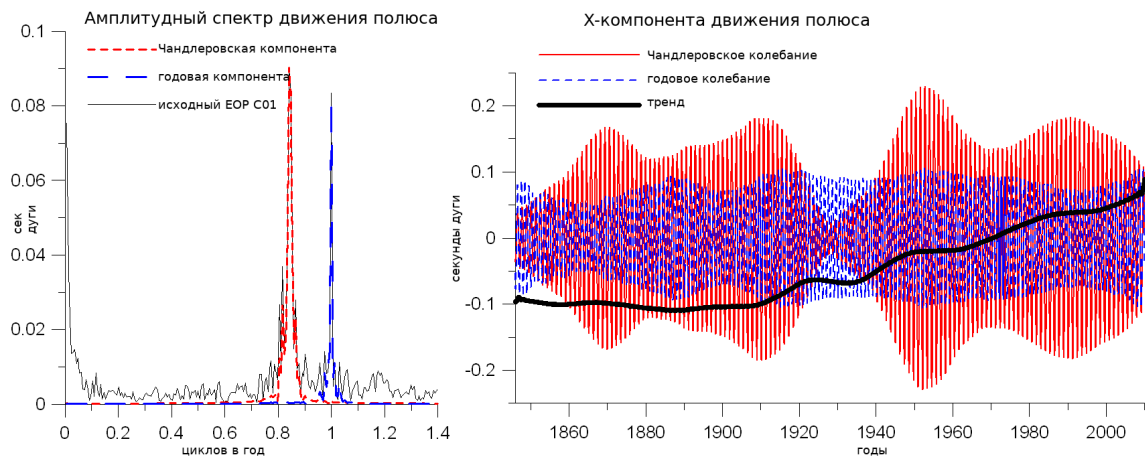


Рис. 3.2: Спектры движения полюса (слева) и его компоненты (х-координата), полученные комплексным ССА (справа).

ского возбуждения мы применили следующие три методики [10, 11]:

а) Выделенная комплексным ССА чандлеровская компонента была обработана фильтром Вилсона, аппроксимирующим инверсный оператор

$$\chi(t) = \frac{ie^{-i\pi f_c \Delta t}}{\sigma_c \Delta t} \left[p_{t+\frac{\Delta t}{2}} - e^{i\sigma_c \Delta t} p_{t-\frac{\Delta t}{2}} \right], \quad (3.4)$$

где $\Delta t/2$ – шаг между наблюдениями (0.05 года).

б) В частотной области к данным по ДП применена корректирующая фильтрация Пантелеева (см. приложение В), основанная на фильтре (12.76), центрированном на чандлеровской частоте с параметром ширины фильтра $f_0 = \omega_0/(2\pi) = 0.04 \text{ лет}^{-1}$, выбранным так, чтобы нижние и верхние частоты, включая годовую, подавлялись. Формулы такого полосового фильтра Пантелеева, послужившего основой для корректирующего фильтра, включающего процедуру обращения, представлены ниже (3.9, 3.10).

в) После вычитания годовой компоненты, подобранной МНК [128, 169], выполнена регуляризация в частотной области с использованием выражения (12.75)

$$W_{reg}(\omega) = \frac{W^*(\omega)}{W^*(\omega)W(\omega) + \alpha}, \quad (3.5)$$

где передаточная функция W от ω определяется выражением (3.3) при $p = i\omega$ после поворота комплексной плоскости. Параметр регуляризации $\alpha = 500$ подобран так, чтобы результат был близок к полученному методами а) и б).

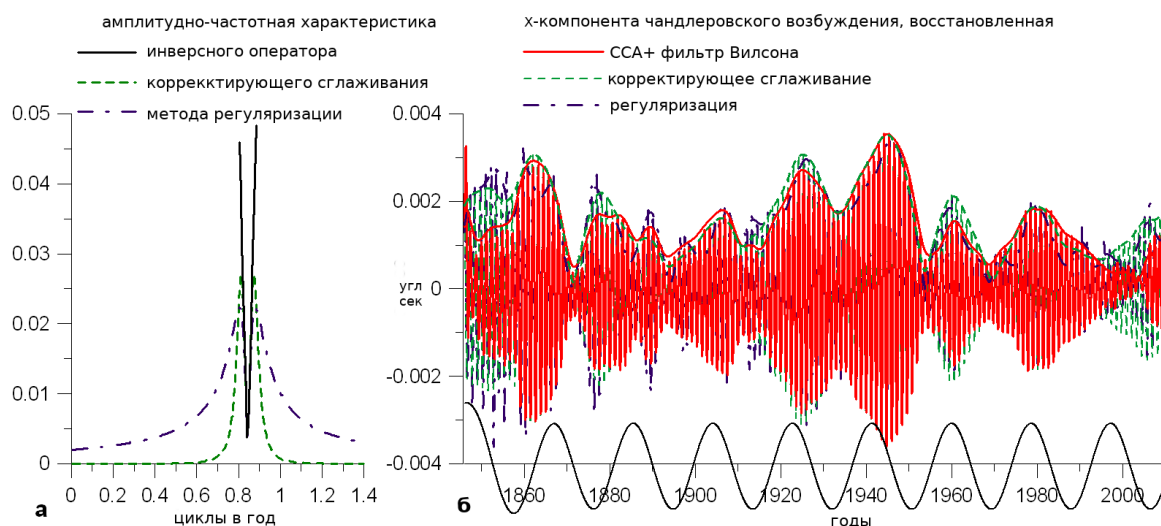


Рис. 3.3: АЧХ инверсных операторов (а) и результат восстановления чандлеровского возбуждения (б). Вдоль абсцисс показана волна 18.6-летнего прилива.

На рис. 3.3а представлены АЧХ трех названных методов. Результаты восстановления чандлеровского возбуждения представлены на рис. 3.3б для x -координаты полюса. Здесь и далее мы представляем такого рода графики лишь для x -компоненты, поскольку исследуемый сигнал круговой, огибающие совпадают, и y -компонента отличается только сдвигом несущей частоты Чандлера на $\pi/2$ (109 суток). Все три метода дали схожие результаты. В полученном возбуждении наблюдаются амплитудные модуляции с периодом около 20 лет. Нами было замечено их некоторое сходство с 18.6-летним циклом регрессии узлов орбиты Луны. Для сравнения под кривой возбуждения на рис. 3.3б вдоль оси абсцисс приведена 18.6-летняя волна из модели МСВЗ для зонального прилива в LOD с рис. 1.4. Она отражает ход прецессии Луны и задает на графике временной масштаб.

3.2 О погрешности выделения чандлеровской компоненты

Различные методы, такие как обрезание сингулярных чисел [155], регуляризация Тихонова [151, 178] и корректирующая фильтрация Пантелеева [395], применённые к ДП [26, 10, 43], позволяют выделить возбуждение для чандлеровской резонансной моды, т.е. найти псевдорешение поставленной обратной задачи [27]. Все три метода базируются на выде-

лении ЧДП посредством фильтрации и обращении дифференциального оператора.

Приведем доводы, убеждающие в том, что выделенное фильтром ЧДП достоверно, даже при наличии шумов. На рис. 3.4 справа представлено сравнение ЧДП, выделенного комплексным ССА и полосовым фильтром Пантелеева (3.9, 3.10). Красным прямоугольником отмечен интервал достоверного выделения сигнала, в котором краевые эффекты несущественны. Огибающая ЧДП получена преобразованием Габора (см. приложение Б). На спектр ДП, представленный на рис. 3.4, наложена АЧХ (модуль передаточной функции) (3.3) полосового фильтра Пантелеева. Видно, что оба этих метода выделяют ЧДП в узкой полосе прямых частот и дают примерно одинаковые результаты с той разницей, что краевые эффекты для ССА менее выражены. Мы провели ряд экспериментов, изменяя параметры методов, и, как будет видно ниже, рис. 3.5, ширина фильтра в большей степени, чем параметры f_c и Q , определяет вид результирующей кривой. Передаточная функция фильтра в спектральной области представляет собой меру, посредством которой отбираются те или иные спектральные компоненты. Мера, по определению, положительна и аддитивна [140, 168]. Огибающую ЧДП также можно считать функцией, вполне удовлетворяющей определению абстрактной меры, которая аддитивна, и супремум суммы огибающих есть огибающая суммы супремумов.

Проектируя фильтр мы руководствовались требованием того, что фильтр должен пропускать все спектральные компоненты вблизи чандлеровского пика, но подавлять годовую и прочие частоты. Такой подход, привлекающий априорные сведения о носителе спектра ЧДП, даёт нам результат, представленный на рис. 3.3, 3.4.

Поскольку фильтрация, т.е. сужение области, откуда выбирается решение, ценой смещения даёт выигрыш в дисперсии, точность выделения ЧДП в рамках выбранной модели (фильтра) весьма высока. Для ее оценки на интервале 150 лет был сгенерировали сигнал, состоящий из годового колебания амплитудой 100 мс, смещенного относительно него на $\pi/3$ колебания с чандлеровским периодом 433 сут. амплитудой 150 мс (модельное ЧДП) и случайного белого шума амплитудой a_n . При выделении такого модельного ЧДП постоянной амплитуды фильтром Пантелеева, модуляций, за исключением краевого эффекта, не наблюдается. Вычисленные после исключения краевых эффектов (по 10 лет от начала и конца интервала) стандартные отклонения разности между исходным и восстановленным ЧДП представлены в таблице 3.1, они весьма малы по сравнению с амплитудой модельного ЧДП. Даже при амплитудах

Таблица 3.1: Зависимость погрешности σ восстановления ЧДП для разных амплитуд шумов a_n в рамках описанной выше модели.

a_n , мс	10	30	60	90	120
σ , мс	2.4	2.6	4.5	6.4	8.0

шумов, сравнимых с шумами оптических измерений XIX вв., $a_n > 100$ мс, погрешность выделения ЧДП не превосходит 5%.

Была также предпринята попытка выделить ЧДП методом средне-квадратической коллокации (СКК) (см. раздел 11.2.3) [95, 331], однако для его применения необходима априорная оценка автоковариационной функции выделяемого сигнала. Если получить ее по сигналу ЧДП, выделенному другим методом, скажем ССА, то СКК дает превосходные результаты.

Об оценке погрешностей метода корректирующей фильтрации будет сказано в разделе 4.3.

Ниже мы представим результаты выделения источников чандлеровского возбуждения в атмосфере путем фильтрации региональных вкладов компонент ААМ в чандлеровском диапазоне частот. Наш подход, основанный на фильтрации Пантелеева [10], можно сопоставить с подходами Л. Ляо [364] и И. Настулы [389, 390, 391], основанных на вычислении ковариаций между региональными вкладами в ААМ и эффективными (интегральными) функциями ААМ, которые отражают лишь меру линейного сходства последних с изменчивостью ААМ в той или иной географической точке. В отличие от названных авторов, мы сфокусируемся на отфильтрованных полях ААМ в чандлеровском диапазоне частот, построим карты для определения положения атмосферных источников возбуждения и графики Ховмеллера, характеризующие эволюцию долготного и широтного изменения ААМ во времени.

3.3 Используемые данные по эффективному угловому моменту

В динамической системе (3.1) комплексная траектория полюса $p = p_1 + ip_2$ формирует выход, а входное возбуждение $\chi^{tot} = \chi_1^{tot} + i\chi_2^{tot}$ поступает на вход. Значительная часть возбуждения вызвана атмосферой. Опустив индекс tot , представим геофизическое возбуждение функцией

$\chi = \chi_1 + i\chi_2$, вычисляемой по метеорологическим наблюдениям [270, 469]. Компонента χ_1 соответствует проекции на ось x земной системы координат (TRF), а χ_2 – на ось y . Интегральную величину χ называют эффективной функцией атмосферного углового момента ЕААМ. Она имеет две составляющих – давления (массы) χ^P и ветра (движения) χ^W (12.28). Первая вызвана изменениями момента инерции, вторая – относительного углового момента атмосферы. Комплексный временной ряд $\chi^{P,W}$, предоставляемый Бюро по геофизическим флюидам МСВЗ [496], часто используется для сравнения с геодезическим возбуждением.

Функция эффективного углового момента χ получается интегрированием региональных вкладов $X^{P,W}(\lambda, \phi)$ по всем широтам и долготам

$$\chi^{P,W} = \int \int X^{P,W}(\lambda, \phi) d\lambda d\phi. \quad (3.6)$$

В ЕААМ вносит вклад изменчивость ветров в разных регионах земного шара. Поля величин $X(\lambda, \phi)$ представляют региональные вклады, мы будем называть их просто ААМ.

Использовались данные реанализа NCEP/NCAR с 1948 года с шагом по времени 6 часов для разных уровней барических высот на широтно-долготной сетке, исходные данные доступны по ссылке [508]. Их перевод в карты ААМ был выполнен в Астрогеодинамическом центре Шанхайской обсерватории. Для каждой географической точки на широтно-долготной карте региональная компонента давления вычислялась по формуле (см. (12.27) и раздел 8.5)

$$X^P(\lambda, \phi) = X_1^P + iX_2^P = -\frac{1.11R^4}{(C-A)g} p_s(\lambda, \phi) \sin \phi \cos^2 \phi e^{i\lambda}, \quad (3.7)$$

а компонента ветра по формуле

$$\begin{aligned} X^W(\lambda, \phi) &= X_1^W + iX_2^W = \\ &= -\frac{1.57R^3}{\Omega(C-A)g} \int (u(\lambda, \phi, p) \sin \phi + iv(\lambda, \phi, p)) \cos \phi e^{i\lambda} dp, \end{aligned} \quad (3.8)$$

где R и Ω – средний радиус и угловая скорость; A, C – главные моменты инерции Земли; g – гравитационное ускорение; λ и ϕ – долгота и широта в заданной точке; p_s – давление у поверхности; u и v – зональные и меридиональные компоненты скорости. Компоненты давления вычислены в предположении гипотезы обратного барометра (IB) [472].

Поля ААМ с шагом по времени 6 часов на сетке $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ позволяют получить по 4 карты ежедневно, каждая из них содержит

$73 \times 144 = 10512$ долготно-широтных значений. В каждой точке временной ряд отфильтровывался в чандлеровском диапазоне полосовым фильтром Пантелеева, полученным автором из (12.76). Импульсная характеристика полосового фильтра Пантелеева даётся формулой

$$h(t) = \frac{\omega_0}{2\sqrt{2}} e^{-\left(\frac{\omega_0|t|}{\sqrt{2}} - i2\pi f_c t\right)} \left(\cos \frac{\omega_0 t}{\sqrt{2}} + \sin \frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}} \right), \quad (3.9)$$

с параметрами $\omega_0 = 2\pi f_0$, определяющим его ширину и f_c , определяющим центральную частоту. Передаточная функция фильтра (АЧХ) даётся в частотной области выражением

$$L_h(f) = \frac{f_0^4}{(f - f_c)^4 + f_0^4}. \quad (3.10)$$

Фильтр центрируется на чандлеровской частоте выбором параметра $f_c = 0.8435 \text{ лет}^{-1}$. Его полезное свойство, унаследованное от (12.76), состоит в том, что он не изменяет фазы сигнала (имеет нулевую ФЧХ). Конечно, для выделения прямого колебания его следует применять к комплексному сигналу, а при применении к действительному сигналу необходимо фильтровать как в прямом, так и в ретроградном диапазоне. Для достаточно малого f_0 и ненулевого f_c фильтр (3.10) является узкополосным. При выборе ширины окна пропускания $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$, соответствующее временное окно имеет протяженность (3.9) ~ 40 лет (см. рис 12.1). Отфильтрованные данные ААМ искажаются краевым эффектом. Для его исключения мы убрали из рассмотрения 20-летние интервалы в начале и в конце. При использованной протяженности наблюдений с 1948 по 2012 г., остается лишь интервал 1968-1992 гг. Мы не использовали специальных методов корректировки краевых эффектов, некоторые из таких методов предложены в работе [445].

На рис. 3.5 представлены результаты выделения ЧДП из рядов ДП бюллетеня IERS EOP C01 для двух значений параметров $f_0 = 1/25 \text{ лет}^{-1}$ и $f_0 = 1/70 \text{ лет}^{-1}$. Слева представлены АЧХ фильтров (3.10) на фоне спектра ДП. В центре показано выделенное чандлеровское колебание. Справа – геодезическое возбуждение, полученное по методологии корректирующей фильтрации Пантелеева [10]. Фильтр выделяет только чандлеровскую частоту и подавляет соседние частоты, как низкие, так и высокие, устраняя годовое колебание. Результаты не меняются, если годовой цикл предварительно вычесть. Однако они зависят от ширины фильтра. Фильтр с параметром полуширины $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$ (рис. 3.5, вверху), который взят нами за основу, пропускает спектральный пик

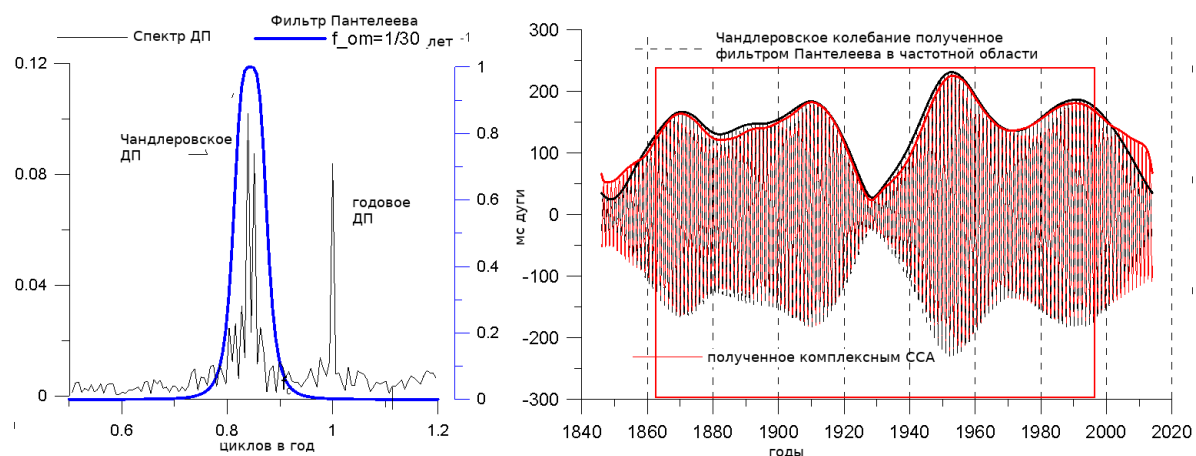


Рис. 3.4: Комплексный спектр ДП (слева) вблизи чандлеровской частоты и АЧХ фильтра Пантелеева. Чандлеровское колебание, полученное комплексным ССА и фильтром Пантелеева, вместе с огибающей (справа).

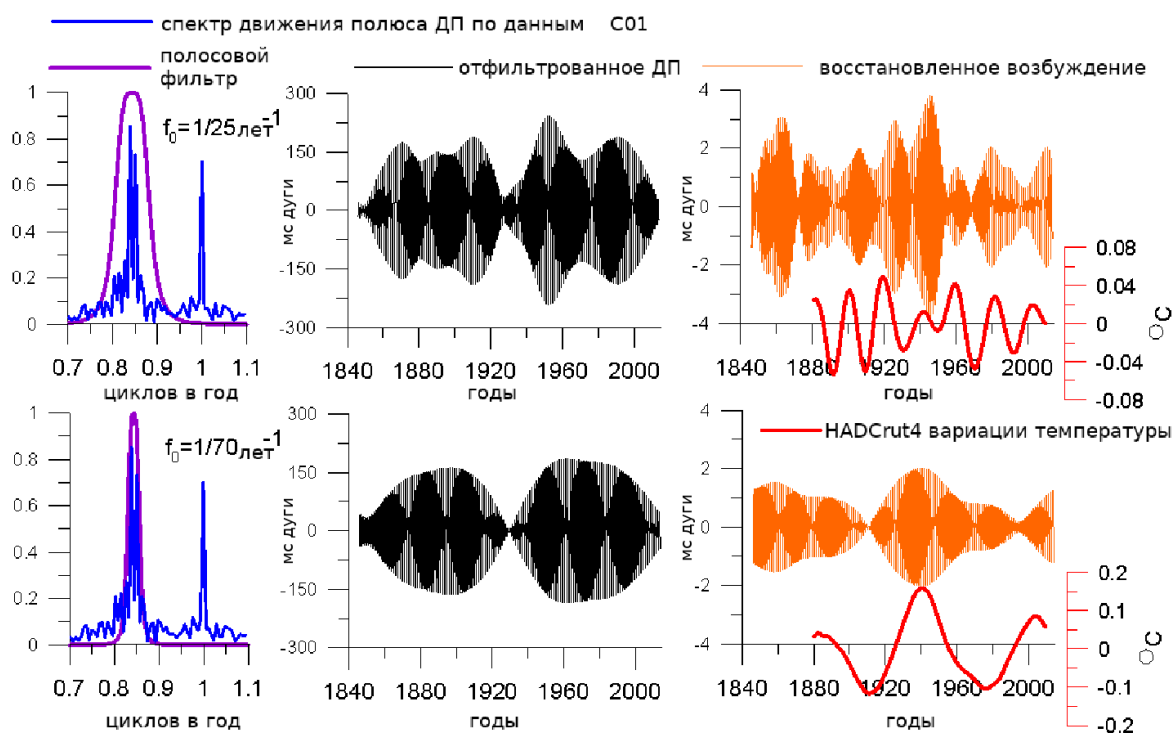


Рис. 3.5: Графики АЧХ фильтра Пантелеева, наложенные на спектр движения полюса (слева), чандлеровское колебание (в центре), и геодезическое возбуждение (справа) для двух значений параметра фильтра f_0 (вверху и внизу). Представлены только x -компоненты; y -компоненты сходны, но имеют задержку по фазе несущей на $\pi/2$ (109 суток). Колебания, выделенные из глобальной температуры на Земле (HadCRUT4) в разделе 8.2, представлены красным цветом вдоль оси абсцисс (справа).

ЧДП вместе с набором боковых лепестков. Возбуждение при таком выборе фильтра имеет квази-20-летние амплитудные модуляции, более подробно изученные в главе 4. Сигнал, полученный с очень узким фильтром $f_0 = 0.014 \text{ лет}^{-1}$ выделяет лишь квази-80-летнюю модуляцию с минимумом в 1840-е, 1930-е, и 2010-е (рис. 3.5, внизу). Это колебание скрыто (содержится) в сигнале, который получается с более широким фильтром при $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$. Как ~ 20 , так и ~ 80 -летние модуляции чандлеровского возбуждения, имеют сходство с изменениями температуры на Земле [44, 424], показанными на рис. 3.5 красными кривыми справа.

Вернемся к вопросу обработки исходных полей ААМ. Для сокращения объемов вычислений мы провели их редукцию: удалили среднее за период с 1948 по 2012 год (передача полосового фильтра здесь нулевая), сгладили временные ряды ААМ и увеличили шаг по времени. Низкочастотное сглаживание выполнялось фильтром Пантелеева (3.9) с центральной частотой $f_c = 0$, т.е. исходной версией ФНЧ (12.76). Параметр среза $f_0 = 10 \text{ лет}^{-1}$ был выбран так, чтобы переход к 10-дневному временному шагу не исказил сигнала ЧДП. Редукция уменьшила объем данных в 40 раз.

3.4 Сравнение геодезического и геофизического возбуждений в чандлеровском диапазоне

Полученные комплексные поля ААМ $X(\lambda, \phi)$ содержат действительные и мнимые части. Как сказано выше, действительная часть возбуждения соответствует x -координате в земной систем отсчета, направленной вдоль плоскости Гринвичского меридиана, и формируется под действием зональных ветров¹ и изменений давления на большом круге Гринвича, проходящем как над Атлантическим, так и над центральным Тихим океанами. Мнимая часть, соответствующая оси y , направленной по 90° восточной долготы, зависит от изменений атмосферного давления и ветра над Азией, Индийским океаном, Северной Америкой и Юго-западным сектором Тихого океана. Мы не будем рассматривать x и y компоненты по отдельности, но исследуем изменчивость амплитуды $|X|$ регионального чандлеровского возбуждения. Сведения о фазе, т.е. направлении смещения полюса при таком рассмотрении теряются. Поскольку фильтр (3.9) выделяет только прямые резонансные чандлеровские частоты, ре-

¹Следует помнить, что вследствие гироскопического эффекта, воздействие вдоль Гринвича x смещает ось в ортогональном направлении, вдоль y .

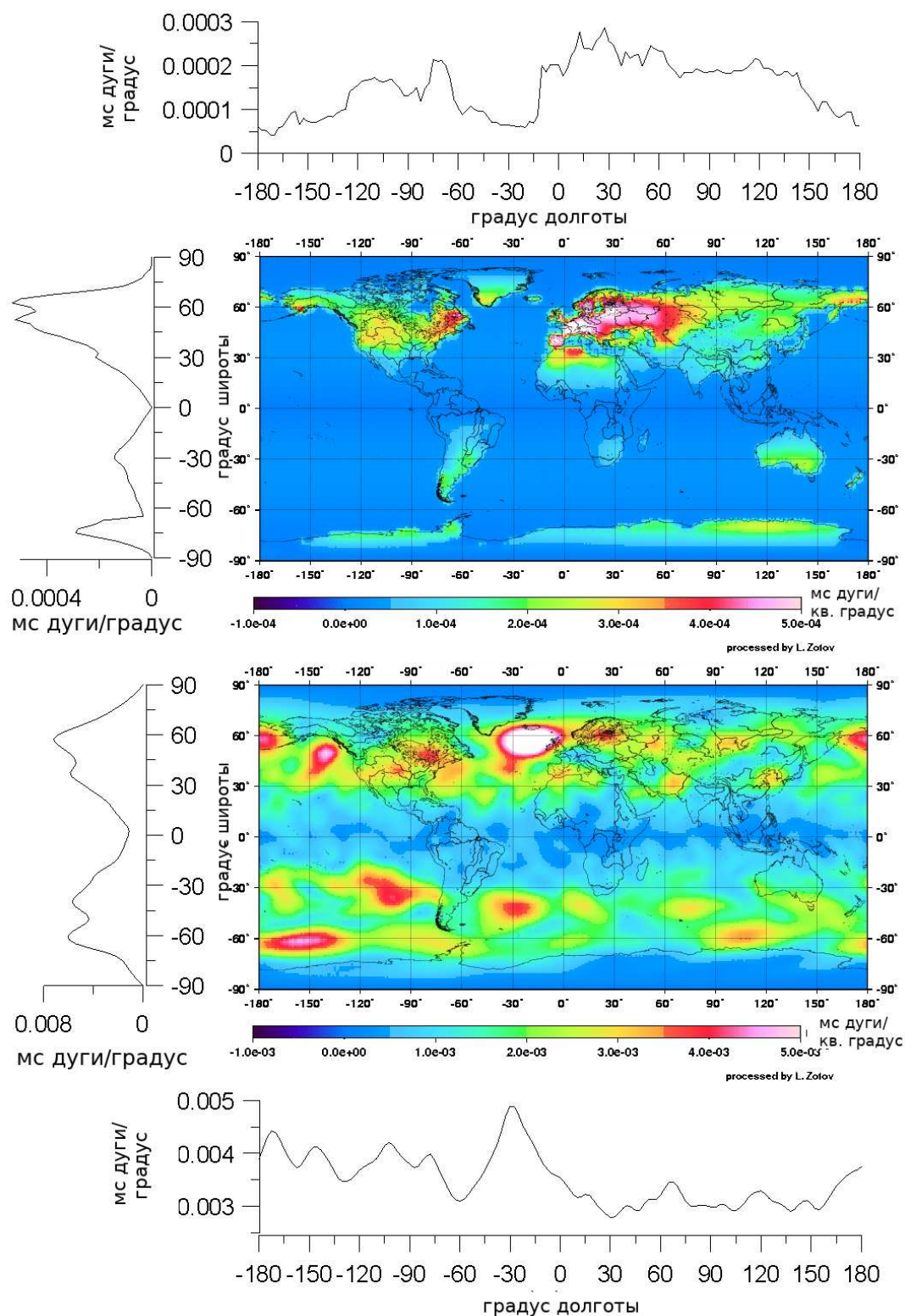


Рис. 3.6: Карта абсолютных значений поля ААМ $\langle |X| \rangle$ для давления (вверху) и ветра (внизу) в чандлеровском диапазоне, усредненных на интервале 1948-2012 гг. Графики сверху, слева и снизу получены группированием по широтам и долготам.

троградные компоненты здесь подавлены и не влияют на результат (см. также гл. 4).

Карты усредненного модуля ААМ $\langle |X| \rangle$ в чандлеровском диапазоне для ветра и давления на интервале 1968-1991 гг. представлены на рис. 3.6. Графики, полученные интегрированием по меридианам и параллелям, также показаны слева, сверху и снизу. Вклад давления сосредоточен над континентами (над океанами он скомпенсирован изменением уровня по гипотезе обратного барометра IB), в то время как вклад ветра больше над океанами. Поскольку в северном полушарии (СП) доминирует суша, влияние компоненты давления в нем больше. В южном полушарии (ЮП) основной вклад давления поступает с территории Антарктиды. Вклад как давления, так и ветра велик в средних широтах $[30^\circ, 60^\circ]$ и $[-30^\circ, -60^\circ]$. Это может быть следствием бóльшей атмосферной изменчивости, наблюдаемой на этих широтах уже на начальных картах нефильтрованного ААМ. Для компоненты давления это следует из максимума множителя $\sin \phi \cos^2 \phi$ в формуле (3.7). Для ветра – вследствие сильных западных ветров и течений, сосредоточенных на этих широтах [175]. Обратим внимание на тот факт, что компонента давления имеет особенно большой вклад над Европой. Заметный вклад также поступает из Северной Америки, меньший – Латинской Америки и Австралии, что соответствует корреляционным картам, полученным в работе [391]. Поскольку мы не вычитали вклад ветра и не строили карт корреляций с интегрированным ЕААМ, как в [391], наши результаты отличает отсутствие заметного сигнала над Азией. Для компоненты ветра существенный максимум наблюдается над Северной Атлантикой к юго-востоку от Гренландии. Именно там расположен Исландский минимум давления – известный центр действия атмосферы [91]. Аномальный ААМ в этом регионе, вероятно, связан с сильными ветрами, штормами, вариациями давления, также сказывающимися на Северо-Атлантическом (НАО), Многолетнем Атлантическом (АМО) колебаниях и течении Гольфстрим [424].

На рис. 3.7 представлены три карты отклонений модуля ААМ относительно среднего $\Delta|X| = |X| - \langle |X| \rangle$ в чандлеровском диапазоне частот для компонент ветра и давления за 1968, 1977, и 1990 гг. Полный набор анимированных карт представлен на сайте [477]. И, хотя временной промежуток недостаточен для окончательного утверждения, прослеживается некоторое подобие квази-20-летней цикличности. Так регионы максимумов сменились на минимумы и снова на максимумы за исследуемый период.

Мы проинтегрировали модуль отклонения ААМ $\Delta|X|$ по всему земно-

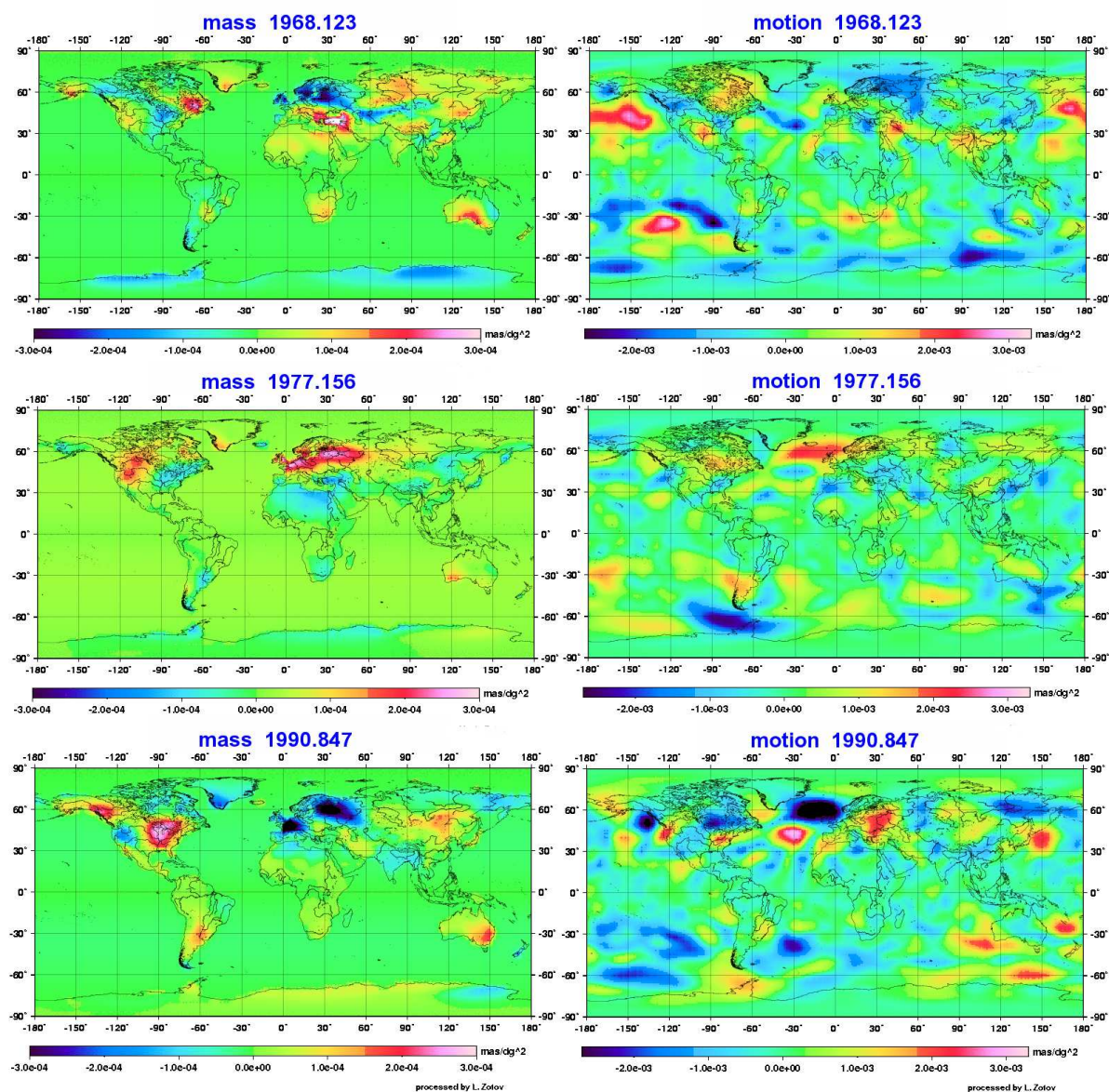


Рис. 3.7: Модуль изменчивости $\Delta|X|$ относительно среднего ААМ давления (слева) и ветра (справа) в чандлеровском диапазоне частот.

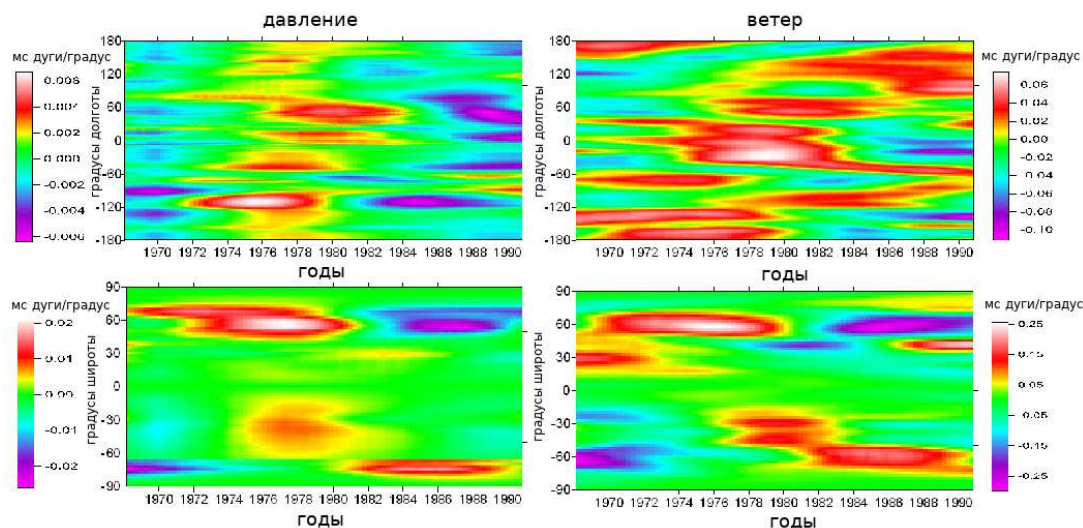


Рис. 3.8: Долготно-усредненные (верхний ряд) и широтно-усредненные (нижний ряд) графики Ховмеллера для модуля отклонения $\Delta|X|$ в чандлеровском диапазоне: компонента давления (слева) и ветра (справа). Вклад давления в основном поступает с континентов.

му шару отдельно для каждого момента времени и представили графики Ховмеллера на рис. 3.8. Эти карты отражают модуляции атмосферного чандлеровского возбуждения в широтных и долготных поясах.

Долготно-временная развертка (верхний ряд) для давления (слева) показывает горизонтальные полосы с минимумом в начале и конце интервала и максимумом в 1970-е годы. Максимум (красным) ветровой компоненты (справа) вытянут по диагонали. Это может означать миграцию влияния ветров по земному шару к востоку примерно за ~ 20 лет. Помимо сложной долготной конфигурации, наблюдается асимметрия между СП и ЮП.

Из широтно-временных карт (нижний ряд), как для ветра, так и для давления, видно, что максимумы мигрируют из северной полусферы в южную. Максимум 1976 года на широте $+60^\circ$ становится минимумом в 1988 году, обратная картина имеет место на широте -60° . Анимированные карты для этих районов также показывают взаимосвязанное поведение по полушариям. К примеру, максимум ветра над Исландией сопровождается минимумом над проливом Дрейка, знак вклада в этих районах меняется синхронно. Возможно, в этом поведении скрыта квази-20-летняя изменчивость региональных ААМ давления и ветра в чандлеровском диапазоне, однако окончательно судить об этом на основе имеющихся данных преждевременно.

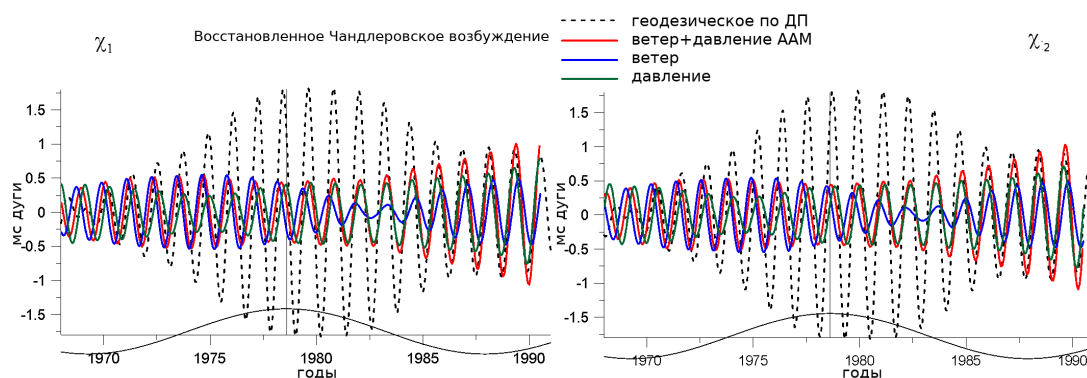


Рис. 3.9: Интегрированный эффективный ААМ χ для ветров (синим), давления (зеленым) и их суммы (красным) в чандлеровском диапазоне частот в сравнении с геодезическим возбуждением (пунктиром). Вдоль оси x приведена также волна 18.6-летнего лунного прилива.

Что касается фазы чандлеровского возбуждения, она также может быть отображена на карте, но, ввиду сложной структуры, мы её здесь не приводим. Фаза на анимированной карте вращается вокруг Земли с периодом Чандлера.

Отфильтрованные поля ААМ были просуммированы, и результирующий эффективный угловой момент ЕААМ представлен на рис. 3.9 в сравнении с геодезическим возбуждением в чандлеровском диапазоне, полученным из наблюдений [10]. Хотя уже из карт на рис. 3.6, 3.7 видно, что изменчивость для ААМ ветра на порядок превышает изменчивость для давления, амплитуды проинтегрированных вкладов схожи по величине. Это связано с взаимной компенсацией вкладов ветра северного и южного полушарий [387]. Средние амплитуды возбуждения составляют: 0.39 мс дуги для ветра, 0.48 мс дуги для давления, 0.61 мс дуги для их суммы, 1.14 мс дуги для восстановленного геодезического возбуждения. Фазы всех трех сигналов довольно близки.

Полное атмосферное возбуждение объясняет около $\sim 50\%$ чандлеровского возбуждения. ЕААМ не показывают амплитудных модуляций с максимумом около 1979 г., наблюдающихся в восстановленном фильтрацией Пантелеева геодезическом возбуждении. Не исключено, что эти модуляции связаны с океаном или вызваны 18.6-летним циклом прецессии орбиты Луны [157].

3.5 Итоги

Применив фильтр Пантелеева, мы выделили геодезическое чандлеровское возбуждение, которое будет более подробно рассмотрено в следующей главе, сопоставили его с атмосферным геофизическим возбуждением, выделили вклады в чандлеровском диапазоне от региональных составляющих ветра и давления и представили их в виде карт ААМ. Вклад давления поступает в основном с континентов, особенно из северного полушария, с территории Европы. Вклад ветра в чандлеровское движение полюса в основном сосредоточен над океаном, в частности над Северной Атлантикой [194, 322]. На графиках Ховмеллера заметна антикорреляция между СП и ЮП, эволюционирующая с квази-двадцатилетним периодом. Проинтегрировав поля ААМ, мы не обнаружили такой волны в амплитуде атмосферного чандлеровского возбуждения. Полный эффективный ААМ сопоставлен с геодезическим возбуждением, вычисленным по движению полюса корректирующей фильтрацией Пантелеева. Вклад атмосферы обеспечивает около 50% возбуждения ЧДП. Остается нерешенным вопрос о причинах ~ 20 -летней модуляции, имеющейся в геодезическом возбуждении, но не обнаруженной в атмосферном геофизическом возбуждении.

Глава 4

Моделирование огибающей чандлеровского колебания и его возбуждения

*Летит Земля в пространстве утлой лодочкой,
Но молим мы ловцы и рыбаки,
Сглотни наживку, попадись на удочку,
О, чудо-юдо, чудо-рыба-кит.
Наум Олев*

4.1 О целях главы

В предыдущей главе мы выделили чандлеровское движение полюса (ЧДП) и восстановили возбуждение для него. Для выделения ЧДП можно воспользоваться комплексным ССА или фильтром Пантелеева, сравнение которых было представлено на рис. 3.4, справа. Результаты, полученные с использованием фильтра Пантелеева, представлены крупным планом на рисунке 4.1. Форма ЧДП вверху, по образному выражению К.В. Холшевникова, напоминает “воблу” (по ассоциации с wobble). Внизу представлено возбуждение, на первый взгляд кажущееся весьма странным: в эпоху минимума ЧДП оно максимально, огибающая возбуждения совершенно не похожа на огибающую ЧДП, квазипериод огибающей возбуждения близок к 20 годам.

В данной главе мы попытаемся спрогнозировать ЧДП на основе простой модели и докажем, что 20-летние изменения амплитуды возбуждения действительно существуют и вызваны наличием квази-40-летнего колебания амплитуды ЧДП. С помощью модели мы продемонстрируем, что параметр фильтра подобран оптимально, и погрешность восстановленного возбуждения меньше его амплитуды. Мы также обсудим эффект, названный нами эффектом “эскарго”, приводящий к появлению квазире-

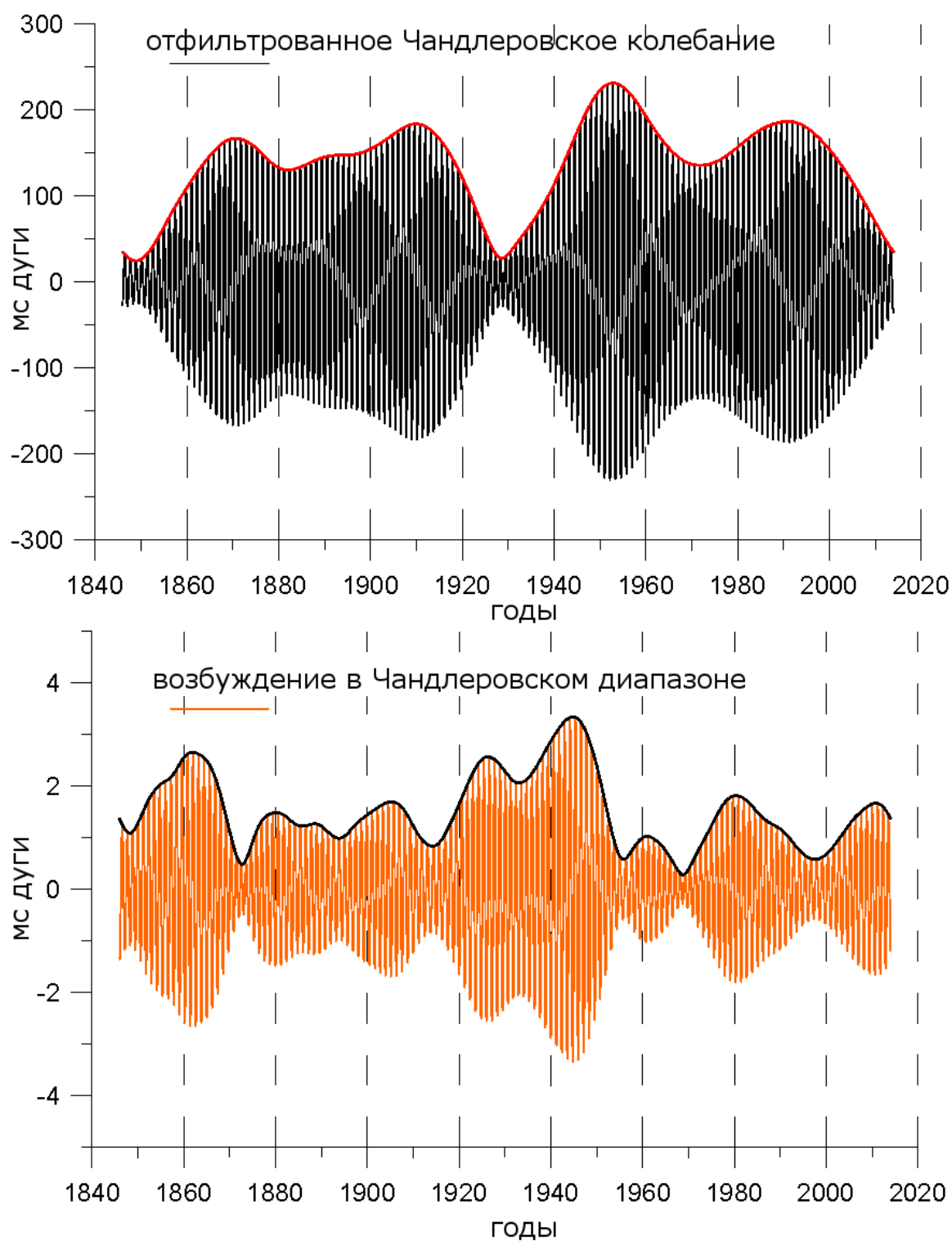


Рис. 4.1: Долговременное Чандлеровское колебание (х-координата) с 1846 г., выделенное фильтром Пантелеева (вверху) с параметрами $f_c = 0.843$, $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$ и восстановленное для него возбуждение (внизу).

Таблица 4.1: Составляющие модели огибающей чандлеровского колебания (cos) на интервале 1846-2017 г.

	Период	амплитуда	фаза (1880)
80-летняя компонента	84.3 ± 0.2	40.9 ± 1 мс дуги	39.4^0
40-летняя компонента	42.0 ± 0.1	54.9 ± 0.5 мс дуги	-100.1^0
среднее		135.3 ± 0.9 мс дуги	

троградной компоненты при оценивании амплитуд прямого и обратного сигнала в скользящем окне.

Анализ чандлеровского колебания – одна из краеугольных тем диссертации, и нашей задачей будет развить результаты, полученные в главе 3 по огибающей возбуждения, показать, что они достоверны и могут быть подтверждены аналитически.

4.2 Модель огибающей ЧДП

Обратимся к рис. 4.1. Малая амплитуда ЧДП в 1840е, 1930е, и в конце 2010-х годов отражает квази-80-летнее биение. Другой заметной модой изменчивости амплитуды ЧДП можно считать 40-летний период с минимумами в 1890, 1930, 1970 гг., который накладывается на 80-летний [386]. Мы последовательно подобрали две основные гармоники в огибающей ЧДП $A(t)$ нелинейным МНК (НМНК) [128] по данным ЕОР С01 с 1846 по 2017 г. Для ЧДП, выделенного фильтрацией Пантелеева, оценки амплитуд, фаз и периодов этих гармоник представлены в таблице 4.1. Формальные погрешности оценок в таблице несколько ниже реальных. Оценивание методом НМНК с регуляризованными весами¹ даёт для первой гармоники период 88.25 лет и амплитуду 45 мс дуги, а для второй гармоники – период 42.5 года при амплитуде 48 мс дуги. Ниже мы будем пользоваться оценками из таблицы 4.1.

Наблюдаемая огибающая ЧДП показана на рис. 4.2 вместе с простой

¹Чтобы при оценивании параметров длиннопериодных гармоник высокоточным наблюдениям последних десятилетий (рис. 1.1) не приписывался слишком большой вес, что неизбежно приведет к оцениванию амплитуд и фаз практически только по ним, мы заменили все СКО меньшие 0.01 мс значением равным 0.01.

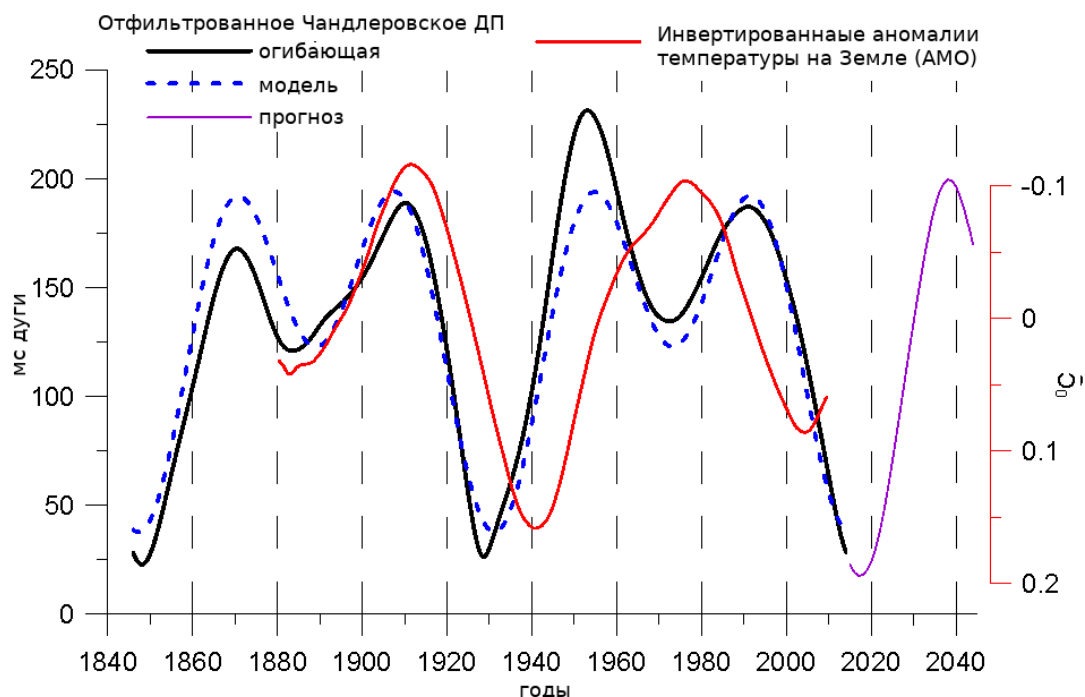


Рис. 4.2: Огибающая ЧДП $A(t)$, ее модель (4.3) и прогноз. Для сравнения показана инвертированная 60-летняя компонента изменений температуры на Земле.

моделью, основанной на оценках таблицы 4.1. Экстраполируя модель, мы сделали прогноз до 2045 года, показанный на рис. 4.2 фиолетовой кривой. Исходя из них, ЧДП имеет минимальную амплитуду в районе 2010-х годов, которая в дальнейшем начнет возрастать [10]. Впрочем, с началом и концом интервала следует быть осторожным — здесь могут сказываться краевые эффекты. Модуляции в амплитуде ЧДП, очевидно, связаны с наличием боковых гармоник в спектре вблизи чандлеровской частоты [144]. Спектр ДП, вычисленный по данным ЕОР C01 представлен на рис. 3.4, 4.3 слева. На последнем спектр вычислен как напрямую, Фурье-преобразованием ряда, так и преобразованием его автоковариационной функции. Показана нижняя граница достоверности уровня значимости 0.1. Видно, что чандлеровский пик действительно расщеплен. Среди возможных объяснений модуляции — биение двух частот Чандлера [335], скачек фазы в 1930-е гг. [226] и др. Однако в уравнении (3.1) имеется лишь один чандлеровский резонанс f_c . Обсуждение альтернативных моделей ЧДП представлено в диссертации Я.С. Яцкива [78]. Согласно весьма распространенной точке зрения, причина модуляций заключается в случайных вариациях гидро-атмосферного возбуждения [260, 270, 329].

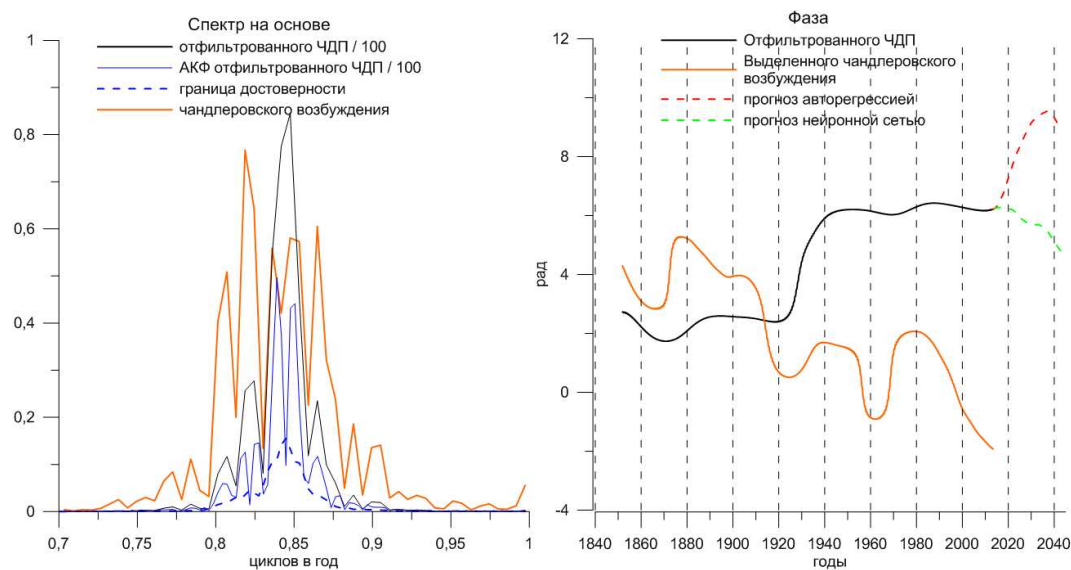


Рис. 4.3: Спектр ЧДП (амплитуда уменьшена в 100 раз) и его возбуждения (слева). Изменения фазы чандлеровского колебания и его возбуждения (справа).

Анализ угловых моментов океана и атмосферы за последние 60 лет подтверждает изменчивость течений и придонного давления в океане, а также ветров и давлений в атмосфере вблизи частоты f_c , достаточную для поддержания ЧДП [268, 329]. Что касается детерминированных колебаний, в спектрах угловых моментов атмосферы ААМ и океана ОАМ (см. главы 6, 8) хорошо заметны годовая, полугодовая, четырехмесячная и приливные, в основном, суточные и полусуточные гармоники. Выделить заметной особенности на чандлеровской частоте, за исключением широкополосного шума, не удастся. Поэтому считается, что модуляция ЧДП возникает вследствие интегрирования случайных шумов [277, 279].

Поскольку для поддержания резонансного колебания достаточно незначительного возбуждения, высказывалось мнение, что находящаяся по соседству годовая мода может иметь достаточную остаточную мощность на чандлеровском периоде 433 суток, чтобы поддерживать ЧДП [351]. Однако исследования Я. Яцкива [461] (личная коммуникация, диссертация [78]), выполненные под руководством Е.П. Федорова [226, 227], основанные на разумном предположении, что если бы по одну сторону от годового пика имелась достаточная энергия, следовало бы ожидать ее и по другую, показали, что такой энергии не наблюдается. Таким образом, амплитудные модуляции ЧДП интерпретируются в настоящее время как

случайные эффекты.

С другой стороны, в работах Н. Сидоренкова [177] отмечено нелинейное взаимодействие между ЧДП и планетарными осцилляциями, такими как Эль-Ниньо Южное колебание (ЭНЮК) и квази-двухлетнее колебание (QBO), которые содержат супергармоники чандлеровского периода.

В геофизике нередко возникают волны, подобные волнам на фондовом рынке, где роль случайных воздействий велика, а квазипериодичности с большими периодами могут возникать в результате их интегрирования. Теория таких процессов основана на стохастических дифференциальных уравнениях, наподобие используемых в экономике [148, 164],

$$dX = a dt + v dW, \quad \text{или} \quad dX/X = a dt + v dW,$$

где a – снос, или детерминированный тренд, v волатильность (стандартное отклонение), dW – приращения Винеровского процесса, описывающего стохастическую компоненту (случайное блуждание). Такие уравнения уже нашли применение для прогнозирования роста уровня моря [341], ЭНЮК [406] и др. Теория допускает появление корреляционных свойств у некоррелированных случайных сигналов, прошедших через формирующий фильтр [130].

Однако мы не можем быть на 100% уверены в том, что нам точно известны параметры f_c и Q уравнений (3.1), что они совершенно неизменны и что в возбуждении не появляются время от времени компоненты, лежащие близко к частоте Чандлера. К примеру, в классической теории колебаний амплитуда вблизи резонанса может зависеть от рассогласования между частотами резонанса и входного воздействия. Возможна также синхронизация между несколькими осцилляторами [82]. На то, что модуляции в чандлеровском колебании имеют под собой определенную причину, указывает их регулярность и, самое главное, синхронность с некоторыми глобальными геофизическими процессами, о чем пойдет речь в дальнейшем. Мы полагаем, что эти модуляции неслучайны.

4.3 Корректирующий фильтр Пантелеева как регуляризирующий алгоритм

Зададимся вопросом, насколько мы можем доверять методике корректирующей фильтрации Пантелеева при применении ее к реальным наблюдениям за движением полюса. Для того, чтобы разобраться, необходимо обратиться к теории решения обратных задач [112, 178, 151]. Параметры регуляризирующего алгоритма, применяющегося для решения

обратной задачи, по теореме А.Б. Бакушинского, обязаны зависеть от погрешности наблюдений δ и ошибок h в операторе прямой задачи A , а сам алгоритм должен строиться так, чтобы, при стремлении обеих ошибок к нулю, решение сходилась к точному квазирешению. Покажем, что корректирующий фильтр Пантелеева обладает такими свойствами. Напомним, что фильтр (3.9) зависит от двух параметров – центральной частоты f_c , и полуширины f_0 , а прямой оператор уравнения Эйлера-Лиувилля (3.1) A – от f_c и Q . Очевидно, что если f_c – чандлеровская частота, на которой фильтр центрирован, вместе с добротностью Q известны точно, то оператор не содержит погрешности и совместное применение фильтра (3.9) и обратного оператора (12.75) не даст смещения оценки, она будет сходиться к квазирешению. С другой стороны, однопараметрическое семейство решений, которое дает такой регуляризирующий алгоритм, зависит от полуширины фильтра f_0 , которая должна быть выбрана оптимально и зависеть как от δ так и от h .

Для того, чтобы показать, что использованная нами полуширина $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$ близка к оптимальному значению, были проведен следующий эксперимент. Мы сгенерировали модель чандлеровского возбуждения χ (см. формулу 4.6), такую, чтобы соответствующее ей ЧДП p оказалось близко по параметрам к модели (4.4), приведенным в таблице 4.1. По модели χ было получено p для трех наборов значений параметров m_1 ($T_c = 436 \text{ лет}$, $Q = 130$), m_2 ($T_c = 433 \text{ лет}$, $Q = 100$), m_3 ($T_c = 430 \text{ лет}$, $Q = 70$). Тем самым была введена разумная погрешность в оператор (параметры $f_c = 1/T_c$ и Q) [317]. Модель m_2 была принята за основную (точную), оценка среднего квадрата её невязки с моделями $m_{1,3}$ составила $h\|\chi\| = 70 \text{ мс дуги}$. Затем к сигналу p был добавлен гауссовский шум со стандартным отклонением $\delta = 50 \text{ мс дуги}$ на всем временном интервале ряда (1846-2017 гг.). Такой шум, хотя и меньше погрешности ранних астрометрических наблюдений (до 1900 г.), значительно превосходит погрешность наблюдений последних десятилетий (см. рис 1.1), а также среднюю погрешность на всем интервале, составляющую $\sim 35 \text{ мс дуги}$.

При попытках решить обратную задачу “в лоб”, без применения фильтра Пантелеева, получалось ошибочное возбуждение с СКО $\sigma_\chi = 550 \text{ мс дуги}$. Решение задачи методом корректирующей фильтрации было получено с применением фильтра (3.9) в котором использовались фиксированные параметры f_c и Q как в модели m_2 , а параметр фильтра f_0 варьировался в диапазоне от $1/40$ до $1/5 \text{ лет}^{-1}$. Очевидно, что степень согласия полученного решения с исходным модельным возбуждением χ , зависит от полуширины фильтра: слишком узкий фильтр не пропускает

часть чандлеровского сигнала, а слишком широкий – пропускает избыточные шумы.

На рис. 4.4 представлены стандартные отклонения для невязки между исходным модельным и восстановленным возбуждениями $||(\hat{\chi} - W_{corr}\hat{p})||$ как для случая шумов только в наблюдениях m_2 , синим, так и при добавлении погрешности в оператор (модели $m_{1,3}$, красным и зеленым). В отсутствие погрешности оператора при шумах лишь в наблюдения, минимум кривой дает оптимальное значение параметра фильтра $f_0 = 1/20 \text{ лет}^{-1}$. Стандартная ошибка восстановления чандлеровского возбуждения при этом составляет 0.2 мс дуги.

При наличии как шумов наблюдений, так и погрешности в параметрах оператора f_c, Q , получена оптимальная полуширина фильтра $T_0 = 25 \text{ лет}$, что соответствует выбранному значению $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$. Ожидаемая погрешность восстановления Чандлеровского возбуждения составляет при этом 0.7-0.9 мс дуги, что в как минимум в 2-3 раза меньше пиковых амплитуд возбуждения, восстановленного по реальным данным (рис. 4.3, 4.6).

Можно констатировать то, что корректирующий фильтр Пантелеева является регуляризирующим алгоритмом, построенным по принципу “обобщенного отбора” (понятие, использовавшееся А.Н. Тихоновым), он даёт однопараметрическое семейство решений, сходящееся к точному при уменьшении погрешностей наблюдений и ошибок оператора, а параметр f_0 выбран оптимально и согласованно с обобщенной невязкой $\mu = ||(A\chi - p)|| + h||\chi|| + \delta$ [151].

4.4 Вывод уравнения для огибающей чандлеровского колебания и его возбуждения

Вновь обратимся к рис. 3.4, 4.3 на которых слева представлен спектр ДП на чандлеровской частоте и АЧХ фильтра Пантелеева, центрированного на частоте f_c . Чандлеровское колебание – это не одна спектральная линия, соответствующая единственной гармонике. Спектр ЧДП расщепляется на две основные линии со множеством побочных лепестков. Это значит, что чандлеровское колебание – не чисто гармоническое, но имеет модуляции (биения). Фурье-анализ представляет сигнал набором гармоник бесконечного временного протяжения с заданными амплитудами, фазами и частотами. Абсолютно эквивалентным, но иным способом, можно представить ЧДП одной гармоникой с мгновенной комплексной

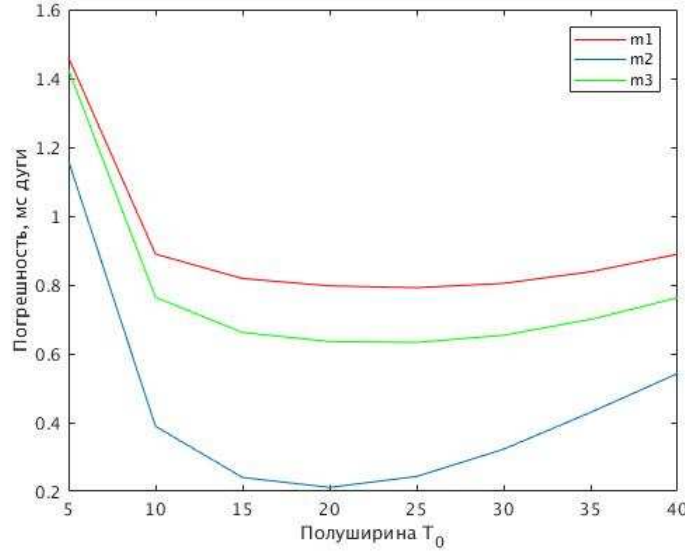


Рис. 4.4: Значение СКО невязки $\|(\hat{\chi} - W_{corr}\hat{p})\|$ как функции полуширины фильтра $T_0 = 1/f_0$ для слушая шумов только в наблюдениях (m_2), так и для шумов в наблюдениях и погрешности в операторе (m_1, m_3).

частотой $\omega_c = 2\pi f_c$ и меняющейся комплексной амплитудой $C(t)$

$$p(t) = C(t) \exp\{i\omega_c t\} = A(t) \exp\{i\phi(t)t\} \exp\{i\omega_c t\}. \quad (4.1)$$

В этом равенстве сделан переход к действительным мгновенным амплитуде $A(t) = |C(t)|$ и фазе $\phi(t) = \text{Arg}\{C(t)\}$, как функциям времени.

Перейдем теперь к возбуждению. Действительная амплитуда (огибающая) $E(t)$ и фаза $\theta(t)$ чандлеровского возбуждения дается выражением

$$\chi(t) = E(t) \exp\{i\theta(t)t\} \exp\{i\omega_c t\}. \quad (4.2)$$

Подставляя в основное уравнение Эйлера-Лиувилля для движения полюса (3.1) выражения (4.1), (4.2), получаем уравнение

$$E(t) \exp\{i\theta(t)t\} = \frac{i}{\sigma_c} \left(\frac{dA(t)}{dt} + i \frac{d\phi(t)}{dt} A(t) \right) + \left(1 - \frac{\omega_c}{\sigma_c} \right) A(t), \quad (4.3)$$

задающее связь $E(t)$ и $\theta(t)$ с $A(t)$ и $\phi(t)$. Если положить $A(t) = \sin(2\pi t/T_{mod})$, где T_{mod} – период модуляции ЧДП, положим, 40 лет, основная компонента в амплитуде возбуждения $E(t)$ будет включать $|\dot{A}(t)| = |\cos(2\pi t/T_{mod})|$, модуль которой будет иметь период 20-лет.

График наблюдаемой амплитуды ЧДП $A(t)$ показан на рис. 4.2 вместе с её модельным прогнозом. Фаза ЧДП $\phi(t)$ показана на рис. 4.3

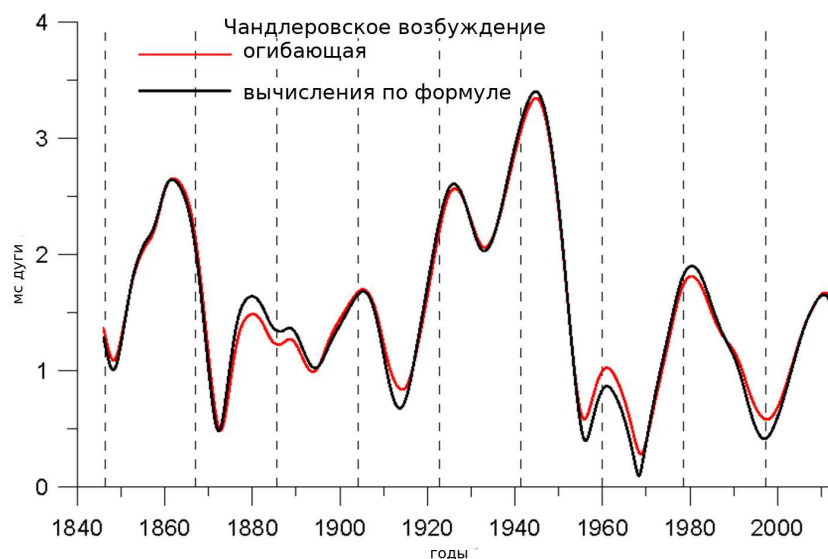


Рис. 4.5: Сравнение огибающей геодезического возбуждения, выделенного из наблюдений, и вычисленного по формуле (4.3).

справа черной кривой. Она претерпевает скачок на π в 1930-е гг. в ней имеются колебания, периоды которых такие же как у амплитуды ЧДП. Моделирование фазы и ее предсказание значительно сложнее, чем амплитуды. Из двух показанных пунктиром прогнозов, авторегрессионный прогноз предвещает скачек фазы во время текущего (2010-е) уменьшения амплитуды ЧДП. Что касается фазы восстановленного возбуждения $\theta(t)$, представленной там же оранжевой кривой, она меняется с 20-летним периодом.

Огибающая чандлеровского возбуждения, полученная методом корректирующей фильтрации Пантелеева из наблюдений на рис. 4.5 сопоставлена с огибающей $E(t)$, восстановленной в соответствии с уравнением (4.3) по оценкам $C(t)$ и $\phi(t)$ из наблюдений. Основной вклад вносит именно амплитуда ЧДП $C(t)$, но и учет фазы $\phi(t)$ при восстановлении оказывается немаловажен. Благодаря учету обеих составляющих, согласие оказалось весьма неплохим (сравни с рис. 4.7).

4.5 О 20-летней модуляции возбуждения

Простая модель с параметрами из таблицы 4.1 для среднего и двух гармоник неплохо аппроксимирует огибающую чандлеровского колебания. Наложение гармоник с 42 и 84-летними периодами не только воспроизводит уменьшение амплитуды до минимума в 1850-е, 1930-е и 2010-е

годы [386], но и позволяет спрогнозировать рост амплитуды в дальнейшем [382].

Покажем, что если ЧДП действительно имеет 42-летнюю модуляцию, наложенную на среднюю амплитуду, то появление квази-20-летней модуляции в амплитуде возбуждения закономерно. Сгенерируем простую модель, содержащую лишь 42-летнюю $f_m = 1/42$ модуляцию ЧДП с несущей частотой $f_c = 0.843$ цикла в год и скачок фазы в 1930 г.

$$p(t) = [a_0 + a_1 \cos(2\pi f_m t)] \exp(i2\pi f_c t + \phi_\pi). \quad (4.4)$$

Воспользуемся округленными амплитудами $a_0 = 135$ мс дуги и $a_1 = 55$ мс из таблицы 4.1 и примем за начальный отсчет времени $t_0 = 1869.3$ г. Параметр ϕ_π отвечает за скачок фазы в 1930-е годы. Значение $\phi_\pi = 0$ до 1930 г. меняется на $\phi_\pi = \pi$ – после. Такой выбор параметров сделан для достижения лучшего соответствия между пиками ЧДП и модели. В дальнейшем мы будем считать, что вкладом скачка фазы в производную можно пренебречь. Модель показана на рис. 4.6 вверху поверх реального ЧДП.

Восстановленное методом корректирующей фильтрации Пантелеева возбуждение для модели (4.4) представлено на рис. 4.6 внизу вместе с возбуждением, полученным на основе реальных данных. Видно хорошее согласие. Краевыми эффектами, возникающими при фильтрации в частотной области, мы пренебрегаем.

Подстановка модели (4.4) в уравнение Эйлера-Лиувилля (3.1) в соответствии с выведенным выше уравнением (4.3) для огибающей даёт:

$$\sigma_c \chi(t) = -\omega_c p(t) + \sigma_c p(t) + i \frac{d|p(t)|}{dt} \exp(i\omega_c t + \phi_\pi). \quad (4.5)$$

Члены с $-\omega_c p$ и $+\sigma_c p$ практически уничтожают друг друга, в то время как малый член при $1/2Q$ сохраняется

$$\chi = \frac{i}{\sigma_c} \left(\frac{\omega_c}{2Q} [a_0 + a_1 \cos(\omega_m t)] - \omega_m a_1 \sin(\omega_m t) \right) \exp(i\omega_c t + \phi_\pi). \quad (4.6)$$

Сумма в скобках справа определяет амплитудную модуляцию $|\chi|$. Так как $\omega_c = 2\pi f_c > \omega_m = 2\pi f_m$, первый член в скобках был бы больше второго, связанного с огибающей ЧДП, если бы не знаменатель $2Q$. Отношение $\omega_c/2Q$ к частоте модуляции ω_m играет важную роль, определяя амплитуду и фазу итоговой огибающей, возникающей из комбинации членов при $\sin(\cdot)$ и $\cos(\cdot)$. Результирующее возбуждение показано в увеличенном виде на рис. 4.8 слева. Оно наложено на модель ЧДП (4.4).

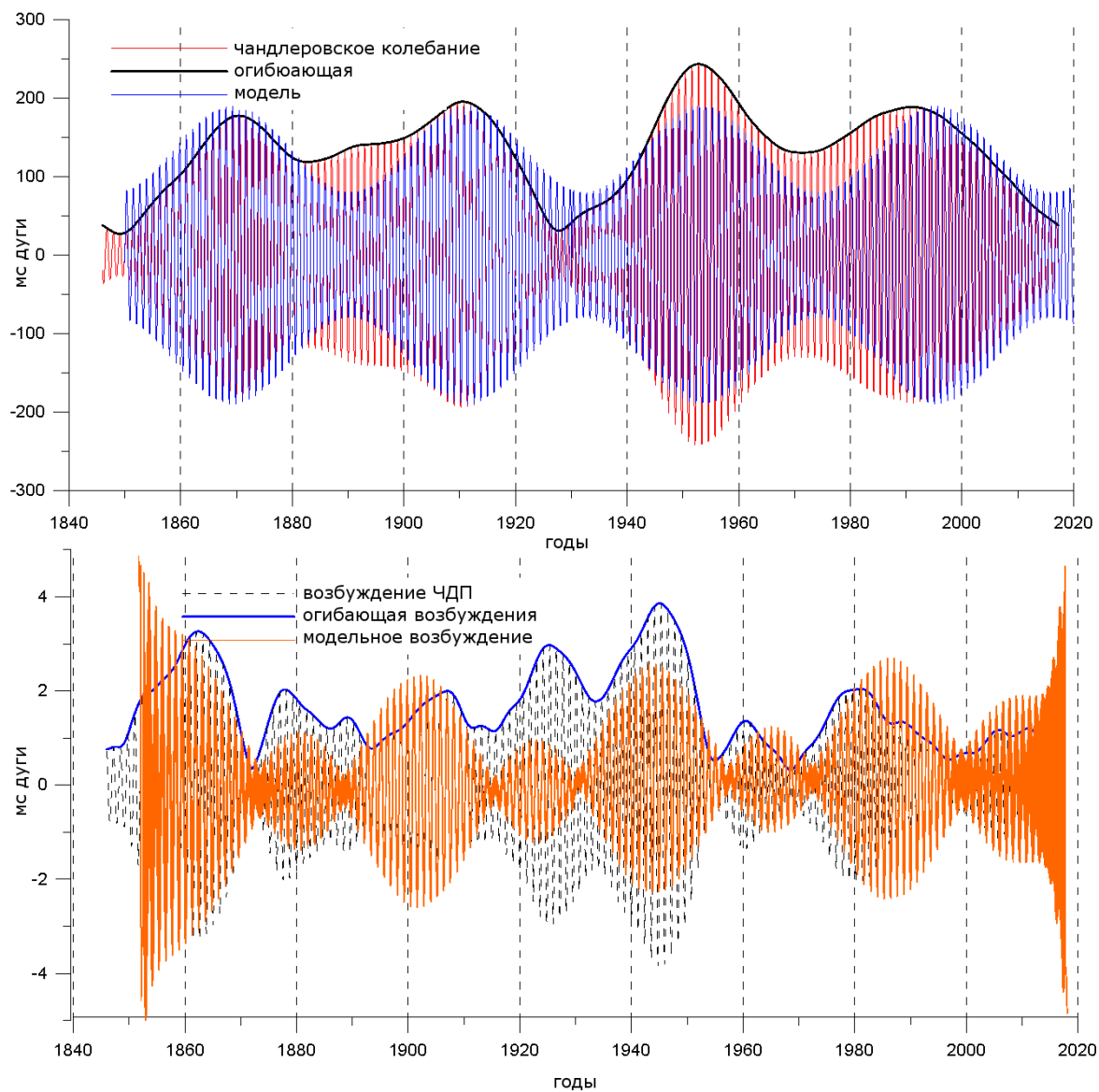


Рис. 4.6: Вверху: выделенное чандлеровское колебание и его модель. Внизу: выделенное чандлеровское возбуждение по реальным данным и на основе модели (4.4).

Асимметрия огибающей относительно нуля отвечает за различие амплитуд в максимуме. Если бы среднее a_0 было равно нулю, усиливающая и подавляющая части возбуждения имели бы равную амплитуду и длились бы по 20 лет каждая. Другие сочетания a_0 , a_1 , f_m и Q (к примеру, для 82-летней модуляции) ведут к другим соотношениям амплитуд. В случае ~ 42 -летней модуляции мы наблюдаем ~ 21 -летние волновые пакеты в возбуждении, соответствующие эпохам раскачки и подавления ЧДП.

Проще говоря, появление ~ 20 -летней модуляции в возбуждении необходимо для обеспечения наблюдаемого ~ 40 -летнего изменения амплитуды ЧДП. В первые 20 лет возбуждение раскачивает чандлеровское движение полюса, вначале медленно, потом сильнее ($|p| = \max$), потом опять слабо ($|p| = \min$). В следующие 20 лет происходит подавление, вначале слабо выраженное, затем сильное ($|p| = \max$), затем сходящее на нет ($|p| = \min$). Меняется только знак производной. После чего история повторяется.

По пикам возбуждения и модели можно заключить, что в эпоху усиления ЧДП возбуждение опережает по фазе ЧДП, затем фаза меняется на π , а вместе с ней и знак огибающей, и возбуждение запаздывает по сравнению с ЧДП. Такое поведение наводит нас на мысль, что и смену фазы при переходе через нуль в долговременном 84-летнем цикле можно трактовать как смену знака огибающей с удвоенным периодом $84 \cdot 2 = 168$ лет. В рамках такой интерпретации в конце 2010-х следует ожидать подобной смены знака, а значит скачка фазы ЧДП. В отличие от работ [323, 392] мы не считаем, что на некоторых интервалах ЧДП свободно затухает, но полагаем, что есть периоды его раскачки и подавления. Впрочем, следует помнить, что используемое в данной главе представление ЧДП и его возбуждение квазипериодическими сигналами условно. В действительности мы лишь приближаем гармоническими процессами случайный процесс, пытаясь отследить его изменчивость. Мы неявно предполагаем, что исследуемым природным явлениям, затрагивающим большие инертные массы, присущи некоторые свойства гладкости.

Любопытны также графики первой и второй производных огибающей чандлеровского движения полюса на рис. 4.7, вычисленные по наблюдательной и модельной кривым рисунка 4.2. Из графика для первой производной сверху видно, что при взятии ее модуля нижняя часть 40-летнего колебания отражается вверх, что и приводит к 20-летней модуляции возбуждения. Отличие от огибающей на рис. 4.5 связано с отсутствием вклада фазы. Вторая производная, характеризующая уже не момент импульса, а момент сил, представлена на рис. 4.7 внизу. Небольшое отличие производной по наблюдательным данным от производной

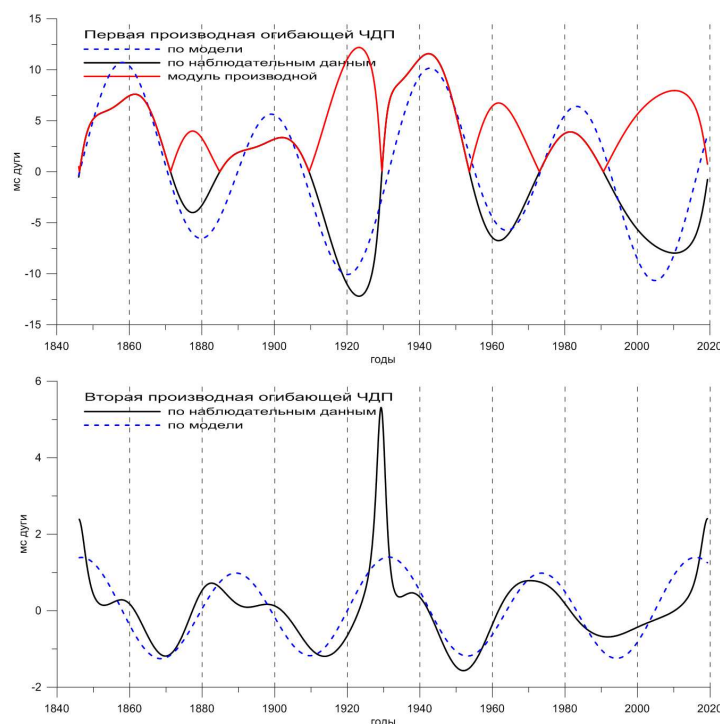


Рис. 4.7: Первая (вверху) и вторая (внизу) производные наблюдаемой и модельной огибающей чандлеровского движения полюса.

по модели вызвано усилением при численном дифференцировании высокочастотных колебаний, а также резким ускорением в 1930-е годы.

4.6 О скачке фазы ЧДП и модуляции

Необычному поведению ЧДП и его характеристик в 1930-е годы сопутствует скачок фазы на π , рис. 4.3 справа. Объяснение скачка фазы ЧДП могло бы быть найдено, если бы был обнаружен дрейф частоты возбуждения. Хорошо известна способность резонанса вызывать скачок фазы при пересечении входным воздействием его собственной частоты [117]. С переходом дрейфующей частоты возбуждения f_{ext} через частоту f_c поменялся бы знак разности $(f_c - f_{ext})$, определяющей амплитуду колебаний вблизи резонанса, и произошел бы такого рода скачок. Однако в случае ЧДП скачок фазы наблюдается в моменты минимума отклика (амплитуды ЧДП), а не наоборот, как должно было бы быть при приближении частоты вынуждающей силы f_{ext} к резонансу f_c , когда отклик на возбуждение должен все больше усиливаться. Значит объяснение скачка фазы пересечением резонансной частоты будет возможным, только если эти эпохи совпадают с резким уменьшением амплитуды возбуждения.

Поскольку появление $(f_c - f_{ext})$ в знаменателе выражения для передаточной функции (3.3) связано с интегрированием, возникновение подавляющего множителя в числителе будет возможно при дополнительном дифференцировании входного воздействия. Только тогда подобная интерпретация не будет противоречить результатам, полученным на рис. 4.1, где восстановленное нами возбуждение имеет большую амплитуду в эпохи минимума ЧДП. Кстати, это увеличение амплитуды, на наш взгляд, есть следствие 82-летней модуляции (рис. 3.5).

Воздействие на побочных частотах $f_c \pm 1/T_{mod}$ обеспечивает модуляцию ЧДП с периодом T_{mod} , что видно на рис. 4.3. Фаза восстановленного чандлеровского возбуждения меняется каждые ~ 20 -лет, то опережая, то отставая от самого ЧДП. Это также видно из рис. 4.8 и хорошо воспроизводится моделью. Игра фаз и амплитуд лежит в основе наблюдаемого эффекта.

Заметим, что обратный оператор вблизи резонанса как раз подавляет спектральные пики на самой чандлеровской частоте и вблизи неё, усиливая компоненты тем более, чем дальше они от резонансной частоты. Так происходит усиление боковых лепестков, связанных с модуляцией, рис. 4.3 слева. Это происходит так, как если бы мы сместили начало отсчета частот на резонансную частоту и применили бы дифференциальный оператор $i\omega$. Впрочем, ширина корректирующего фильтра Пантелеева ограничивает диапазон такого усиления, см. рис. 3.3, 5.1. Наш фильтр несколько ($f_0 = 1/25$) шире чем расстояние между проявившимися боковыми лепестками в спектре ЧДП. Это и позволило обратить внимание на связанное с 40-летней огибающей ЧДП расщепление спектральных линий и отследить модуляцию в возбуждении.

Как не хотелось бы нам уйти от рисков интерпретации выявленных модуляций и сосредоточиться лишь на доказательстве их достоверности, одна аналогия напрашивается. В механике рассматривают осцилляторы, которые могут взаимодействовать между собой. Так, при соединении пружиной двух маятников из уравнений движения можно получить две собственные частоты f_1, f_2 , которые определяются приведенной длиной маятника и отличаются на удвоенное отношение квазиупругого коэффициента к инерционному [105, 113]. Не вдаваясь в детали, заметим, что в такой синхронизованной системе каждый из осцилляторов колеблется в режиме, определяемом суммой собственных гармоник, что приводит к перекачке энергии от одного осциллятора к другому и вызывает модуляцию несущей частоты $f_c = (f_1 + f_2)/2$ с меньшей частотой $f_m = (f_1 - f_2)/2$. Если предположить, что чандлеровское колебание/возбуждение с несущей частотой $f_c = 365/430 = 0.843$ колебаний в

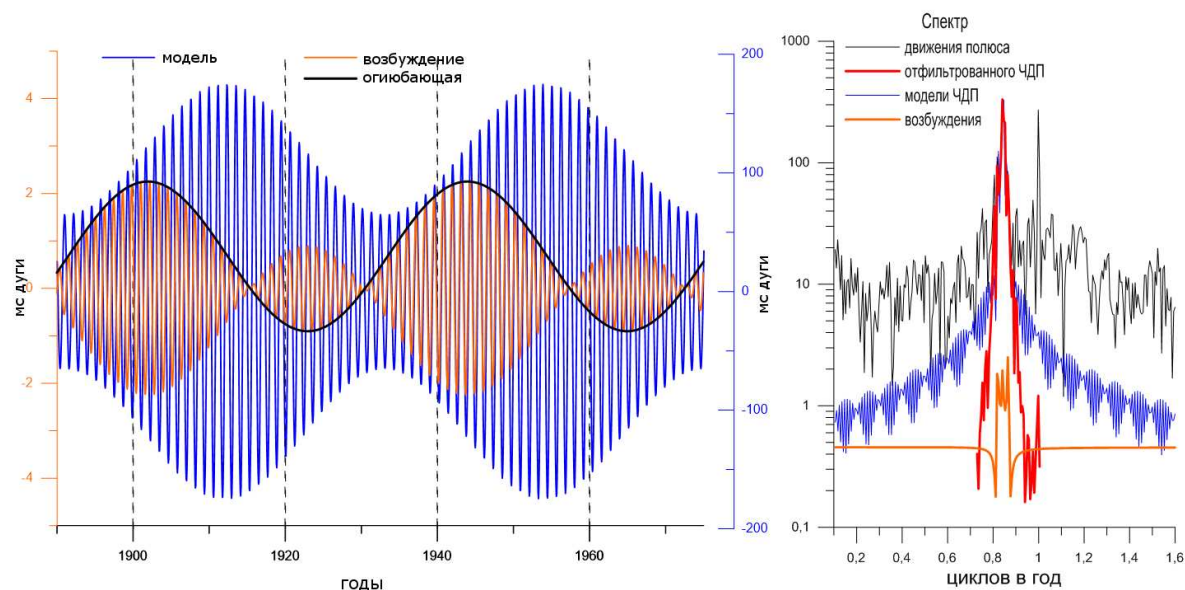


Рис. 4.8: Модель чандлеровского колебания (4.4) и его возбуждение (слева). Спектр компонент на чандлеровской частоте (справа).

год модулировано частотой $f_m = 1/20 = 0.05$ циклов в год, вследствие синхронизации двух осцилляторов, то получим для их частот $f_1 = 0.89$, $f_2 = 0.79$ лет $^{-1}$, что соответствует периодам около 410 и 460 суток.

Здесь уместно вспомнить Ю.Н. Авсюка [250], неоднократно указывавшего на то, что период Чандлера 433 суток близок к т.н. периоду повторения больших сизигийных приливов, когда полнолуние происходит в перигее. Этот период равен 412 суток. Все движения, имеющиеся у Луны, имеются также и у Земли, только меньшие в 81 раз, в соответствии с отношением масс. Не исключено, что этот колебательный процесс, взаимодействуя с осциллятором, природа которого связана с оболочками Земли, приводит к наблюдаемой 20-летней модуляции.

Однажды Жан Суше (Jean Souchay), заведующий группой по небесным системам отсчета Парижской обсерватории, поинтересовался, что будет с амплитудой ЧДП, если центр масс Земли будет смещаться вдоль ее оси. В главе 10 мы увидим, что амплитуды наблюдаемых смещений геоцентра не превышают нескольких сантиметров. Но что, если представить некоторое перераспределение масс, происходящее под действием регулярного фактора из СП в ЮП и обратно, то возбуждающего, то гасящего ЧДП? Это приведет к изменению амплитуды ЧДП. То же можно сказать о смещении центра масс с оси вращения, ведущего к разбалансировке, которая заставит ось волчка вибрировать.

Н.С. Сидоренков также указывает на то, что отличие солнечного года в 365.25 суток и лунного года в 355 суток, составляющее около 10 суток, может быть причиной 35.5 летней цикличности. На самом деле, разность двух частот пополам дает период биений 71 год. Окончательный ответ на вопрос, насколько велика роль нашей соседки Луны, будет получен лишь после изучения ЧДП Марса, не имеющего подобного массивного спутника.

4.7 Эффект “эскарго”

Модифицированный фильтр Пантелеева (3.10), разработанный нами для выделения ЧДП, имеет ненулевую передачу только на прямой чандлеровской частоте. Поэтому исследуемая нами составляющая ДП – круговая, она не содержит ретроградных составляющих, если рассматривать ее спектр на всем интервале длиной более 100 лет. На рис. 4.8 слева показан спектр ЧДП и возбуждения для реальных, а на рис. 4.8 справа – для модельных данных в окрестности частоты $+f_c$. Как уже говорилось, спектральный пик ЧДП расщеплен и имеет боковые лепестки, ответственные за появление амплитудной модуляции [231]. Однако если ограничиться рассмотрением только одной мгновенной частоты $+f_c$ в каждый момент времени, сигнал будет характеризоваться мгновенной комплексной частотой и фазой. Имея носитель спектра только на прямых частотах при анализе на интервале в 150 лет, выделенный сигнал ЧДП, если аппроксимировать его на коротком интервале времени, показывает эллиптичность. Этот эффект, обнаруженный МНК-оцениванием в скользящем окне, был назван нами эффектом “эскарго”, по наименованию блюда французской кухни (улитки с начинкой). Для ЧДП оценивание прямых и обратных комплексных амплитуд в C_p^+ , C_p^- в 12-летнем скользящем окне (длину окна можно менять, лишь бы она оставалась относительно небольшой, но большей одного периода Чандлера) показало наличие ненулевой ретроградной амплитуды C_p^- , осциллирующей с периодом 20 лет. Это происходит оттого, что траектория выделенного ЧДП закручивается и раскручивается каждые 20 лет, что меняет соотношение осей эллипса, аппроксимирующего эту траекторию в скользящем окне. Параметр эллиптичности меняется с 20-летним периодом, поскольку он не чувствителен к тому, направлена ли большая полуось в ту или противоположную сторону (период с учетом направления – 40 лет). Этот чисто математический, вероятно известный инженерам эффект, привлек наше внимание, поскольку квази-ретроградная огибающая C_p^- меняется синхронно с чандлеровским возбуждением. Для исследования этого эффек-

та следует рассмотреть передаточную функцию скользящего фильтра и понять, вследствие чего энергия перетекает в ретроградную область частот: из-за несовершенств цифрового фильтра или иных причин? Мы не проводим здесь это исследование. Наша задача – упомянуть о найденном эффекте, источником которого является, во-первых, подход к рассмотрению процесса с позиций мгновенных характеристик, а во-вторых, раскручивание и закручивание ЧДП, влияющее на эллиптичность аппроксимирующего МНК-эллипса.

4.8 Еще раз о резонансе

Что такое резонанс? Открытое Галилеем, это явление обычно определяют как эффект усиления входного сигнала, когда частота его колебаний попадает в область, близкую к собственным частотам системы. Иными словами, это область особой отзывчивости системы, в которой даже слабое воздействие усиливается во много раз. В небесной механике резонанс определяется кратными соотношениями между частотами. Не лишено смысла такое определение области резонанса для линейной системы: это та область частот, где полюс (нуль знаменателя) передаточной функции наиболее близко подходит в комплексной плоскости к кривой, вдоль которой считывается частота (аргумент функции отклика). Для дискретных систем такой кривой является единичная окружность, для непрерывных систем – мнимая ось. В уравнении Эйлера-Лиувилля (12.26) с которым мы работаем, как и других схожих случаях, попадание на частоту резонанса приводит к взаимному сокращению членов уравнения. Рассмотрим прямую и обратную компоненты движения полюса $\hat{p}$ и возбуждения $\hat{\chi}$ в частотной области

$$\hat{\chi}(\omega) = C_{\chi}^{+} e^{i\omega t} + C_{\chi}^{-} e^{-i\omega t} \quad \hat{p}(\omega) = C_p^{+} e^{i\omega t} + C_p^{-} e^{-i\omega t},$$

перепишем уравнение Эйлера-Лиувилля (3.1) в частотной области

$$-\omega \hat{p} + \omega_c (1 + i/2Q) \hat{p} = \omega_c (1 + i/2Q) \hat{\chi}.$$

На фиксированной прямой чандлеровской частоте $\omega = \omega_c$ получим для мгновенной частоты соотношение

$$-\omega_c C_p^{+} + \omega_c (1 + i/2Q) C_p^{+} = i\omega_c C_p^{+} / 2Q = \omega_c (1 + i/2Q) C_{\chi}^{+}.$$

Фиксируя ретроградную частоту $\omega = -\omega_c$, получим для ретроградной компоненты на ней соотношение

$$+\omega_c C_p^{-} + \omega_c (1 + i/2Q) C_p^{-} = \omega_c (2 + i/2Q) C_p^{-} = \omega_c (1 + i/2Q) C_{\chi}^{-}.$$

Учитывая малость $1/Q \approx 1/100$, приходим к выводу, что даже малейшее неотфильтрованное движение полюса в ретроградном диапазоне усилится обратной передаточной функцией настолько, что возбуждение истинного ЧДП на прямой частоте практически потеряется в нем. Форма (огибающая) восстановленного при этом возбуждения будет, в основном, определяться амплитудой ретроградной компоненты

$$C_{\chi}^{+} \approx 0, \quad C_{\chi}^{-} \approx 2C_p^{-}.$$

Вот почему так важно фильтровать данные в узкой полосе вблизи чандлеровского резонанса, чтобы выяснить природу его возбуждения.

4.9 Выводы

В этой главе мы впервые показали, что корректирующая фильтрация Пантелеева является регуляризующим алгоритмом, и что выбранный нами для восстановления чандлеровского возбуждения параметр фильтра f_0 имеет оптимальное значение, согласованное с ошибками данных и оператора, а погрешность восстановленного возбуждения не превышает 1 мс дуги. Мы установили, что если в ЧДП действительно присутствует 40-летняя амплитудная модуляция на фоне средней амплитуды, то она будет обеспечиваться 20-летней модуляцией возбуждения. Мы доказали это математически, с подтверждением выводов на простой модели.

Аппроксимация огибающей ЧДП моделью из двух гармоник 84- и 42-летнего периодов позволяет сделать прогноз на следующие ~ 30 лет. На нынешние 2010-2020-е годы, по всей видимости, приходится минимум амплитуды чандлеровского колебания, что предсказывалось в [386]. Этот минимум напоминает минимум 1930-х годов. Комплексная огибающая $C(t)$ полностью описывает изменения амплитуды $A(t)$ и фазы $\phi(t)$ ЧДП, выступая альтернативой методу спектрального представления. По $C(t)$ удастся вычислить огибающую чандлеровского возбуждения $E(t)$. Однако мгновенное представление оказывается, в некотором смысле, не вяжущимся со спектральным. К примеру, изучая ЧДП в скользящем окне, мы натолкнулись на эффект появления ретроградной квази-компоненты у сигнала, имеющего только прямые составляющие в спектре, вычисленном на продолжительном интервале времени. Мы назвали этот математический эффект “эскарго”. Он связан с появлением эллиптичности при аппроксимации закручивающейся или раскручивающейся траектории полюса в окне. Нам показалось любопытным, что для ЧДП поведение этой квази-ретроградной компоненты отражает биения амплитуды восстановленного возбуждения. Рост и спад огибающей ЧДП, связанный

с мгновенной эллиптичностью, определяет дифференциальный эффект, производную $\dot{p}(t)$ в правой части уравнения (3.1), а значит и возбуждение, восстанавливаемое по наблюдениям.

Поскольку на резонансной частоте в правой части уравнения Эйлера-Лиувилля некоторые члены сокращаются, аккуратная работа с прямыми и ретроградными компонентами крайне важна. Если не исключить ретроградные компоненты при восстановлении чандлеровского возбуждения, истинное прямое возбуждение просто затеряется в них. Понимание источников прямых и ретроградных колебаний также необходимо для поиска эффектов трехосности Земли в рамках обобщенных уравнений Эйлера-Лиувилля.

Глава 5

Возбуждения в рамках обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля

*Пуškai покину мир однажды
Я, жажды в нем не утоля,
Но людям жаждать этой жажды,
Покуда вертится Земля.
Расул Гамзатов*

5.1 Реконструкция прямого и обратного чандлеровского возбуждений в рамках обобщенного уравнения

Наблюдаемое движение полюса содержит как прямые, так и обратные (ретроградные) компоненты в спектре. Новое обобщенное уравнение Эйлера-Лиувилля (2.22а), учитывающее трехосность Земли и полюсный прилив в океане, связывает прямые и обратные частоты [2]. Особый интерес представляет изучение возбуждения на прямых и обратных частотах в узком чандлеровском диапазоне. В данном разделе мы представим сравнение геодезических и геофизических возбуждений на интервале 1960-2000 гг., как в рамках классического уравнения, так и его обобщения.

Основываясь на методике корректирующей фильтрации Пантелеева, примененной в предыдущих главах, мы получим геодезические возбуждающие функции на основе данных о движении полюса из бюллетеня ЕОР С01 в узких диапазонах около прямой и обратной чандлеровских частот. Известно, что годовое и чандлеровское колебания имеют некоторую эллиптичность. В спектре наблюдаются небольшие ретроградные

компоненты (см. рис. 1.5). Важный вопрос: связаны ли они с эллиптичностью поступающего возбуждения, или с передаточной функцией асимметрической Земли. Для более точного учета свойств трехосной Земли необходимо использовать обобщение классического уравнения Эйлера-Лиувилля [324].

Вновь запишем классическое линеаризованное уравнение Эйлера-Лиувилля (3.1,12.26) для мгновенного полюса вращения

$$\frac{i}{\sigma_c} \frac{dm(t)}{dt} + m(t) = \Psi(t), \quad (5.1)$$

оно содержит чандлеровскую частоту $\sigma_c = 2\pi f_c(1 + i/2Q)$ зависящую от $f_c = 0.8435 \text{ лет}^{-1}$ и $Q = 100$ (принятые в нашей работе значения). В рамках такой линейной динамической модели (5.1) комплексная траектория полюса $m = m_1 + im_2$ является отфильтрованным откликом на возбуждение $\Psi = \Psi_1 + i\Psi_2$ на той же точно частоте [100]. В данной главе мы будем, пользуясь приближением (12.19) для низких частот, отождествлять запись (12.29) с (5.1), пренебрегая внешним моментом сил и производными $\dot{\chi}$. В выведенном в главе 2 обобщенном уравнении Эйлера-Лиувилля (2.22a), которое мы еще раз приведем

$$(1 - U)m(t) + (1 + eU)\frac{i}{\sigma_e} \frac{dm(t)}{dt} - Vm^*(t) + eV\frac{i}{\sigma_e} \frac{dm^*(t)}{dt} = \Psi^{Pure}(t), \quad (5.2)$$

параметр U зависит от реологии, V характеризует асимметрический отклик Земли, внесенный трехосностью и полюсным приливом в океане, σ_e – частота Эйлера, а звездочка $*$ означает комплексное сопряжение. Вследствие одновременного присутствия в уравнении величины m и сопряженной к ней m^* , прямые и обратные спектральные компоненты оказываются связаны. Будем считать, что в правой части стоит освобожденное от вращательных эффектов (полюсного прилива) чистое эффективное возбуждение $\Psi^{Pure}(t) = (1 - U)\Psi(t)$. Введем обратную передаточную функцию для симметрических эффектов в операторном виде

$$L_{sym}^{-1}(i\omega) = 1 + \frac{(1 + eU)}{1 - U} \frac{i}{\sigma_e}(i\omega) \approx 1 + \frac{i}{\sigma_c}(i\omega). \quad (5.3)$$

Она совпадает с классической обратной передаточной функцией для уравнения (5.1). Асимметрические же эффекты обусловлены асимметрической обратной передаточной функцией (оператором)

$$L_{asym}^{-1}(i\omega) = \frac{eV \frac{i}{\sigma_e}(i\omega) - V}{1 - U}. \quad (5.4)$$

С использованием введенных операторов 5.3, 5.4, уравнение (5.2) может быть переписано в спектральной области

$$L_{sym}^{-1}(i\omega)\hat{m}(\omega) + L_{asym}^{-1}(i\omega)\hat{m}^*(-\omega) = \hat{\Psi}_{sym}(\omega) + \hat{\Psi}_{asym}(\omega) = \hat{\Psi}(\omega), \quad (5.5)$$

где крышкой $\hat{\cdot}$ обозначено преобразование Фурье и применено правило $\widehat{\hat{m}^*}(\omega) = \hat{m}^*(-\omega)$. В соответствии с этим, асимметрический оператор (5.4) действует на сопряженный спектр движения полюса с обращенной частотой $\hat{m}^*(-\omega)$. Введем новый оператор s^* , представляющий собой преобразование $s^*\{\hat{m}(\omega)\} = \hat{m}^*(-\omega)$. Нигде ранее такой оператор мы не встречали, что, видимо, связано с неаналитичностью замены знака аргумента (частоты или времени) в аргументе функции (см. приложение Б).

Если в линейном уравнении (5.1) вход (воздействие) на конкретной частоте вызывает отклик на точно такой же частоте, то в уравнении (5.2) присутствие прямой и сопряженной переменной $m(t)$ приводит к тому, что воздействие на определенной частоте вызывает отклик как на прямой, так и на обратной частотах. Выделенной точкой на оси частот становится начало отсчета, где прямая и ретроградная частоты совпадают. Зная отклик $\hat{m}(\omega)$ на конкретной частоте, мы можем восстановить по нему симметрическую и асимметрическую часть возбуждения (оба эти возбуждения имеют как прямую, так и обратную частотные компоненты), используя операторы (5.3), (5.4), амплитудные отклики которых представлены как функции круговой частоты $\omega = 2\pi f$ на рис 5.1.

Интересно отметить, что задача прямого вычисления $\hat{m}$ по заданному возбуждению $\hat{\Psi}(\omega)$ формулируется из уравнения (5.5) как

$$\hat{m}(\omega) = \frac{1}{L_{sym}^{-1}(i\omega) + L_{asym}^{-1}(i\omega)s^*} \hat{\Psi}(\omega). \quad (5.6)$$

Присутствие в знаменателе (5.6) асимметрической части ранее введенного экзотического оператора спектрального сопряжения s^* делает задачу разделения прямого и обратного вкладов в $\hat{m}$ трудной для решения (неразрешимой). Чтобы получить отклик $\hat{m}(\omega_0)$ на конкретной частоте ω_0 , нужно знать возбуждение как на прямой $\hat{\Psi}(\omega_0)$, так и на обратной частотах $\hat{\Psi}(-\omega_0)$. Оператор s^* невозможно представить в простой аналитической форме, но он по определению является Фурье-образом оператора комплексного сопряжения. Избежать введения s^* можно на основе использования двухканальной матричной динамической системы (отдельных уравнений для действительной и мнимой частей) вместо комплексного уравнения (5.5), например, как в сделано для (12.29) в приложении А [2, 267].

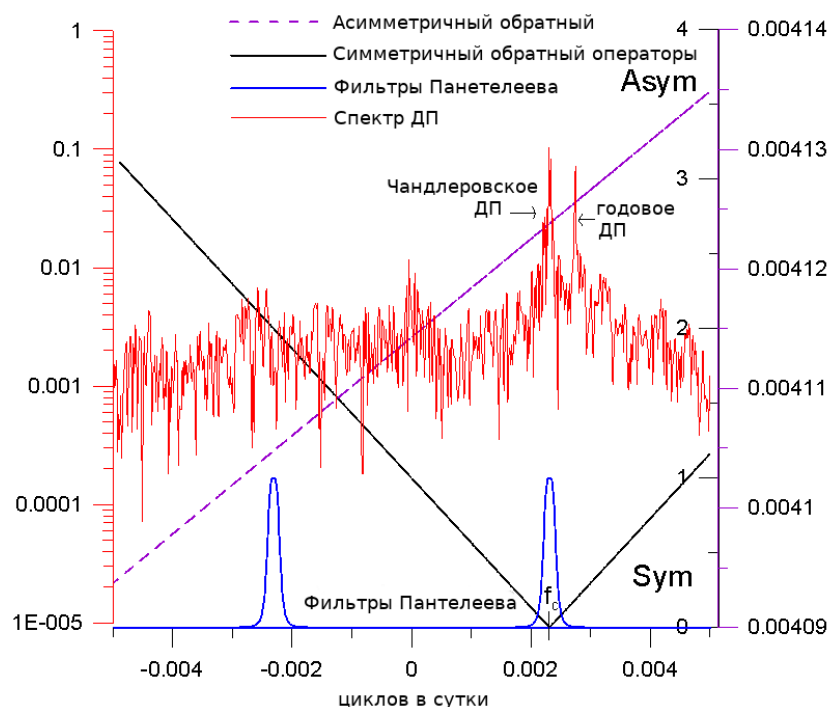


Рис. 5.1: Амплитудные отклики обратных операторов $|L_{sym}^{-1}(\omega)|$, $|L_{asym}^{-1}(\omega)|$ и фильтров Пантелеева на прямой и обратной чандлеровских частотах на фоне спектра движения полюса.

В данной работе мы разделили прямую и обратную чандлеровские частоты с помощью узкополосного фильтра Пантелеева (3.9), разработанного в предыдущих главах [10], а затем применили обратные передаточные функции (5.3), (5.4).

Передаточная функция (3.10) модифицированного фильтра Пантелеева, центрированная на прямой/обратной чандлеровской частоте $\pm f_c$, дается формулой

$$L_h(f) = \frac{f_0^4}{(f \mp f_c)^4 + f_0^4}. \quad (5.7)$$

Графики таких фильтров показаны синим на рис. 5.1. Параметр ширины выбран равным $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$. Узкополосный в спектральной области фильтр (5.7) не искажает фазу сигнала, однако во временной области ему соответствует окно протяженностью более 20 лет. Для устранения краевых эффектов в отфильтрованном сигнале мы отсекали по 10 лет от левого и правого края сигнала, обозначив, как и в предыдущих главах, область достоверности красным прямоугольником.

5.2 Анализ и сравнение с геофизическим возбуждением

После того как ДП было отфильтровано фильтром Пантелеева (5.7) в прямом и обратном чандлеровском диапазонах (рис. 5.2, слева), симметрическая и асимметрическая части геодезического возбуждения были получены умножением в частотной области на симметрический (5.3) и асимметрический (5.4) обратные операторы. Такой подход, – корректирующая фильтрация Пантелеева, – представляет собой альтернативу регуляризации Тихонова, когда носитель спектра шумов может быть отделен от носителя спектра полезного сигнала [27, 141, 166]. Он основан на взгляде на обратные задачи как на задачи фильтрации (“обобщенного отбора”) [26, 27].

Классическое прямое чандлеровское возбуждение представлено на рис. 5.2, справа. Как было отмечено в главе 3 [10], его амплитудная модуляция носит квази-20-летний характер и, в некоторой степени, схожа с Лунным 18.6-летним приливным циклом, показанным на рис. 5.2 справа вдоль оси абсцисс для сравнения. Прямое и обратное геодезические возбуждения в ретроградном чандлеровском диапазоне показаны на рис. 5.3. Классическая (симметрическая) часть Ψ_{sym} показана слева, а асимметрическая часть Ψ_{asym} – справа. Асимметрическая часть как в прямом, так и в ретроградном диапазоне имеет порядок величины ≤ 1 мс дуги. В любом случае, она меньше вклада симметрической части. Тем не менее, её вклад существенен при современном уровне наблюдательной точности (~ 0.05 мс дуги). Ретроградная асимметрическая компонента (рис. 5.3, справа) повторяет по форме прямое чандлеровское колебание (рис. 5.2, слева), т.к. она была получена его умножением на комплексную функцию $L_{asym}^{-1}(\omega_c)$ (рис. 5.1). Эта компонента доминирует в полном асимметрическом возбуждении (сумма асимметрической прямой и ретроградской частей) и, очевидно, является наиболее значимой составляющей, вносимой новым формализмом обобщенного уравнения (5.2).

Наоборот, классическое (симметрическое) прямое чандлеровское возбуждение, как видно из рис. 5.3, слева, теряется на фоне ретроградской части, которая особенно велика до 1900 года. Это может быть вызвано шумами наблюдений, их усилением на ретроградской чандлеровской частоте (рис. 5.1) обратным оператором $L_{sym}^{-1}(-\omega_c)$, чей амплитудный отклик на ней, по сравнению с прямой частотой, велик.

Симметрическая и асимметрическая части геодезического возбуждения были просуммированы и сопоставлены с геофизическим возбуждением. Вклад атмосферы был вычислен фильтрацией данных ААМ

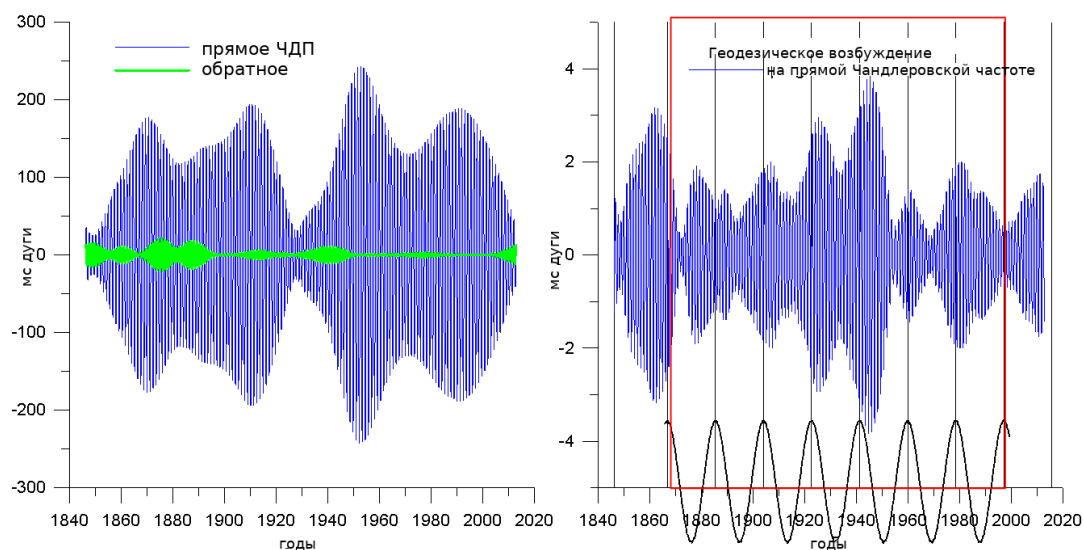


Рис. 5.2: Отфильтрованное в прямом и обратном чандлеровском диапазоне движение полюса (слева) и прямое возбуждение, полученное классическим обратным оператором $L_{sym}^{-1}(\omega)$ (справа). Волна изменчивости 18.6-летнего лунного прилива показана вдоль оси абсцисс.

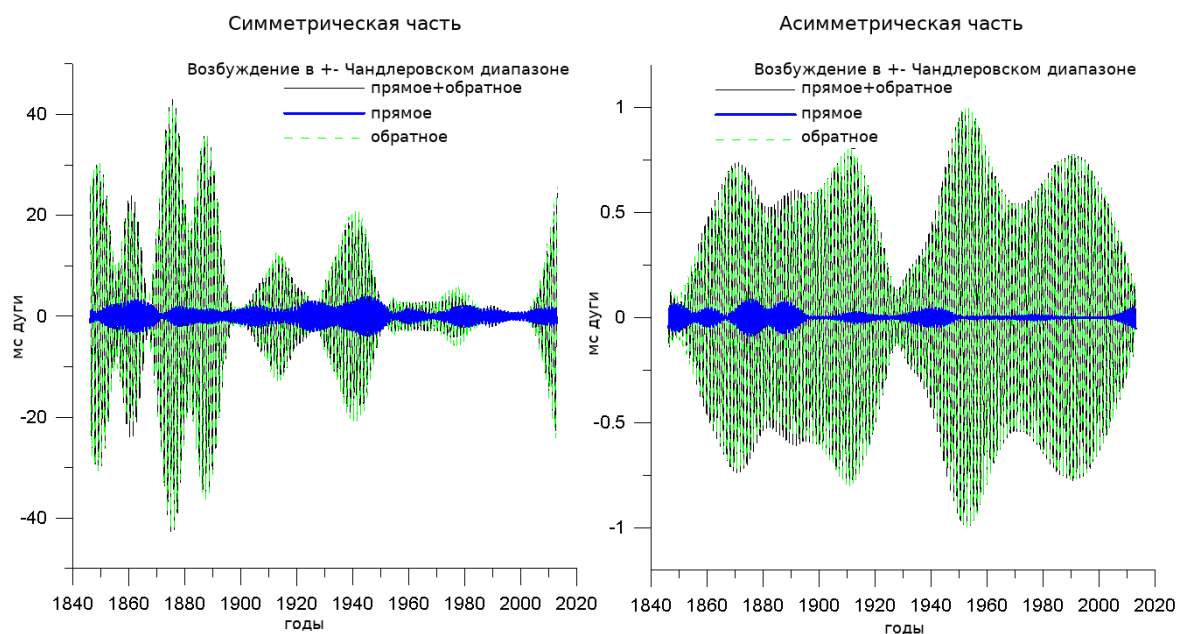


Рис. 5.3: Симметрическая Ψ_{sym} (слева) и асимметрическая Ψ_{asym} (справа) компоненты геодезического возбуждения на прямых и ретроградных чандлеровских частотах.

NCER/NCAR и суммированием вклада ветра и давления (IB). Использовался фильтр Пантелеева (5.7) с параметрами, указанными ранее. Океаническая часть возбуждения была также получена суммированием компонент придонного давления и течений ОАМ по данным ЕССО. На рис. 5.4 показано геодезическое и геофизическое возбуждения в прямом (слева) и обратном (справа) чандлеровском диапазонах для углового момента атмосферы ААМ (вверху), океана ОАМ (внизу) и их суммы (внизу). Исходные ряды имеют протяженность с 1949 по 2010 год, однако мы можем сравнивать результаты фильтрации лишь на интервале 1960-2000 гг. (показанном красным прямоугольником достоверности) из-за краевых эффектов. Наблюдается хорошее согласие в прямом диапазоне частот, однако в ретроградном диапазоне сумма ОАМ+ААМ оказалась недостаточной по величине для объяснения геодезического возбуждения.

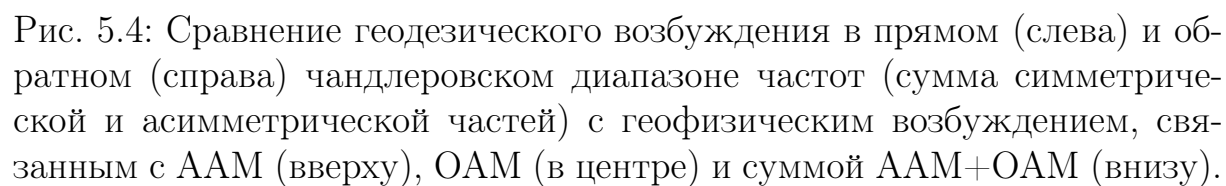
В таблицах 5.1, 5.2 даны коэффициенты корреляции между геодезическим возбуждением и геофизическими возбуждениями ОАМ, ААМ, ОАМ+ААМ в прямом и обратном чандлеровском диапазонах. Причем в таблице 5.2 представлены корреляции отдельно для x и y координат полюса, но лишь для суммарного симметрического и асимметрического возбуждений (двух нижних строк таблицы 5.2). Вычисления сделаны на интервале 1960-2000 гг. Стандартные отклонения для коэффициентов корреляции могут быть оценены по формуле $\sqrt{2/(N-3)}$, где N – число точек наблюдений, в нашем случае $N \sim 800$ дает погрешность $\sigma \sim 0.05$. Такого же порядка (0.06) минимальное значение коэффициента корреляции уровня значимости 0.1. [280]. Корреляция с ОАМ выше, чем с ААМ. Наибольшее рассогласование наблюдается на ретроградных частотах, чему может быть несколько объяснений. Возможно, это следствие усиления шумов инверсным оператором. Шум может просачиваться в диапазон пропускания фильтра, особенно для эпох ранних астрометрических наблюдений. Не исключено наличие также иных факторов (помимо ААМ+ОАМ), ответственных за ретроградное возбуждение. Возможно, погрешность в передаточной функции, полученной для ретроградных частот из динамического уравнения (5.1), приводит к переоценке обратного амплитудного отклика на этой частоте. Как было показано в главе 2, в новом обобщенном уравнении (5.2) асимметрическая часть дает вклад намного меньший симметрического, поэтому результаты, представленные на рис. 5.4 и в таблицах 5.1, 5.2, находятся в хорошем согласии с результатами моделирования, выполненного в рамках классического уравнения (5.1).

Таблица 5.1: Коэффициенты корреляции между геодезическим и геофизическим возбуждениями для симметрической, асимметрической частей и их суммы.

диапазон	ААМ	ОАМ	ААМ+ОАМ
симметрический прямой	0.64	0.93	0.94
симметрический ретроградный	-0.02	0.43	0.36
асимметрический прямой	0.22	0.63	0.51
асимметрический ретроградный	0.58	-0.51	0.04
суммарный прямой	0.64	0.93	0.94
суммарный ретроградный	0.10	0.36	0.40

Таблица 5.2: Коэффициенты корреляции между суммарным прямым и обратным геодезическим и геофизическим возбуждениями для x и y (ААМ, ОАМ, сумма).

Чандлеровский диапазон	ААМ x	ААМ y	ОАМ x	ОАМ y	ААМ+ОАМ x	ААМ+ОАМ y
прямой	0.638	0.637	0.932	0.932	0.939 ± 0.008	0.938 ± 0.008
обратный	0.102	0.103	0.355	0.359	0.393 ± 0.059	0.395 ± 0.058



5.3 Заключительные замечания

В представленной главе, используя фильтр Пантелеева, мы вычислили геодезическое возбуждение в прямом и обратном чандлеровском диапазоне в рамках обобщенного уравнения Эйлера-Лиувилля-Бизуара (5.2). Оно было сопоставлено с геофизическим возбуждением. Геодезическое возбуждение на ретроградной частоте превосходит возбуждение на прямой резонансной чандлеровской частоте. Поэтому, если не отделять ретроградное возбуждение, то круговое возбуждение на прямой частоте просто потеряется в нём (см. раздел 4.7). Новый формализм отвечает за появление весьма небольшого асимметрического вклада, величиной порядка 1 мс дуги, который хоть заметно и не улучшает бюджета геофизических возбуждений в движении полюса, тем не менее, существенен при современной точности наблюдений. Расхождения, особенно большие, на ретроградных частотах, все еще требуют объяснения. Скорее всего, они связаны с усилением шумов астрометрических наблюдений XIX века в ходе решения некорректной обратной задачи.

Глава 6

Анализ осевого углового момента атмосферы ААМ

*Словно лошади по кругу,
Вслед за призрачной мечтой,
Мчатся люди друг за другом,
Ипподром весь шар земной.
Наум Олев*

6.1 О влиянии зональной компоненты ААМ на LOD

В последние полвека было установлено, что обмен моментом импульса между атмосферой, океаном и твердой Землей является основной причиной колебаний скорости вращения Земли (изменения продолжительности суток, LOD) и движения полюсов [24, 172, 311]. В предыдущих главах мы рассмотрели экваториальные компоненты ААМ, возбуждающие движение полюса в чандлеровском диапазоне. Теперь проанализируем вклад зональных (осевых) вариаций ААМ в изменения длительности суток LOD. Влияние атмосферы на скорость вращения Земли особенно велико на периодах в год и менее в связи с тем, что атмосфера более подвижна, чем океан, и ее зональный поток не ограничен континентами, как течения в океане. Осевая (зональная) компонента вектора углового момента атмосферы H_z (см. раздел 8.5) подвержена наибольшему изменению ($\sim 5 \cdot 10^{25} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$) [177, 420]. Т.о. изучение зональной циркуляции и осевой компоненты ААМ имеет огромное значение для объяснения вариаций в скорости вращения Земли. ААМ может быть вычислен на основе метеорологических данных и моделей глобальной циркуляции. Американский метеорологический центр NCEP/NCAR, японский JMA, европейский ECMWF [469] предоставляют данные по ААМ, получаемые в ходе реанализа данных. Проинтегрированный по всем широтам и долготам ААМ, с учетом соответствующих коэффициентов, называется эф-

фективным угловым моментом атмосферы (ЕААМ) и используется для сравнения с изменениями продолжительности суток после вычитания прочих эффектов, таких как зональные приливы и др. Такие сравнения, выполнявшиеся многими авторами [269, 278, 311, 384, 387, 427, 437], показали, что в широком частотном диапазоне, от нескольких дней до нескольких лет, атмосфера обуславливает бóльшую часть изменений в продолжительности суток LOD.

Этот вывод подтверждает рис. 6.1, где слева представлены графики ЕААМ и LOD. При этом мы разделили высокочастотные и низкочастотные колебания LOD (зональные приливы удалены), используя фильтр Пантелеева (3.9) с частотой среза $f_0 = 1/500 \text{ сут}^{-1}$. Видно, что высокочастотные колебания LOD (слева внизу) хорошо согласуются с изменениями ААМ (суммой компонент ветра и ИВ-давления). Коэффициент корреляции на интервале 1962-2010 гг. составляет $r = 0.959 \pm 0.001$. Высокочастотные компоненты ААМ и LOD, усредненные на всем интервале по дням года, представлены на рис. 6.1 справа. Коэффициент корреляции между этими кривыми составляет $r = 0.992 \pm 0.002$. Это не оставляет сомнений в том, что обмен угловым моментом импульса между атмосферой и твердой Землей на внутригодовых периодах практически не требует дополнительного вклада океана.

Что касается низкочастотных колебаний LOD, для их объяснения недостаточно только вклада атмосферных процессов, и требуется возбуждение со стороны океана и ядра [300]. В главах 8, 10 будет показано, что глобальная приповерхностная температура на Земле содержит декадные 60- и 20-летние компоненты, антикоррелированные с низкочастотными изменениями LOD. 20-летняя изменчивость температуры представлена на рис. 6.1 слева красной кривой [9, 44]. Чтобы понять причины её сходства с LOD, необходимо тщательно исследовать изменения зональной циркуляции атмосферы, вызванные естественными колебаниями и климатическими процессами. В этой главе мы попытались провести исследование компонент ААМ на географической сетке с применением многоканального сингулярного спектрального анализа.

Влияние атмосферы на скорость вращения Земли описывается функцией возбуждения χ_3 осевого ЕААМ, она включает две компоненты: давления (массы) χ_3^P и ветра (движения) χ_3^W (12.28). Первая связана с изменениями тензора инерции атмосферы, а вторая – с относительным моментом импульса зональных ветров. Земля замедляется, когда атмосферный момент инерции χ_3^P возрастает в результате перераспределения воздушных масс. В соответствии с законом сохранения момента импульса, увеличение χ_3^W также приводит к замедлению скорости вра-

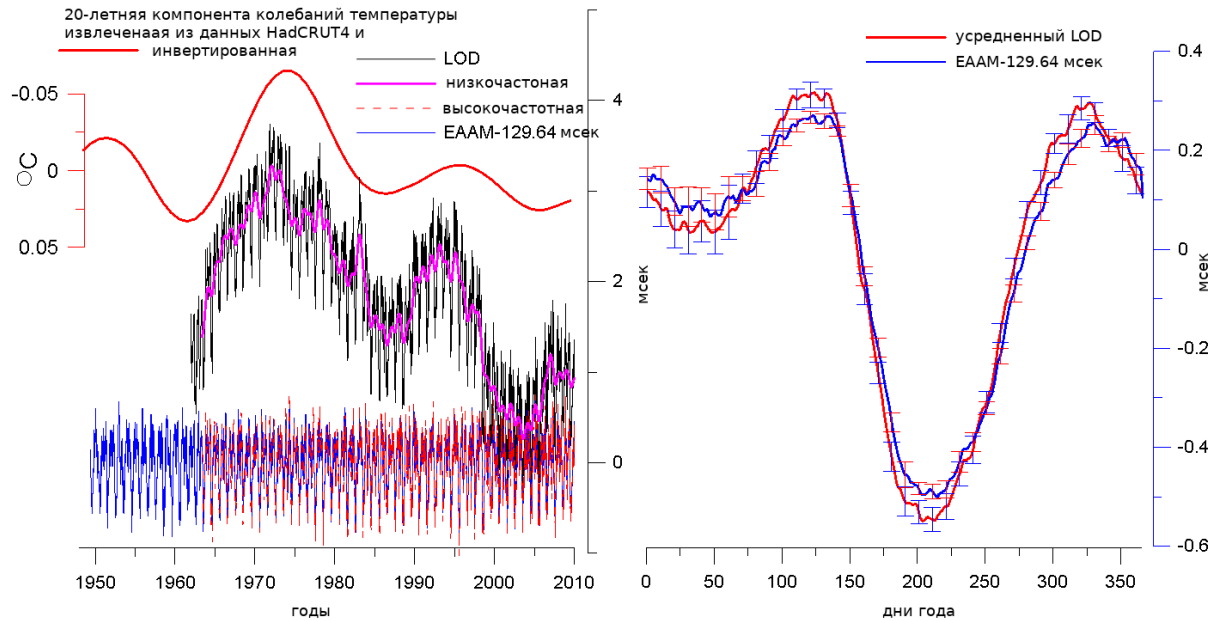


Рис. 6.1: Слева: высокочастотные и низкочастотные (сглаженные) изменения продолжительности суток LOD, изменения эффективного углового момента атмосферы ЕААМ (давление+В-ветер) и инвертированная 20-летняя компонента глобальной температуры. Справа: изменения ЕААМ и LOD, усредненные по дням года на интервале 1962-2010 гг.

щения Земли и к увеличению LOD. Западные ветра, усиление которых может вызываться притоком углового момента от твердой Земли, дают положительный вклад в ААМ, при этом скорость вращения Земли уменьшается. Усиление восточных ветров, наоборот, ускоряет Землю и замедляет суперротацию атмосферы. В среднем, за 70 суток (оборотов Земли) атмосфера совершает 71 оборот [24]. Это видно из положительного среднего значения углового момента ветров (см. раздел 8.5) $\langle H_z^W \rangle = 1.4 \cdot 10^{26} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, его стандартное отклонение составляет $\sigma_{H_z^W} = 2.3 \cdot 10^{25} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Для давления среднее составляет $\langle H_z^P \rangle = 102 \cdot 10^{26} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$, стандартное отклонение $\sigma_{H_z^P} = 0.4 \cdot 10^{25} \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$. Переводя в ЕААМ и миллисекунды LOD, получаем $\langle \chi_3^W \rangle = 2.34 \text{ мс}$, $\sigma_{\chi_3^W} = 0.384 \text{ мс}$, $\langle \chi_3^P \rangle = 127.29 \text{ мс}$, $\sigma_{\chi_3^P} = 0.055 \text{ мс}$. Изменчивость компоненты ветра больше, чем давления, однако последняя имеет большее среднее значение. Из рис. 6.1 видно, что максимумы ААМ, в среднем, приходятся на 1 мая и 7 декабря, минимумы – на 4 августа и 27 февраля, что определяется сезонным изменением ветров.

Изучение связи между глобальным вращением планеты и её оболочек имеет большое значение не только для астрометрии и геодинамики, но и

для метеорологии и климатологии, для моделирования атмосферы и океана. Распределения ветров и давлений, которые представлены данными ААМ, связаны с LOD и динамикой вращения Земли. В этой главе особое внимание уделено региональным аспектам изменений ААМ. Мы проанализируем осевые компоненты ААМ, представленные в виде карт (многомерных временных рядов) на сетке широт и долгот с помощью многоканального сингулярного спектрального анализа (МССА), сведения о котором даны в приложении Г. Являясь обобщением метода эмпирических ортогональных функций (ЭОФ), хорошо известного в атмосферных и климатических исследованиях [340, 405, 433, 453], МССА, в то же время, более гибок, чем простой метод ЭОФ [?]. Исследование осевого ААМ на интервале 1970-1998 гг. уже выполнялось в работах [301, 303, 304]. В них ААМ усреднялся по 20 долготным поясам и обрабатывался МССА. МССА также применялся к 1104 ячейкам пространственных карт ААМ в работе [274]. Там также была выделена компонента, связанная с Эль-Ниньо на периодах 5 и 2 года, и показано полярное движение углового момента на графиках Ховмеллера. Наша работа расширяет и дополняет предыдущие исследования для региональных компонент ААМ на сетке широт и долгот для интервала 1948-2010 гг. Мы впервые применяем совместный МССА для компонент массы и движения. Новый метод совместного включения двух компонент позволяет точнее выявлять коррелированные изменения в них. Анимированные карты позволяют оценить их поведение и связать с различными модами климатических колебаний, такими как Эль-Ниньо. Главные компоненты получаются без предварительной фильтрации, непосредственно в результате МССА.

6.2 Используемые данные NCER/NCAR

Уравнения Эйлера-Лиувилля для осевой компоненты (12.15) дает для малых вариаций m_3 угловой скорости вращения Земли $\Omega(1 + m_3)$ выражение [173, 172]

$$m_3 = \Psi_3. \quad (6.1)$$

Здесь справа стоит осевая компонента возбуждения Ψ_3 , которая может рассматриваться как входной процесс, приводящий к малым изменениям в скорости вращения Земли m_3 . Возбуждение зависит от изменений тензора инерции Земли, возникающих вследствие перераспределения масс, а также от относительного углового момента ветров и течений. Процессы в атмосфере, океане, земном ядре и мантии влияют на вращение планеты, вызывая соответствующее возбуждение. Момент внешних сил также играет свою роль. В данной главе мы ограничимся рассмотрением осевой

компоненты атмосферного возбуждения. В уравнении (6.1) переменная m_3 может быть выражена через изменения продолжительности суток LOD в приближении (1.1) как $m_3 = -\Delta LOD/LOD$ [325, 163].

Вместо возбуждающих функций принято использовать функции эффективного углового момента ЕААМ χ , осевая компонента которых, при нулевом моменте внешних сил $\Lambda_3 = 0$, отличается только знаком $\Psi_3 = -\chi_3$ (12.20). Близкое согласие между изменениями LOD и ЕААМ, проиллюстрированное на рис. 6.1, позволяет считать, что выполняется равенство $\Delta LOD/LOD = \chi_3$, и все полученные в данной главе компоненты ААМ сказываются на вращении Земли, приводя к соответствующим изменениям LOD. Для того, чтобы сразу оценивать эффект в LOD, мы перевели величины ЕААМ χ_3 в мс, принятые для LOD, домножив χ_3 на стандартное число миллисекунд в сутках $LOD=86\,400\,000$ мс. Региональный АММ будет дан в миллисекундах на кв. градус. Как и в разделе 3.3, использованы данные реанализа NCEP/NCAR, полученные на основе климатических моделей с ассимиляцией всех имеющихся метеорологических наблюдений. Интерполированные поля ветра и давления доступны в рамках этого реанализа с 1948 года с шагом в 6 часов. М. Шенделеггой нам были любезно предоставлены также поля значений ААМ с 1900 года по данным ECMWF. Результаты по ним мы представим в разделе 6.4 для сравнения.

Данные по ветрам и давлению NCEP/NCAR были преобразованы в карты ААМ нашими коллегами (Y.H. Zhou) в центре астрогеодинамики Шанхайской обсерватории. В каждой ячейке широтно-долготной карты компонента давления вычисляется по формуле (см. раздел 8.5)

$$X_3^P(\lambda, \phi) = \frac{0.756R^4}{C_m g} p_s(\lambda, \phi) \cos^3 \phi, \quad (6.2)$$

а компонента ветра – по формуле

$$X_3^W(\lambda, \phi) = \frac{R^3}{C_m \Omega g} \int u(\lambda, \phi, p) \cos^2 \phi dp, \quad (6.3)$$

где R и Ω – средний радиус и скорость вращения Земли, C_m – главный момент инерции мантии относительно оси вращения, g – ускорение свободного падения, λ и ϕ – долгота и широта ячейки, p – уровень давления, p_s – приземное давление, u – скорость зональных ветров, проинтегрированная по выбранной ячейке широтно-долготной карты. Компонента давления, приведенная к поверхности в формуле (6.2), вычислялась с учетом гипотезы обратного барометра (IB) [472], предполагающей компенсацию

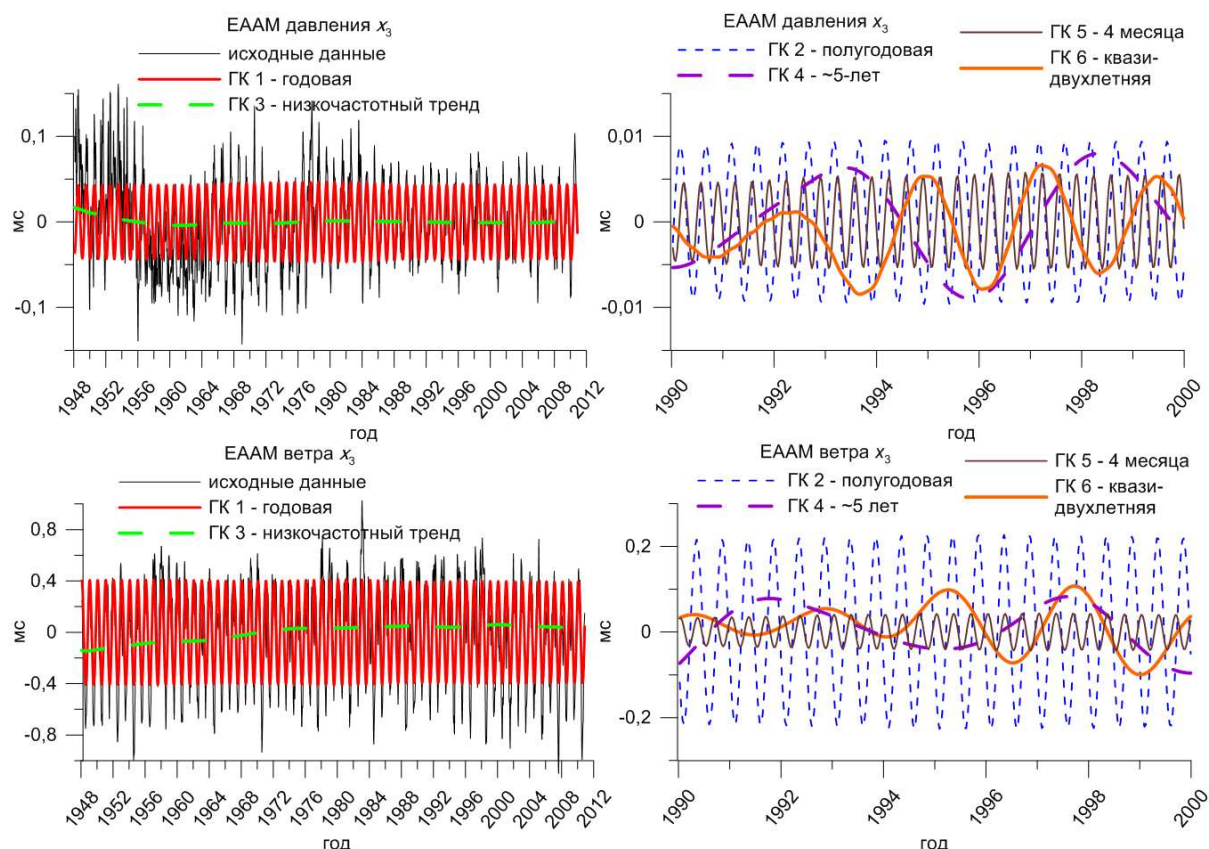


Рис. 6.2: Главные компоненты (ГК) ААМ давления (вверху) и ветра (внизу), проинтегрированные по всем широтам и долготам. Слева: годовая ГК 1 и тренд ГК 3 сопоставлены с исходными данными. Справа: даны графики с 1990 по 2000 год, представляющие ГК, связанные с полугодовым (ГК 2), квазипятилетним (ГК 4), четырехмесячным (ГК 5) и двухлетним колебаниями (ГК 6).

изменений атмосферного давления над поверхностью океана изменением его уровня. Выражение (6.3) для компоненты ветра предполагает интегрирование по всем уровням атмосферного давления (барических высот). В ней учитываются не только поверхностные, но и высотные, к примеру, тропосферные ветра [419]. Обработка исходных 6-часовых карт на сетке $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ за 62 года довольно трудоемка, поэтому мы преобразовали их к сетке $5^\circ \times 5^\circ$. Переход к временному разрешению 10 дней был выполнен сглаживанием фильтром Пантелеева низких частот (3.9) [26] с параметром $\omega_0 = 2\pi f_0$ и выбранной частотой среза $f_0 = 10 \text{ лет}^{-1}$, с последующим ресемплингом низкочастотной компоненты.

За вычетом полюсов, получилось $36 \times 70 = 2520$ точек (от -85° до 85° по широте, от 0° до 355° по долготе). МССА применялся уже к таким

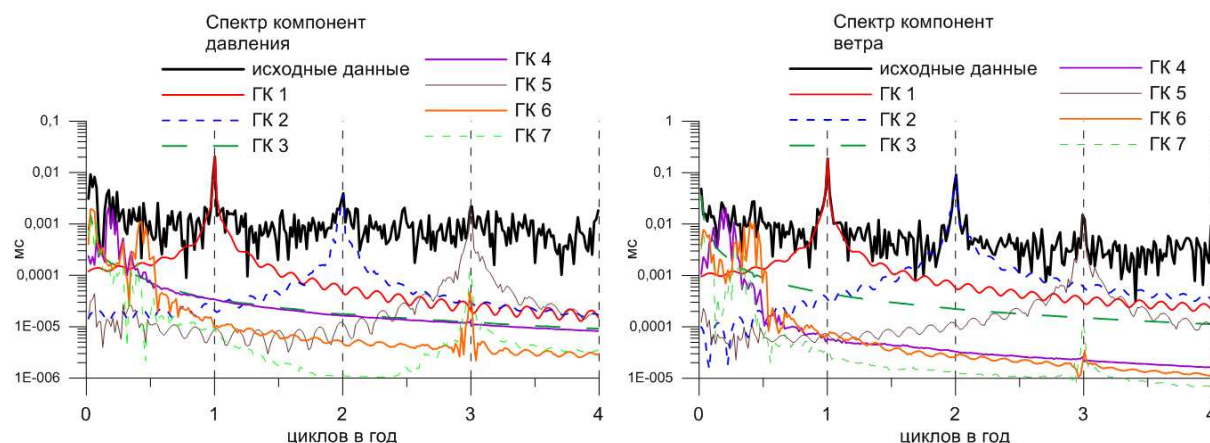


Рис. 6.3: Спектры выделенных ГК для давления (слева) и ветра (справа). Жирной сплошной кривой показаны спектры исходных данных. Остальные кривые отражают спектры главных компонент: ГК 1 имеет годовую периодичность, ГК 2 - полугодовую, ГК 3 соответствует низкочастотным колебаниям, ГК 4 – квазипятилетней моде, связанной с ЭНЮК, ГК 5 имеет четырехмесячную периодичность, ГК 6 и ГК 7 связаны с квазидвухлетним и низкочастотным колебаниями

редуцированным данным. Это уменьшило объем вычислений в 240 раз и позволило выполнить их на персональном компьютере с 4-х ядерным процессором AMD и 32 Гб оперативной памяти.

Интегрирование ААМ по всем широтам и долготам дает эффективный угловой момент ЕААМ

$$\chi_3^{P,W} = \int \int X_3^{P,W}(\lambda, \phi) d\lambda d\phi. \quad (6.4)$$

Сравнение интегрального ЕААМ с данными, предоставленными Бюро геофизических флюидов Международной службы вращения Земли IERS [496], показало полное согласие между ними. Исходные данные ЕААМ ветра и давления представлены на рис. 6.2 слева, а спектры – на рис. 6.3 жирной линией. Отчетливо выделяются периоды год, полгода и треть года.

6.3 Совместный МССА компонент ААМ ветра и давления

Перед МССА-обработкой средние по компонентам ветра и давления за 62 года (1948-2010) были вычтены. Карты средних полей представ-

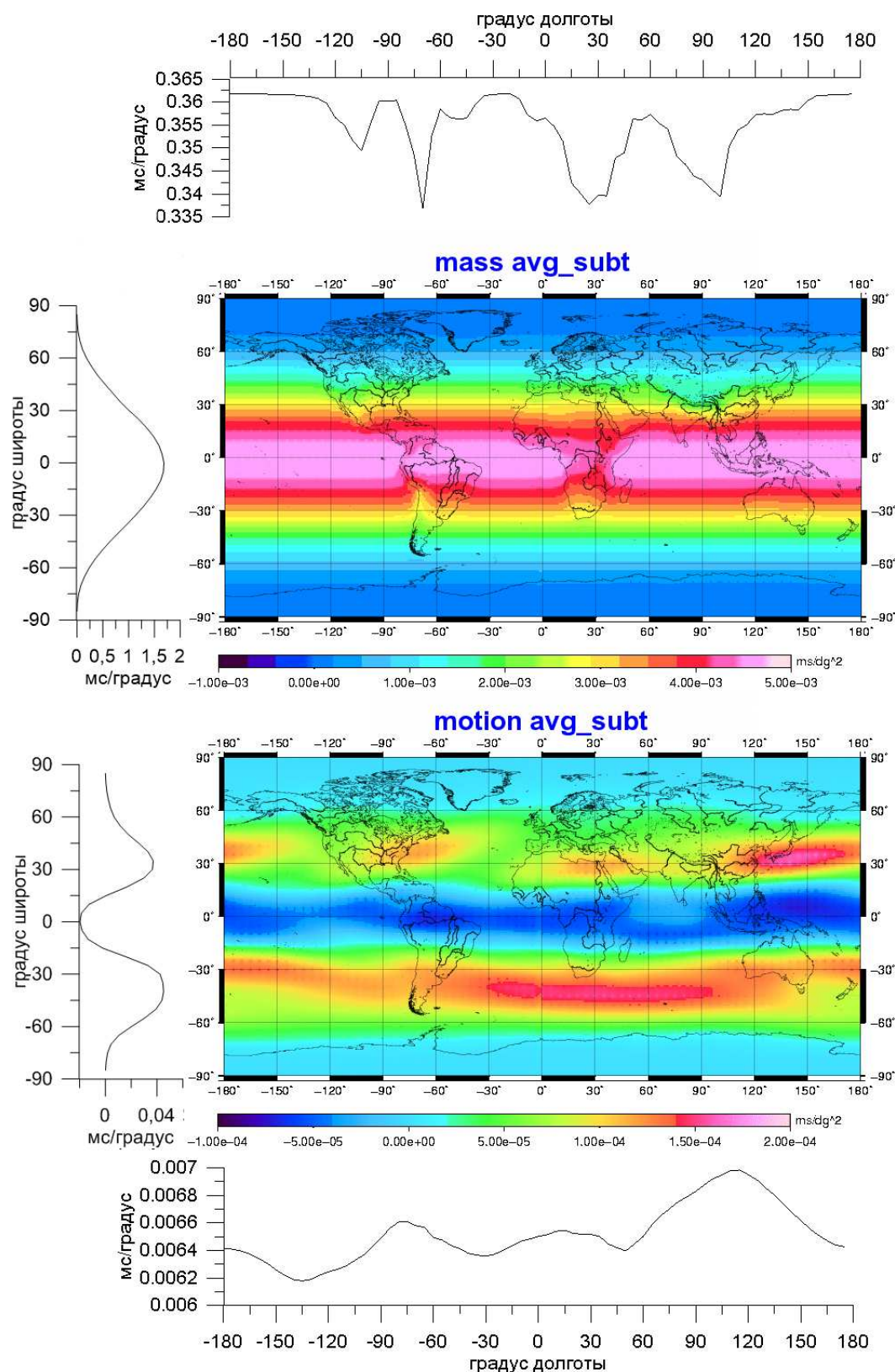


Рис. 6.4: Усредненные карты значений осевых компонент ААМ давления (вверху) и ветра (внизу). Графики сверху, снизу и слева от карты показывают значения, просуммированные по меридианам и параллелям в 5° -ных поясах.

лены на рис. 6.4 вместе с интегральными графиками сумм по широтам и долготам. Они отражают постоянную составляющую распределения давлений и ветров на планете.

Среднее компоненты давления, рис. 6.4 вверху, показывает, что основной вклад поступает из экваториального пояса и быстро спадает на широтах $\pm 30^\circ$. В среднем, вариации компоненты массы дают больший вклад в суммарный ААМ, чем компоненты движения (ветров). Вклад полярных и горных районов мал, что видно из интегральных кривых.

Среднее ветра, рис. 6.4 внизу. Минимум зональных ветров простирается вдоль экватора, а максимумы находятся на широтах $\pm 45^\circ$. Это связано с преобладанием восточных ветров в стратосфере на низких широтах, дающих отрицательный вклад в ААМ. Картина меняется на обратную на “конских широтах”¹ $\pm 35^\circ$ в обоих полушариях. Широты от 30° до 60° к северу и к югу характеризуются западными тропосферными потоками. Превалирующие здесь западные ветра содержат избыточный угловой момент (атмосфера вращается немного быстрее планеты в целом). Согласно теории зональной циркуляции Н.С. Сидоренкова [175, 177], угловой момент перераспределяется от экваториальных широт, где он заканчивается в атмосферу от твердой Земли, к умеренным широтам, где он, наоборот, передается от атмосферы к твердой Земле, благодаря работе тепловой машины, переносящей теплый тропический воздух на более высокие широты, что сокращает расстояние от оси вращения Земли.

После вычитания среднего мы применили МССА (см. приложение Г) совместно к компонентам массы и движения ААМ, встроенным в блоки траекторной матрицы. В результате получались моды (главные компоненты) изменчивости полей ветровой и массовой компонент ААМ. Эти карты представляют пространственно-временное коррелированное поведение в отдельных регионах. Они были размещены в интернете [6, 476].

Мы провели сравнение для L соответствующего 2, 5, 6, и 18 годам и пришли к выводу, что результаты весьма схожи. Также проводились вычисления для случая без лага ($L=1$ отсчет). Было выбрано значение L эквивалентное 6 годам ($L = 219$ при шаге данных 10 дней), дающее оптимальное разделение.

На рис. 6.2 представлены интегральные кривые ЕААМ для выделенных компонент давления – вверху и ветра – внизу. Их спектры даны на рис. 6.3, откуда отчетливо ясно, каким спектральным компонентам соответствуют те или иные ГК. Оба эти рисунка убеждают нас в том,

¹Конские широты $30-35^\circ$ с.ш. и ю.ш. получили свое название оттого, что застревавшим там в безветрие морякам приходилось бросать за борт лошадей, которых они перевозили.

что МССА позволил эффективно разделить компоненты с периодами 5, 2, 1 год, полгода и треть года, отделив их от долгопериодического тренда и шумов. В таблице 8.1 представлены стандартные отклонения для изменчивости первых семи ГК массы и движения. Они вобрали в себя основную изменчивость сигнала. Компоненты с большими номерами имеют меньшую амплитуду и в основном включают в себя шумы. В данной главе мы отбрасываем их, выфилтровывая посредством МССА более значимые составляющие.

ГК 1 давления (полученная группировкой 1 и 2 сингулярных чисел СЧ) отражает годовой цикл изменчивости давления. На континентах изменения более заметны, чем над океанами. В январе положительные значения ААМ преобладают в северном полушарии, отрицательные – в южном. Это связано с антициклонической активностью и увеличением массы воздуха в зимнем полушарии, перераспределением масс воздуха с океана на континенты. Начало года при этом соответствует глобальному минимуму ГК 1 ЕААМ (рис. 6.2, слева вверху). Области, ускоряющие вращение Земли, в это время доминируют над областями, замедляющими ее. К концу июня ситуация меняется на обратную: максимумы становятся минимумами, минимумы – максимумами. Противоположный знак аномалий в горных районах и прилегающих к ним долинах хорошо согласуется с результатами работы [177].

ГК 1 ветра (1+2 СЧ) отражает годовое колебание, имеющее интегральный максимум в начале года, и противоположное по фазе компоненте давления ГК 1. Амплитуда этой компоненты ветра на порядок больше, чем компоненты давления (см. таблицу 8.1), именно она определяет годовую изменчивость ААМ, годовой минимум и максимум LOD (рис. 6.1 справа). Влияние компоненты ветра над океанами несколько сильнее влияния над континентами. Зоны одного знака простираются вдоль зональных поясов с некоторым наклоном к северо-востоку. Картина наиболее контрастна в конце января, когда зона конвергенции смещается к югу, полоса минимума находится в южном полушарии, а полоса максимума ААМ – в северном полушарии на широтах около 30° . Картина меняется на обратную в конце июля. В это время наблюдается минимум ААМ ветров и LOD, что говорит об ускоренном вращении Земли.

ГК 2 давления (3+4 СЧ) соответствует полугодовому колебанию. Экстремум этой компоненты запаздывает примерно на месяц относительно экстремумов и нулей годовой компоненты ГК 1. В январе и июле ГК 2 имеет максимум над Африкой, особенно к югу от Сахары, Бразилией, Мексикой и югом США, минимум – над Восточной Канадой, Австралией и Азией. Интегральный ЕААМ давления имеет в эти месяцы

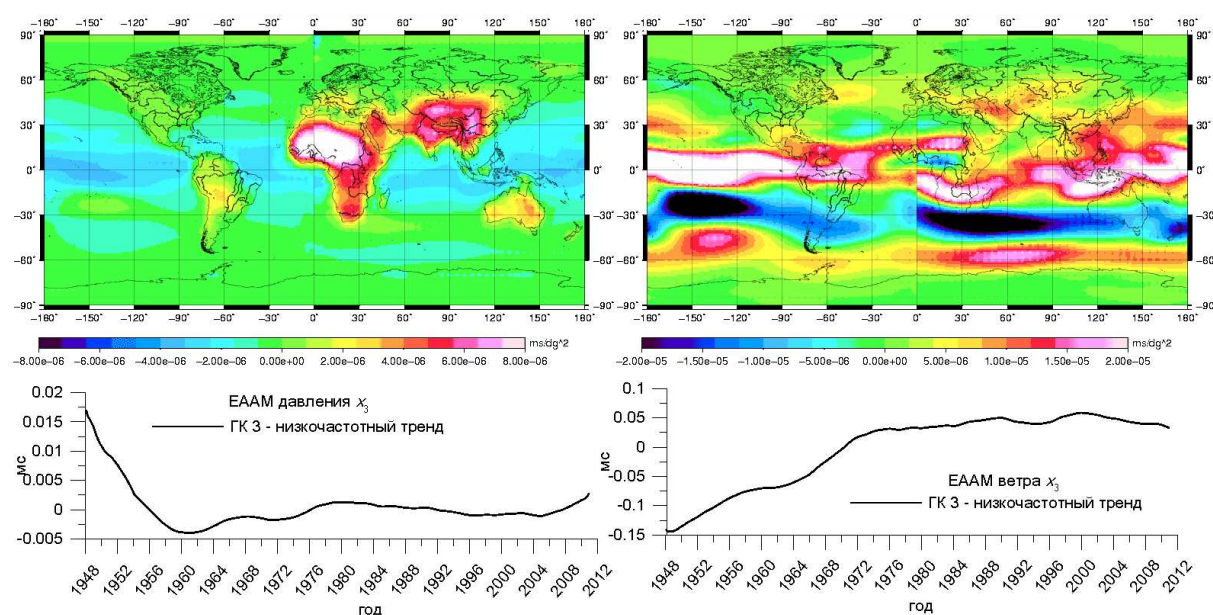


Рис. 6.5: Вверху: карты трендов с 1948 по 2011 г. для ГК 3 компонент массы (слева) и движения (справа). Внизу: соответствующие графики для эффективного ЕААМ.

максимум. Картина меняется на обратную в апреле и октябре.

ГК 2 ветра (3+4 СЧ) также имеет период полгода с интегральными минимумами в начале и середине года, совпадающими с экстремумами и нулями годового колебания. Карта ГК 2 довольно сложна для анализа. Зона максимума на 25° с.ш. в Тихом океане сопровождается минимумом в Атлантике, Западной Сахаре, Мексике, северном и экваториальном Тихом океане, в Индийском океане к западу от Австралии. Картина меняется на обратную с полупериодом в 3 месяца. Согласно Н.С. Сидоренкову [177], годовая и полугодовая компоненты относительного углового момента физически вытекают из одного и того же явления – работы полусферной тепловой машины и передачи энергии воздушными массами из одного полушария в другое, что влияет на зональную циркуляцию перемещаемых масс воздуха. Этот суммарный эффект имеет годовую и полугодовую компоненты.

ГК 3 давления (5 СЧ) отражает медленные изменения (тренд). Карта разности для ГК 3 с 1948 по 2011 гг. представлена на рис. 6.5 (слева). Видно, что за этот период давление возросло над Южной Америкой, Африкой, Западной Европой, Азией и Австралией. При этом тренд показывает увеличение ААМ давления над континентами и уменьшение над океанами. На рис. 6.1 слева внизу представлена интегральная кривая уменьшения этой ГК.

ГК 3 ветра (5 СЧ) представлена картой на рис. 6.5, справа. Разность между 1948 и 2011 гг. характеризуется увеличением ААМ вдоль экватора и 60° ю.ш., сопровождаемым уменьшением ААМ над 30° ю.ш. Это может быть связано с усилением западной составляющей ветров на экваторе и над Антарктическим циркумполярным течением и усилением восточных ветров над 30° ю.ш. Общий рост ветровой ЕААМ показан графиком на рис. 6.5 справа внизу. Не исключено, что этот тренд имеет климатологическую природу, он, в частности, может отражать некоторое усиление ЭНЮК. Анализ компонент тренда ГК 3, представленных на рис. 6.5, показывает, что компонента давления ускоряет Землю на 0.02 мс за 60 лет. Но замедляющее воздействие ААМ ветра, связанное с усилением западных ветров, превосходит его и составляет около -0.25 мс за 60 лет. LOD при этом увеличивалась. Заметим, что полученные величины качественно (по знаку и порядку величины) согласуются с оценками возможного влияния процесса глобального потепления на LOD, которые даны в работе [300], на интервале 60 лет они составляют -0.05 мс для ААМ давления и $+0.11$ мс – для ветра. В указанной работе [300] среди возможных причин таких изменений названы изменение полярного сжатия атмосферы, ускоряющего Землю, с одной стороны, и увеличение западных ветров, особенно в южном полушарии, тормозящее Землю – с другой. Это сходно с тем, что мы наблюдаем для компоненты ГК 3 на рис. 6.5. Сомнения вызывает то, что изменения ГК 3 давления особенно велики над Сахарой, где число метеорологических наблюдений мало. Достоверность измерений приповерхностного давления в середине XX в. выше, чем ветра, особенно на больших высотах. Мы не можем быть до конца уверены в том, что выделенный тренд не является артефактом в данных реанализа ААМ NCEP/NCAR, например, следствием изменения числа метеостанций на планете, которое представлено на сайте [481].

В работе [203] циркуляция атмосферы в СП и ЮП сопоставляется с трендами глобального потепления. Делается вывод о том, что чередование трех типов так называемых групп циркуляции: (i) блокирующих процессов, (ii) усиленной зональной циркуляции и (iii) выхода циклонов из низких широт в высокие, – приводит к колебаниям хода глобальной температуры. Любопытно, что годовая амплитуда приземной глобальной температуры по данным HadCRUT4 (см. рис 8.1), представленная в работе [203], имеет в XIX в. большую положительную аномалию, спадающую к 2000-м гг. Данные ААМ также имеют подобные перепады (рис. 6.2) Это наводит на мысль о наличии в ранних метеорологических данных артефактов, что, впрочем, не умоляет ценности анализа глобальных колебаний и трендов.

ГК 4 (6+7 СЧ) имеет период около 5 лет как для компоненты ветра, так и давления. Выборка из трех карт для ГК 4 представлена на рис. 6.6 слева – для давления, справа – для ветра. Наибольшие изменения давления затрагивают континенты вокруг Индийского океана, ветровая компонента наиболее выражена в восточном Тихом океане. Сравнение интегрального ЕААМ для этих компонент с индексом Южного колебания SOI, описывающим активность ЭНЮК, на рис. 6.7, показывает сильную связь ГК 4 с фазами южного колебания. Индекс SOI был предварительно сглажен фильтром Пантелеева (3.9) с частотой среза $f_0 = 0.3$ колебаний в год и инвертирован (см. рис. 8.4). Максимумы и минимумы ГК 4 давления и ветра согласуются друг с другом и с экстремумами Южного колебания. Коэффициент корреляции со сглаженным индексом SOI для ГК 4 ветра составляет $r = -0.72 \pm 0.02$, для ГК 4 давления $r = -0.56 \pm 0.03$.

В фазе Эль-Ниньо глубина термоклина в западном Тихом океане уменьшается, а в южном и восточном регионах Тихого океана – увеличивается (по сравнению с нормой), это уменьшает градиент температуры, пассатные ветра ослабевают и порой даже становятся направленными с запада на восток. Изменения циркуляции захватывают также верхнюю атмосферу, приводя к увеличению осевого ААМ, что и наблюдается на рис. 6.6 вверху и на рис. 6.7. При этом LOD увеличивается на величину порядка 0.1 мс. Карта на рис. 6.6 вверху для ГК 4 давления (слева) отражает его увеличение над Австралией, Индией, Африкой, Амазонкой. В противоположной фазе Ла-Нинья (внизу) картина меняется на обратную. Компонента ветра (рис. 6.6 справа) во время Эль-Ниньо (вверху) имеет существенную положительную составляющую в восточном Тихом океане на широтах $\pm 30^\circ$. Минимум расположен на экваторе и на высоких широтах $\pm 70^\circ$. Максимумы во время Эль-Ниньо также находятся над Аравийским полуостровом, Индией, Мадагаскаром на широтах $\pm 20^\circ$. Минимумы наблюдаются над США и Аргентиной. С развитием Ла-Нинья картина меняется на обратную. Это указывает на то, что Южное колебание – глобальная мода климатической изменчивости атмосферы, распространяющаяся по всему миру [189, 221]. Анимированные карты показывают, как влияние ЭНЮК распространяется в атмосфере над океанами и континентами, захватывая довольно отдаленные регионы, в том числе Евразию. Они могут использоваться для исследований взаимосвязей ЭНЮК с метеорологическими явлениями и для выявления предвестников Эль-Ниньо/Ла-Нинья и их типов [442, 449].

В работах [274, 303, 304, 383] на графиках Ховмеллера показано полярное распространение углового момента зональных ветров в цикле

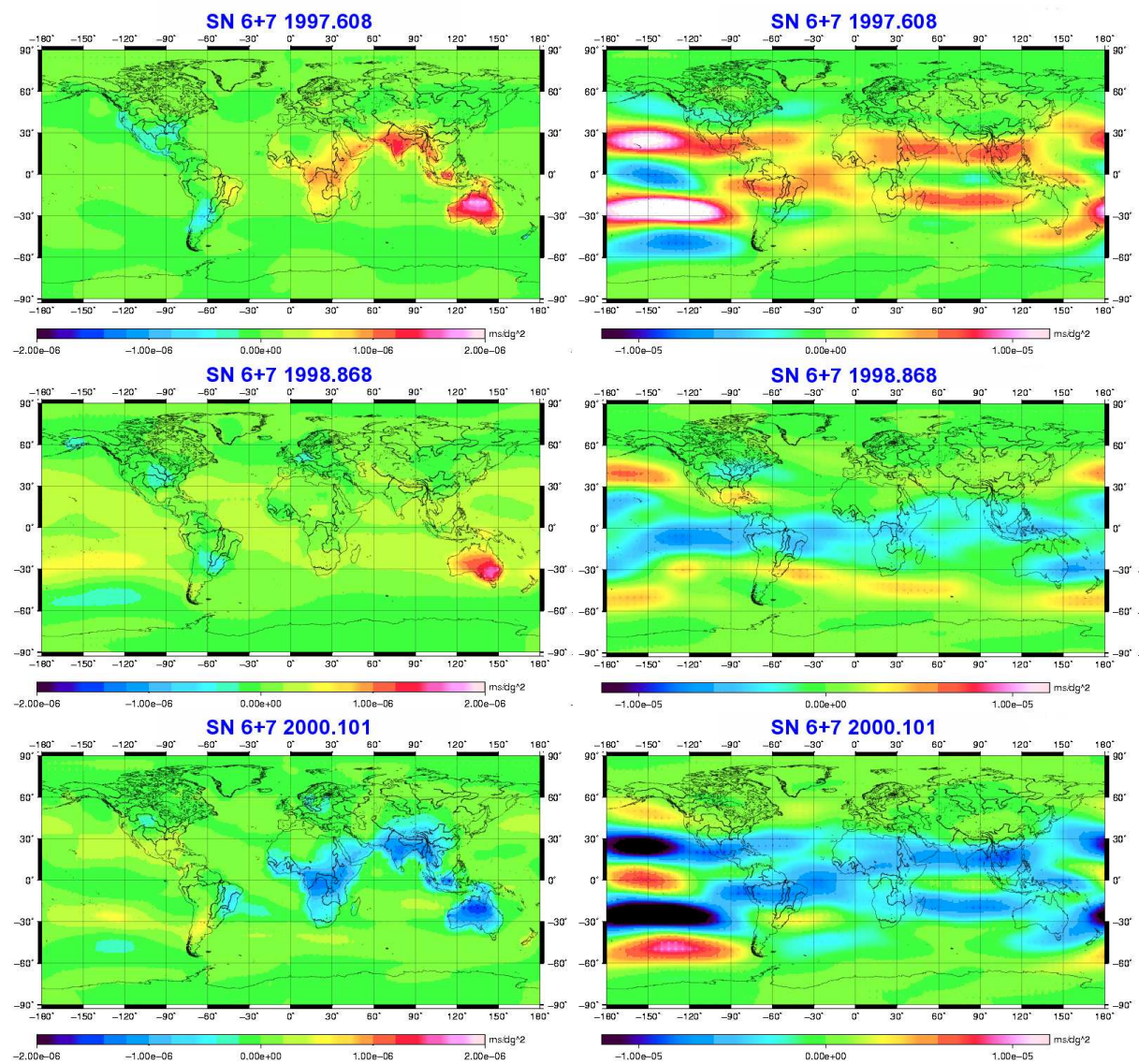


Рис. 6.6: Выборка из трех карт ГК 4 ААМ давления (слева) и ветра (справа). Карты сверху соответствуют развитой фазе Эль-Ниньо, внизу – стадии Ла-Нинья. Карты посередине показывают фазовый переход от стадии Эль-Ниньо к Ла-Нинья.

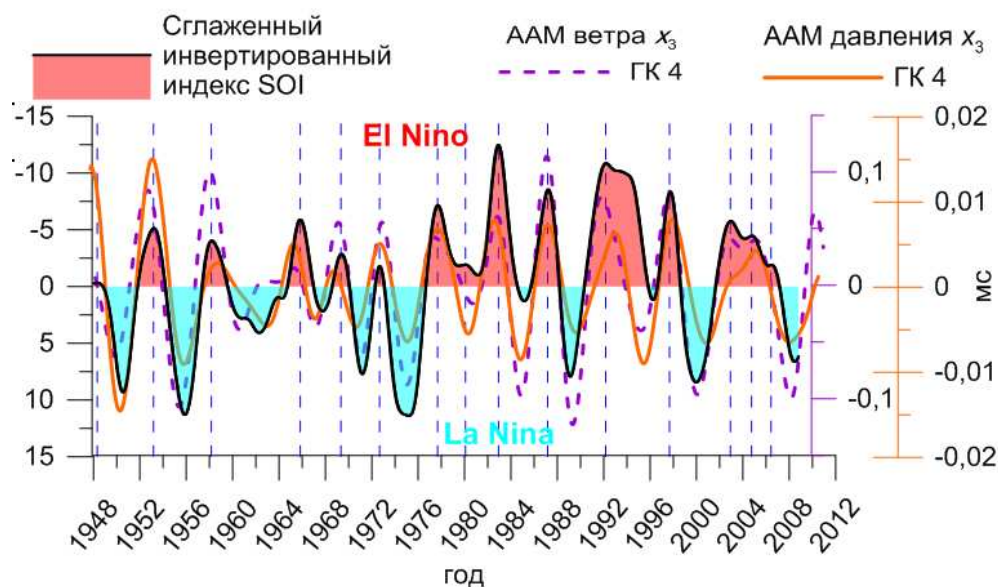


Рис. 6.7: ГК 4 АММ давления и ветра, проинтегрированного по всем широтам и долготам в сравнении со сглаженным инвертированным индексом южного колебания SOI.

ЭНЮК, которое связывается с откликом ветров на изменения температуры. Мы также построили график Ховмеллера (рис. 6.8), усреднив по долготам ГК 4 ветра. На нем хорошо заметны V-образные (лучше сказать подковообразные) сигнатуры. Однако график не дает полной картины. На анимированных картах [476] хорошо видно, что распространение углового момента происходит не строго вдоль меридианов от экватора к полюсам, но имеет смещение вдоль параллелей, в ходе которого знак аномалий меняется на обратный в динамике (см. анимации), напоминающей шахматный порядок (рис. 6.6). При Эль-Ниньо положительные и отрицательные аномалии для ветров, четко выраженные в Тихом океане, распространяются на восток. При чередовании Эль-Ниньо/Ла-Нинья знак аномалий меняется на обратный (рис. 6.6, средняя панель). Поток углового момента при усреднении по долготе формирует картину распространения от экватора к полюсам (рис. 8.8).

ГК 5 давления (9+10 СЧ) имеет период 4 месяца. Минимумы наблюдаются в декабре, апреле и августе. Отрицательные аномалии ААМ при этом возникают в Северной Африке, Европе, Азии, за исключением Индии, над центральной Амазонкой и Антарктидой. Спустя два месяца картина меняется на обратную.

ГК 5 ветра (9+10 СЧ) имеет сложную структуру на карте и период

Таблица 6.1: Стандартные отклонения (СКО) выделенных ГК в мс. Умножение СКО на $\sim \sqrt{2}$ даст амплитуду для гармоник.

	все	ГК 1	ГК 2	ГК 3	ГК 4	ГК 5	ГК 6	ГК 7
масса $\cdot 10^{-2}$	4.84	3.14	0.73	0.34	0.54	0.42	0.57	0.28
движение $\cdot 10^{-1}$	3.77	2.84	1.60	0.61	0.53	0.30	0.39	0.17

4 месяца. Мы не будем ее описывать.

ГК 6 давления (11+12 СЧ) также квазидвухлетняя и имеет похожее на ГК 4 поведение (отпечаток) с меньшей амплитудой (см. таблицу 8.1).

ГК 6 ветра (11+12 СЧ) имеет период около двух лет и связана с квази-двухлетним колебанием (QBO), в свою очередь связанным с ЭНЮК [303, 398, 406, 456]. Карты для ГК 6 содержат отпечатки, очень сходные с ГК 4. Этой компоненте также присуще полярное распространение углового момента от экватора к полюсам. Сравнение ГК 6 ветра с дважды отфильтрованным полосовым фильтром Пантелеева (3.9) индексом SOI, в полосе частот от $f_0 = 0.3$ до $f_0 = 1$ цикла в год, дало корреляцию $r = -0.52 \pm 0.02$.

ГК 7 (8 СЧ), по всей видимости, связана с низкочастотной составляющей ЭНЮК. Отпечатки этой компоненты как ветра, так и давления, очень схожи на карте с отпечатками для ГК 4 и ГК 6. Период ГК 7 – от 3 до 15 лет, с некоторым включением квазидвухлетней волны. Амплитуда этой компоненты достаточно мала (таблица 8.1).

6.4 Сравнение с данными ECMWF

Нами также проделана МССА-обработка ААМ с 1900 по 2010 гг. по данным Европейского агентства ECMWF, вычисленного и любезно предоставленного нам Михаэлем Шинделлегой [427]. Результаты оказались весьма сходными с представленными выше. Так, на рис. 6.9 показан тренд в ветре и давлении за сто лет по данным реанализа ECMWF, в сравнении с представленными на рис. 6.5 трендами по данным NCER/NCAR. Можно сделать вывод о сходстве этих трендов. Конечно, данные на начало XX века существенно менее достоверны, чем для конца века. Поэтому выводы о трендах выглядят несколько натянуто. Тем не менее, усиление западного переноса в южном полушарии за

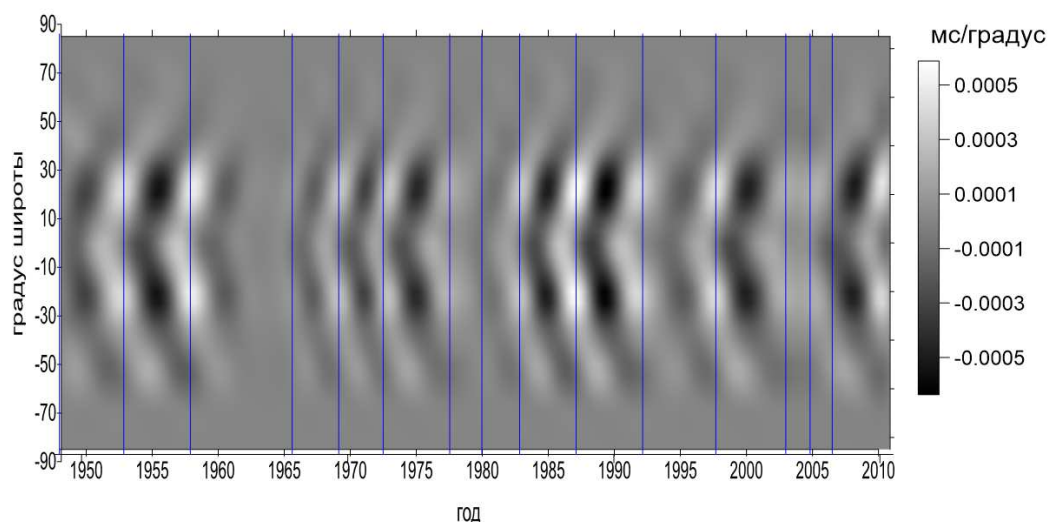


Рис. 6.8: Долготный график Ховмеллера для ГК 4 ветра, связанной с ЭНЮК. С-образные светлые и темные участки иллюстрируют полярное распространение углового момента ветров в этой моде. Максимумы отфильтрованного и инвертированного индекса SOI, соответствующего стадиям Эль-Ниньо, помечены вертикальными линиями.

последние 100 лет, заметное на представленных картах, возможно. Оно соответствует общему изменению циркуляции в атмосфере под действием климатических изменений. Смещение зоны конвергенции, влияющей, в частности, на азиатский муссон, уже привлекло внимание исследователей. Детектированы также полярные смещения течений в океане [460].

На рис. 6.10 показана главная компонента 4, связанная с Южным колебанием Эль-Ниньо, выделенная из данных ECMWF. В этих более продолжительных данных порядки величин эффектов в LOD и их четкая корреляция практически такие же, как и в ГК 4 по данным NCEP/NCAR, рис. 6.7.

6.5 Выводы и дискуссия

В данной главе представлены результаты совместного МССА компонент ветра и давления осевого углового момента атмосферы ААМ, позволившего выделить синхронные изменения сразу двух этих компонент. Этот метод анализа позволяет эффективно отделить главные компоненты ГК с периодами 5, 2, 1 год, полгода и треть года от низкочастотного тренда и шумов. Получены анимированные карты главных компонент [476]. Низкочастотные, пяти- и двухлетние ГК отражают изменения ветров и давлений по всем широтам и долготам во взаимосвязи с Эль-Ниньо Юж-

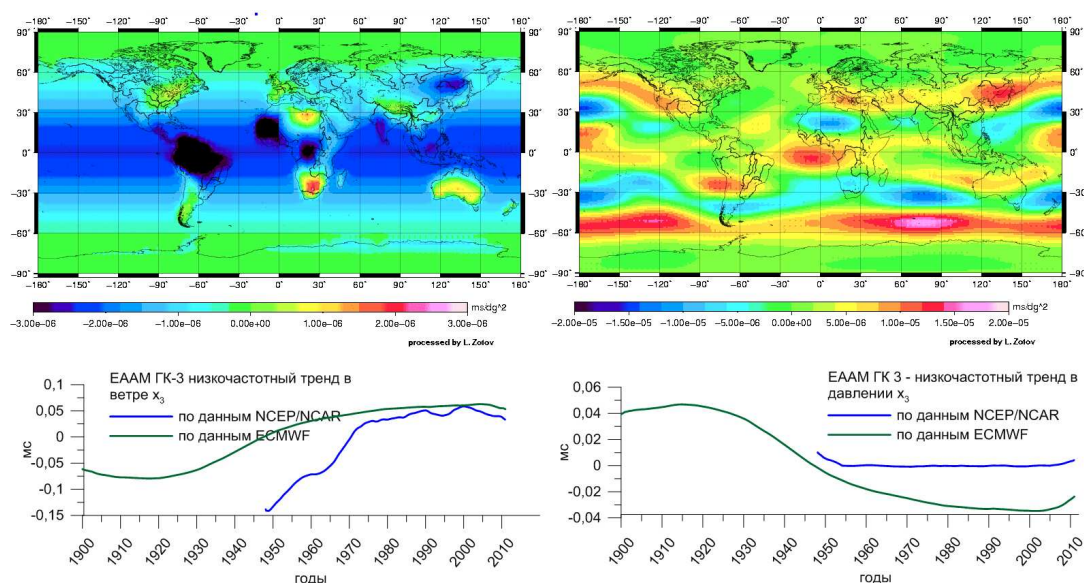


Рис. 6.9: Вверху: карты трендов ГК 3 с 1900 по 2010 гг. выделенные из данных ECMWF для компонент массы (слева) и движения (справа). Внизу: соответствующие графики для эффективного ЕААМ по данным ECMWF, в сравнении с графиками по данным NCEP/NCAR.

ным колебанием ЭНЮК и квазидвухлетним циклом QBO. Прделанное нами исследование уточняет результаты [274, 383, 303]. Показано, что влияние ЭНЮК на длительность суток LOD находится на уровне 0.1 мс. К примеру, сильное Эль-Ниньо 2015-2016 года замедлило вращение Земли на величину такого порядка, рис. 8.5.

Полученные анимированные карты отражают отклик ветров и давлений на различные метеорологические и климатические процессы, такие как сезонное перераспределение воздушных масс и изменение циркуляции зональных ветров, формирование Эль-Ниньо. Они могут способствовать изучению влияния ЭНЮК в разных регионах и поиску его предвестников. Показано также, что эволюция связанных с ЭНЮК главных компонент имеет комплексный характер и не может быть упрощённо сведена к полярному распространению углового момента, что дополняет ранее полученные результаты других авторов. В нашей работе, опираясь на исследования Сидоренкова [177], мы лишь кратко описали основные особенности зональной циркуляции атмосферы, выделенные в ГК.

Каждая составляющая ГК ААМ вносит вклад в интегральный ЕААМ и непосредственно передается твердой Земле, вызывая изменения продолжительности суток LOD в соответствии с уравнением (6.1). Используемые нами данные по ААМ могут содержать шумы наблюдений и

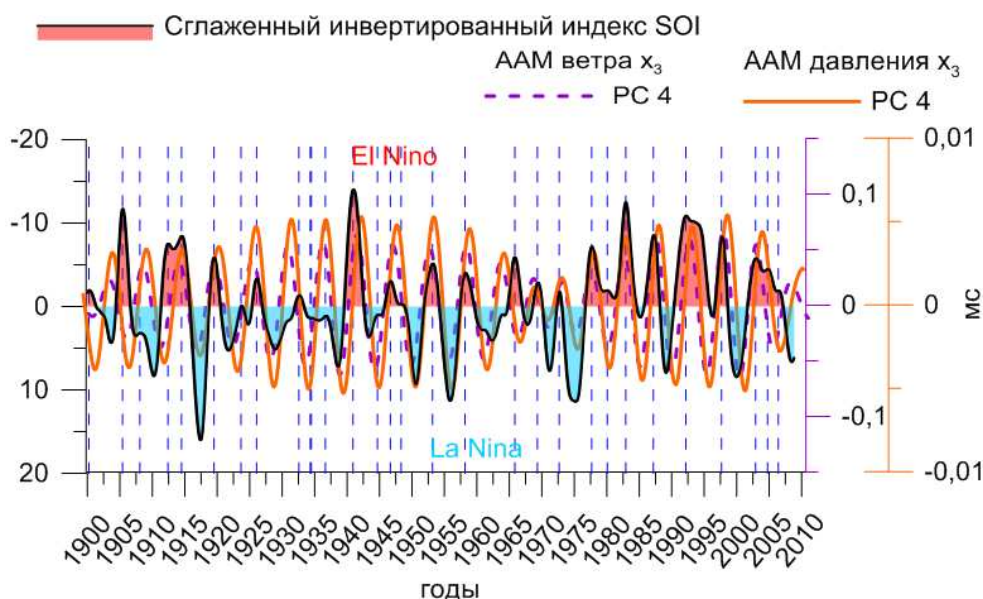


Рис. 6.10: Выделенная из данных ECMWF ААМ давления и ветра ГК 4, проинтегрированная по всем широтам и долготам, в сравнении со сглаженным инвертированным индексом южного колебания SOI.

моделирования. МССА помогает отфильтровать их и улучшает разделимость сигналов. Мы попытались собрать сведения для ответа на вопрос – до какой степени изменения климата и циркуляции атмосферы могут влиять на вращение Земли.

Выявленные низкочастотные компоненты тренда ГК 3 (рис. 6.5, 6.9) могут быть связаны как с реальными долговременными процессами в атмосфере, имевшими место с 1948 по 2011 гг., так и с артефактами данных. Полученные тренды усиления западных ветров, особенно в южном полушарии, дают вклад на уровне 0.25 мс в замедление вращения Земли. Небольшой тренд давления наоборот ускоряет Землю на ~ 0.02 мс за 60 лет. Эти результаты качественно согласуются с теоретическими расчетами О. де Вирона и др. [300]. Однако это не объясняет антикорреляции глобальной температуры и LOD (рис. 6.1 слева), декадные вариации которой на один-два порядка величин превосходит поученные оценки. Для сопоставления энергетики исследуемых процессов мы составили таблицу 6.2. Из неё, в частности, видно, какие мощности требуются для изменения скорости вращения Земли, нагрева атмосферы или океана и др.

Таблица 6.2: Некоторые энергетические показатели [129, 478].

Явление	мощность эрг/с	
Светимость Солнца	$3.8 \cdot 10^{33}$	
Приток солнечной энергии на Землю	10^{24}	86000 ТВт
Геотермальные источники	10^{20}	32 ТВт
Гидрологические процессы	10^{20}	32 ТВт
Вариации углового момента атмосеры	10^{22}	870 ТВт
Глобальное потребление человечеством	10^{20}	15 ТВт
Нагрев 700м слоя океана	10^{21}	$0.1^0/50$ лет
Нагрев всей атмосферы	10^{19}	$1^0/100$ лет
Упругая энергия землетрясений	10^{17}	
Тепло, выносимое вулканами	10^{18}	
Вековое замедление вращения Земли	10^{18}	1.3 мс/100 лет
Приток энергии от удаления Луны	$\sim 10^{19}$	4 см/год
	энергия, эрг	
Вращение Земли	$2.1 \cdot 10^{36}$	
Колебания полюса Земли	10^{18}	" /год
Дрейф полюса	10^{15}	мс дуги/год
Потеря энергии в ЧДП за год	10^{16}	$Q = 100$
Орбитальное движение Земли	$2.7 \cdot 10^{40}$	
1 Мт тротилового эквивалента	$4 \cdot 10^{22}$	
Землетрясение M=9	10^{25}	
Космический гамма-всплеск	до 10^{54}	

Глава 7

О двух гармониках лунного прилива в ААМ

*Но оставим надисторическим людям их отвращение
и их мудрость: давайте лучше радоваться сегодня
от всего сердца нашему неразумию
и приветствовать в лице себя тех,
кто деятельно идет вперед и поклоняется процессу.
Фридрих Ницше, “О пользе и вреде
истории для жизни”*

7.1 Перевод углового момента в небесную систему координат

В книге Н.С. Сидоренкова [177] поставлен вопрос о природе спектральных пиков в экваториальном угловом моменте ААМ с двухнедельным и недельными периодами в небесной системе отсчета ICRF. Исследование этой главы посвящено прояснению связи этих колебаний ААМ, рассматриваемых в невращающейся системе отсчета, с лунным приливом. Соответствующий угловой момент, как будет показано, вносит существенный вклад в нутационные движения с периодами от 2 до 30 суток на прямых частотах в ICRF. Перевод ААМ в небесную систему проведен демодуляцией. Широкополосная спектральная линия с периодом 6 суток и гармоника с периодом 13.6 суток выделены на основе спектрального анализа и посредством фильтрации. Простая равновесная модель прилива объясняет 13.6 - суточную компоненту как следствие лунного прилива O_1 [75]. Показано, что в диапазоне от 2 до 30 суток в ICRF можно выделить влияние гравитационных приливов, в то время как на больших периодах угловой момент атмосферы зашумлен термическими эффектами.

Экваториальный угловой момент обычно рассматривается исследова-

телями геофизических эффектов во вращении Земли в земной системе отсчета ITRF. Его спектр, представленный на рис. 7.1 вверху, имеет ярко выраженную ретроградную почти суточную (24 ч) спектральную линию, связанную с термическим нагревом (приливом) атмосферы [197]. При подробном рассмотрении заметны 24-часовая (S_1), 24.07 часовая (P_1) и 23.93 часовая (K_1) волны, появляющиеся в результате годичной модуляции [257]. На фоне этих пиков значительной амплитуды присутствует также менее заметный 25.82-часовой пик [269], обычно приписываемый лунной тессеральной волне O_1 , в предположении, что термических изменений в атмосфере на этом периоде нет. Имеется также широкий спектральный пик на периоде 28.5 суток. В нем сосредоточена заметная энергия, распределенная в довольно широком диапазоне частот. Эти пики, по предположению Н.С. Сидоренкова, имеют источником лунный прилив [24].

Приливы в атмосфере подробно изучались В.Е. Жаровым [73, 197, 198]. Им исследовались спектральные линии в зональной компоненте χ_3 с периодами от нескольких дней до месяца в земной системе. Было показано, что некоторые из них возникают вследствие параметрического резонанса, усиливающего турбулентные движения воздуха на собственных частотах атмосферы. Оценивались амплитуды термического прилива, суточных S_1 , K_1 , P_1 , O_1 и полусуточных гравитационных приливов. Анализировалось их влияние на экваториальные компоненты атмосферного возбуждения χ_1 , χ_2 ветров и давлений и на прецессию земной оси. Сделан вывод о том, что избыточные энергии гравитационных приливов являются следствием годовой и полугодовой модуляции термического прилива, и что влияние атмосферных приливов на ДП мало. Наше исследование основано на более продолжительном временном ряде ААМ и отличается тем, что мы переводим угловой момент в небесную систему, где исследуем диапазон частот от двух суток до месяца, в котором гравитационные приливы, по всей видимости, играют довольно существенную роль.

Пусть H_i – декартова компонента углового момента атмосферы в земной системе координат (TRF) (см. раздел 8.5), $C = 8.0370 \cdot 10^{37}$ кг м² – средний осевой момент инерции Земли, $A = 8.0101 \cdot 10^{37}$ кг м² – средний экваториальный момент инерции, $\Omega = 2\pi \cdot 1.002738$ рад/сутки – средняя частота вращения Земли относительно звезд (1.2). В рамках линеаризованного уравнения Эйлера-Лиувилля (3.1), весьма точного на периодах менее века, комплексная функция экваториального углового момента $\chi = \chi_1 + i\chi_2$ слоя атмосферы (12.28) имеет компоненты $\chi_1 = H_1/((C - A)\Omega)$, $\chi_2 = H_2/((C - A)\Omega)$, которые, в свою очередь,

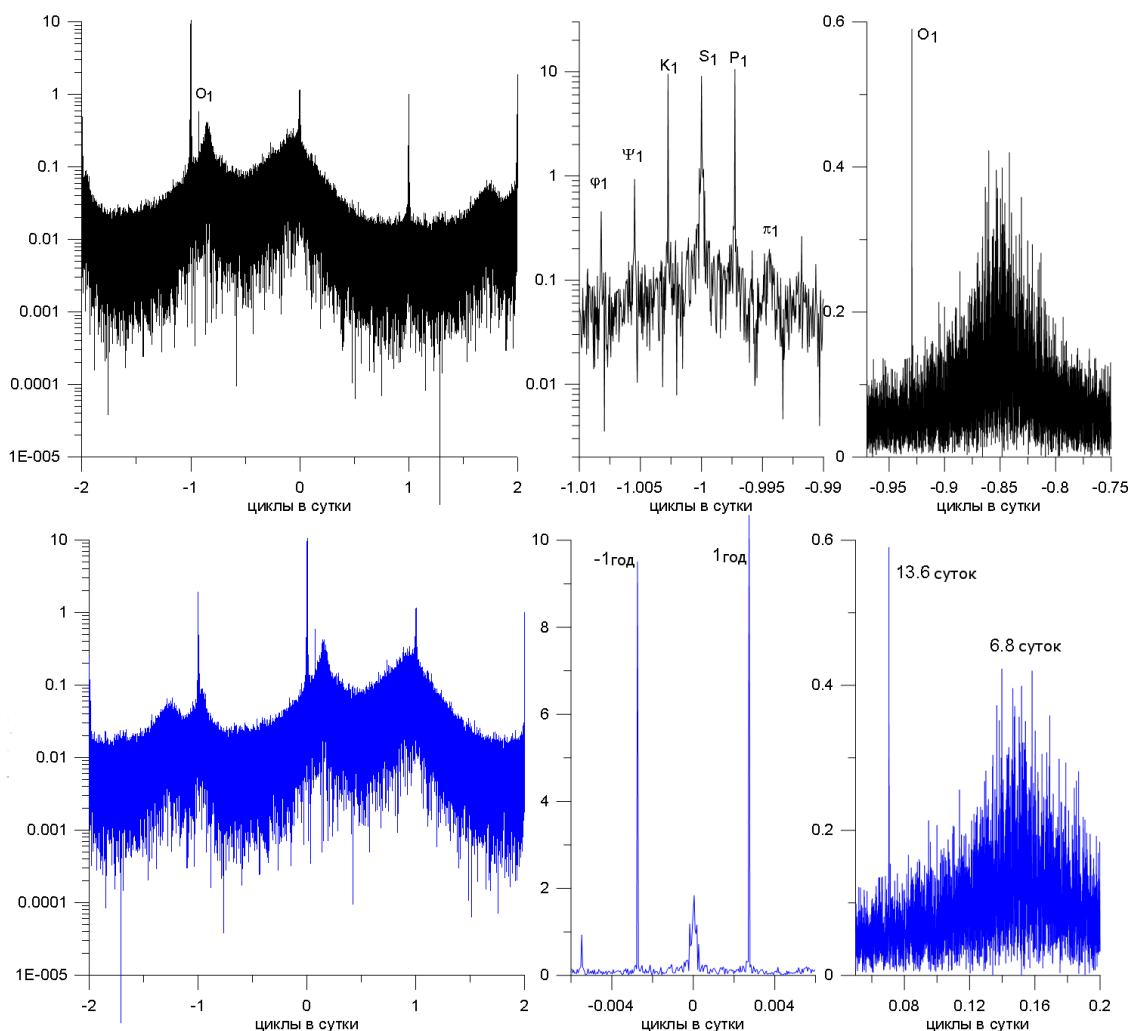


Рис. 7.1: Амплитудный спектр комплексного ряда экваториальных компонент момента импульса ветров по данным NCEP/NCAR в земной системе TRF вверху и в небесной системе CRF внизу (слева), область обратной суточной полосы частот (в центре), область суточных лунных волн (справа).

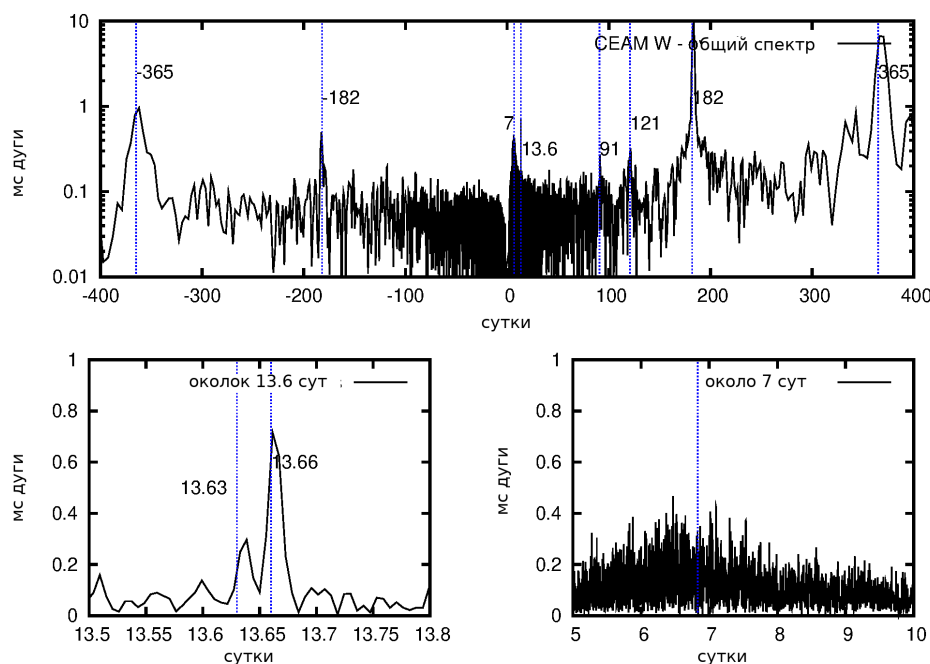


Рис. 7.2: Периодограмма ААМ в небесной системе отсчета, вычисленная по данным NCEP/NCAR за 1949-2012 годы.

включают компоненты массы и движения [254]. Для учета неупругости, эти компоненты домножают на близкие к единице коэффициенты и получают эффективные функции углового момента (12.27). В данной главе переход к эффективным функциям мы делать не будем.

В работах [267, 269] А. Бжезинский ввел в рассмотрение понятие небесного экваториального углового момента, удобного для работы с атмосферными возбуждениями прецессии и нутации в небесной системе отсчета

$$\chi' = -\chi e^{i\theta(t)} \quad (7.1)$$

здесь $\theta(t) = \theta(TAI_0) + \Omega(TAI - TAI_0)$ – равномерно меняющийся угол вращения Земли, отсчитываемый от некоторой выбранной эпохи атомного времени TAI_0 [495]. Формула (7.1) демодулирует угловой момент, переводя его из земной системы отсчета TRF в небесную CRF. При этом все спектральные компоненты смещаются по частотам. Суточная 24-часовая гармоника в TRF перемещается на нулевую частоту в CRF (см. рис. 1.3). Околосуточные гармоники становятся низкочастотными. Весь спектр смещается вправо на 1 цикл в сутки по правилу отображения земной частоты σ в небесную $\sigma' = \sigma + \Omega$, где $\sigma \ll \sigma'$. На рисунке 7.1 внизу показан спектр углового момента ветров, преобразованный в небесную систему отсчета CRF.

7.2 Выявленные особенности небесного углового момента с периодами от 2 суток до 1 месяца

Как и в предыдущих главах, мы использовали 6-часовые значения ААМ по данным NCER/NCAR на интервале времени 1949–2013 гг. Эти данные предоставляются Глобальным центром геофизических флюидов IERS [495]. Пересчет (демодуляция) в небесную систему был выполнен по формуле (7.1) для экваториальных компонент давления и ветра. Перед демодуляцией удобно вычесть низкочастотную составляющую с периодами более 2 суток в земной системе. После применения преобразования (7.1) был использован ФНЧ, который помог убрать остаточные высокочастотные колебания с периодами менее двух суток. Внимание было сосредоточено на периодах от 2 до 30 суток в диапазоне прецессии и нутации, неоднократно изучавшиеся долгопериодные вариации были исключены.

Периодограмма ААМ ветра в CRF, полученная после таких преобразований, представлена на рис. 7.2 (компонента давления имеет те же пики, но менее выраженные). Нам были особенно интересны отчетливый узкий пик с периодом +13.6 суток (25.8 часов в TRF) и широкая полоса около +7 суточного периода (28 часов в TRF). На рис. 7.3 показано поведение на протяжении 130 суток (MJD 50000 – MJD 50130) сигнала, выделенного в названном диапазоне (2-30 суток) посредством фильтрации. Компоненты x и y для ветра и давления представлены вместе с общим суммарным ААМ давления, вычисленным без гипотезы об обратном барометре (NIB). Заметно, что как для x , так и для y -составляющих компоненты ветра и давления взаимно пропорциональны. Коэффициент корреляции на интервале 1949–2014 гг. составил 0.57. Уравнение линейной регрессии для обеих компонент дает $\chi'_w \sim 2.1\chi'_p$. Эта пропорциональность имеет место только для небесного ААМ в диапазоне от 2 суток до 1 месяца; она не распространяется на более длинноволновый диапазон от месяца до года, где корреляция уменьшается до 0.1. Особенностью выделенного спектрального диапазона является то, что вклад северного и южного полушарий в ААМ ветра оказывается синхронным, как это видно из рис. 7.3.

7.3 Вычисление момента сил

Момент сил, с которым атмосфера действует на твердую Землю, состоит из следующих компонент: момента сил, действующего на экваториальный балдж $\vec{\Gamma}_b$ (далее – момент балджа); момента сил, связанного

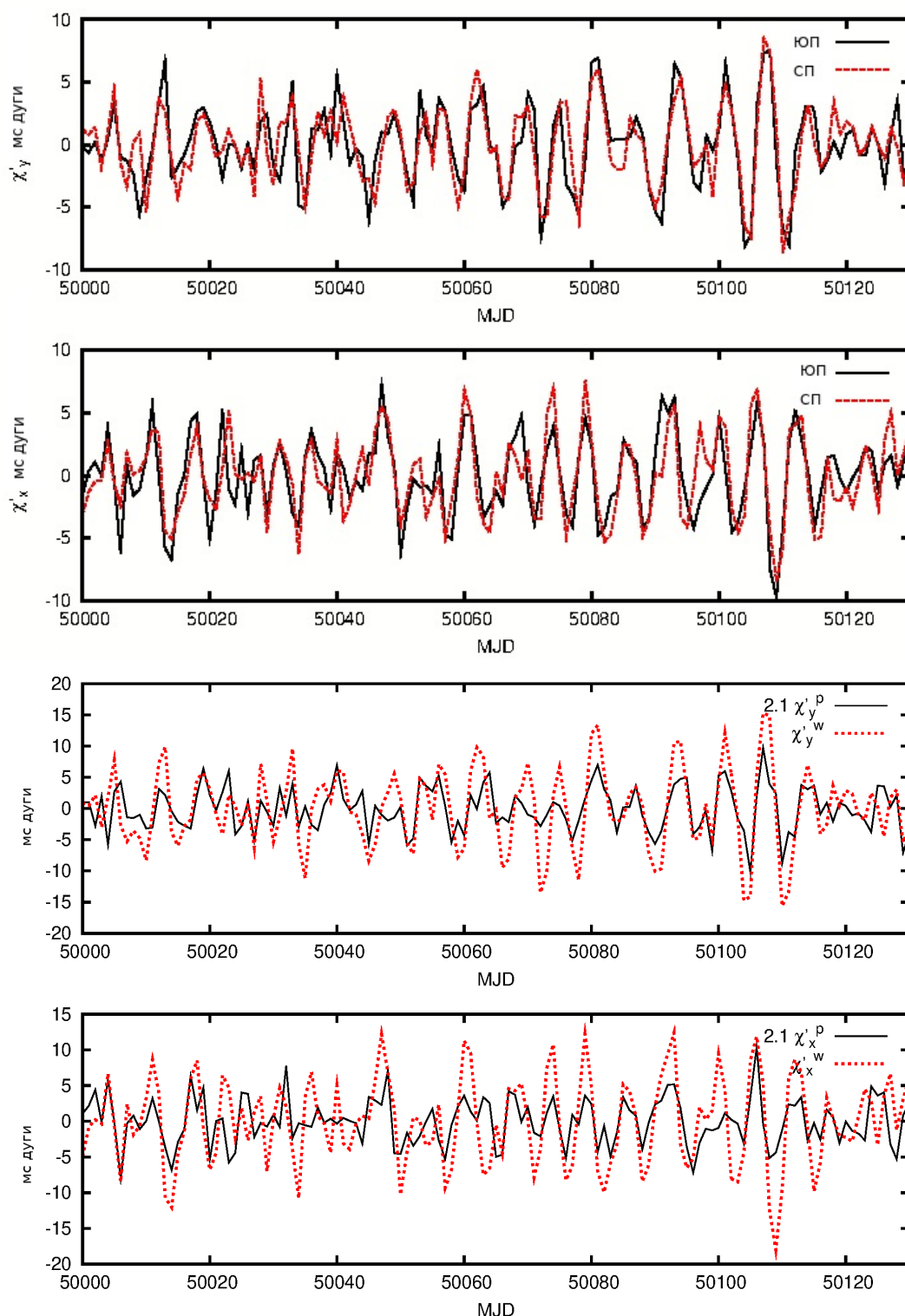


Рис. 7.3: Две верхних панели: вклад изменчивости в южном и северном полушариях в ветровую компоненту ААМ χ'_Y (вверху) и χ'_X (ниже) в диапазоне периодов 2–30 суток. Два нижних рисунка: компоненты X (внизу) и Y (выше) небесного ААМ ветра χ_w и NIB компонента давления χ_p умноженная на коэффициент линейной регрессии = 2.1 (вычислен по данным с 1949 по 2014 после удаления периодов более месяца). Временные ряды представлены за 130 суток, начиная с MJD 50000 (10/10/1995).

с гравитационным притяжением и давлением; а также локального топографического момента $\vec{\Gamma}_l$, связанного с трением о земную поверхность [161]. В невращающейся системе отсчета мы будем использовать следующие комплексные величины: $H'_{w/p}$ для экваториального момента импульса ветра/давления, Γ'_l для локального момента сил, Γ'_b – для момента сил, приложенного к балджу, Γ'_{ext} – для внешнего гравитационного момента сил, приложенного к атмосфере. Как показано в [158], законы механики позволяют записать в частотной области соотношение

$$1 - \frac{\sigma'}{\Omega} - \frac{\sigma'}{\Omega} \frac{\hat{H}'_w}{\hat{H}'_p} = \frac{-\hat{\Gamma}'_l + \hat{\Gamma}'_{ext}}{\hat{\Gamma}'_b}, \quad (7.2)$$

где крышка $\hat{}$ обозначает преобразование Фурье. Остаточный момент сил $-\hat{\Gamma}'_l + \hat{\Gamma}'_{ext}$ значительно меньше экваториального момента, связанного с балджем Γ'_b , что позволяет записать

$$\hat{H}'_w \approx \frac{\Omega - \sigma'}{\sigma'} \hat{H}'_p. \quad (7.3)$$

Для положительных частот σ' и отфильтрованного на периодах от 2 суток до месяца ААМ, имеем $1/30 \Omega \leq \sigma' \leq 1/2 \Omega$ (ретроградная составляющая намного меньше); поэтому, если верно выражение (7.3), компоненты давления и ветра должны быть пропорциональны друг другу. Это не так для сезонного диапазона (S_1 в TRF), где локальный момент сил уже не будет мал, по сравнению с моментом балджа [374]. Если принять за типичную амплитуду лунной приливной гармоник $|\chi'_p| \sim 0.2$ мс дуги, величина момента балджа составит $|\Gamma'_b| = \Omega^2(C - A)|\chi'_p|$ [374] или $\sim 1.5 \cdot 10^{18}$ Н·м. Согласно оценкам Бизуара и Ламберта [258], момент внешних сил на суточном периоде Γ'_{ext} составляет около $\sim 10^{17}$ Н·м, что как минимум на десять порядков меньше экваториального момента балджа $\Omega|H'_p|$. Поэтому выявленная выше пропорциональность выполняется лишь до тех пор, пока локальный момент сил не превышает по порядку величины внешнего.

7.4 О приливной природе 13.6 - суточной гармоник

Наиболее естественным будет предположить, что 13.66 - суточный пик в спектре небесного ААМ связан с суточной приливной волной O_1 , которая задается аргументом Делоне $2(F + \bar{\Omega}_L)$ в невращающейся системе отсчета, здесь $F = \bar{\omega} + l$ – сумма аргумента перигея $\bar{\omega}$ и средней аномалии l , а долгота восходящего узла лунной орбиты обозначена $\bar{\Omega}_L$.

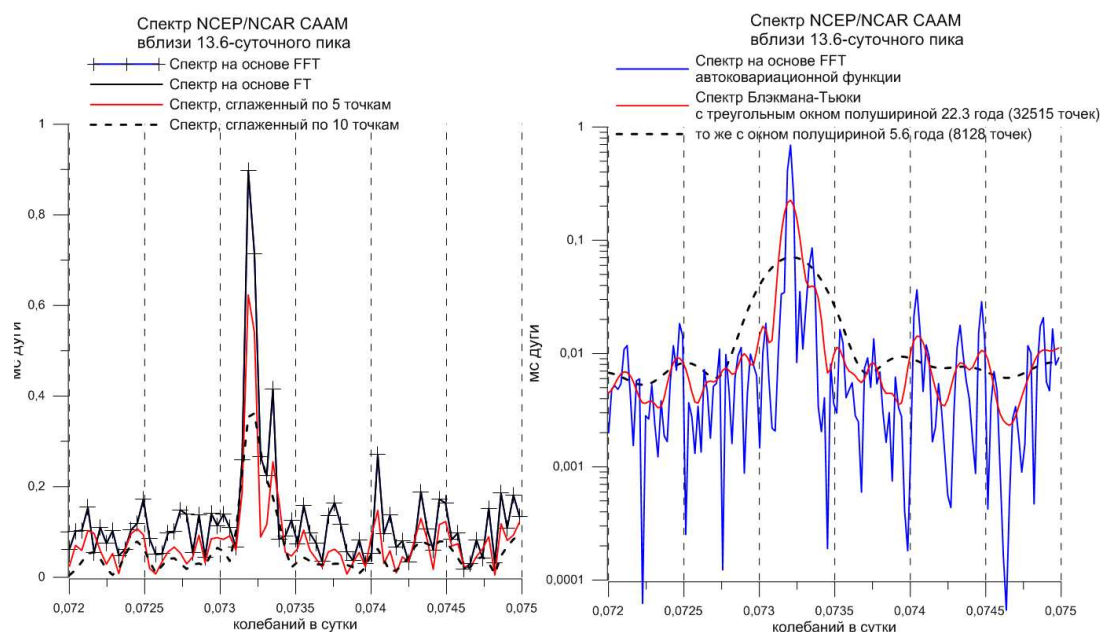


Рис. 7.4: Слева: исходный и сглаженные спектры небесного экваториального момента импульса ветров вблизи периода 13.6 суток. Справа: спектры, полученные на основе Фурье-преобразования автоковариационной функции и методом Блэкмана-Тьюки.

Как и ожидалось из теории приливов, основной пик сопровождается боковым лепестком с периодом 13.63 суток и аргументом $2F + \bar{\Omega}_L$. Две соседние компоненты в спектре отличаются на частоту обращения восходящего узла Луны $\bar{\Omega}_L = 1/18.6$ циклов в год. Это подтверждает гипотезу о том, что исследуемая гармоника является следствием влияния тессеральной лунной гармоник на небесный ААМ, в частности, на компоненту ветра. Представление о том, насколько достоверно выделяются эти два пика вблизи периода 14 суток, даёт рис. 7.4, на котором показаны полученные различными методами спектры исходных рядов ААМ в этом диапазоне. Спектр, сглаженный по 5 точкам, спектр автоковариационной функции и спектр, полученный методом Блэкмана-Тьюки с полушириной окна в 30 лет подтверждают расщепление 13.6-суточной гармоник. Пунктирные линии сильно сглаженных спектров дают уровень, при превышении которого спектральная линия может считаться достоверной с вероятностью более 90% [89, 147].

Подбор параметров гармоник с аргументами $\Phi_1 = 2F + 2\bar{\Omega}_L$ (13.66 сут) и $\Phi_2 = 2F + \bar{\Omega}_L$ (13.63 сут) методом наименьших квадратов в рам-

ках модели $\chi' = \sum_{j=1}^2 (m_c^j + im_s^j) e^{i(\phi_j + \pi/2)}$ дал на интервале 1949–2013 гг значения амплитуд

$$\begin{aligned}\chi_p'^{IB}[\text{мс дуги}] &= (0.05 - i0.02) e^{i(\phi_1 + \pi/2)} + (0.02 - i0.00) e^{i(\phi_2 + \pi/2)}, \\ \chi_p'^{NIB}[\text{мс дуги}] &= (0.17 - i0.06) e^{i(\phi_1 + \pi/2)} + (0.06 - i0.01) e^{i(\phi_2 + \pi/2)}, \\ \chi_w'[\text{мс дуги}] &= (0.73 - i0.04) e^{i(\phi_1 + \pi/2)} + (0.23 - i0.01) e^{i(\phi_2 + \pi/2)}.\end{aligned}$$

Погрешности оценок амплитуд не превышают $0.05 + i0.01$ мс дуги. Дополнительная фильтрация в прямом диапазоне уменьшает погрешность до 10^{-5} мс дуги. Огибающая для модели, построенной для χ_w находится в отличном соответствии с фазой гармоники 18.6-летнего прилива. Компоненты m_s малы по сравнению с m_c , за исключением случая ААМ, посчитанного с использованием гипотезы обратного барометра IB. За этим исключением, значения коэффициентов указывают на то, что гармоники находятся практически в фазе с аргументом приливной волны $\phi_i + \pi/2$. Это подтверждает пропорциональность компонент давления и ветра на двухнедельном периоде, свидетельствующая об их гравитационной природе. Отношение для данных NIB ААМ без учета обратного барометра $\chi_w'/\chi_p'^{NIB} = H_w'/H_p' \sim 4$ на обеих приливных частотах не соответствует теоретическому условию (7.3), дающему $H_w'/H_p' = 13.6 - 1 \approx 13$. С другой стороны, соотношение для IB-данных $\chi_w'/\chi_p'^{IB} \approx 14$ намного ближе к ожидаемому отношению ~ 12.6 , как если бы компонента давления ААМ вблизи частоты O_1 ограничивалась влиянием над континентами при статическом IB-отклике океана. Это выглядит странно, поскольку отклик океана должен сильнее сказываться на процессах с периодами более 10 суток в TRF, а не на почти суточных периодах.

Внимательное рассмотрение показывает, что приливное равновесное колебание O_1 ответственно как за амплитуду, так и за фазу NIB ААМ давления [1]. Если для поверхностного давления верна гидростатическая гипотеза, приливные ветры должны дуть не у поверхности, а в верхней тропосфере. Действительно, в литературе еще не было отчетливых доказательств изменений горизонтальных ветров в нижней тропосфере под действием Луны, поэтому приливные ветры не должны создавать приповерхностного трения. С другой стороны, тессеральная гармоника прилива, воздействуя на балдж, не вызывает топографического момента сил, который был бы связан со сферическими гармониками третьей и более высоких степеней [158]. Поэтому, согласно соотношению (7.3), в исследуемом диапазоне периодов, если циркуляция в атмосфере связана с приливом, должна иметь место пропорциональность между χ_w' и χ_p' .

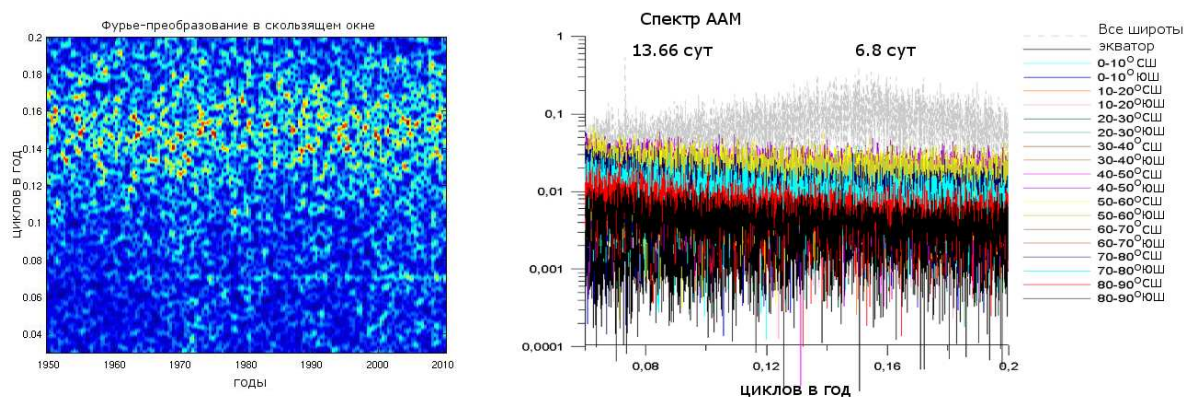


Рис. 7.5: Слева: спектрально-временной анализ небесного экваториального момента импульса ветров с 2005 по 2010 гг. в лунной приливной полосе периодов от 2 до 20 суток. Справа: спектры в 10-градусных широтных поясах по данным с 1948 г.

7.5 Анализ 6-суточного пика в ААМ

На рис. 7.5 слева представлена частотно-временная диаграмма, полученная скользящим Фурье-преобразованием демодулированного ААМ ветра, на которой отчетливо видны широкая недельная и узкая двухнедельная полоса в небесном ААМ ветров. Справа показаны результаты спектрального анализа в широтных поясах. В то время как 13- и 7-суточные пики прослеживаются в суммарном ААМ и в спектрах ААМ на экваторе и низких широтах, в умеренных и более высоких широтах, где турбулентная изменчивость атмосферы довольно высока, эти пики теряются в шумах превосходящей спектральной мощности.

Спектральный пик в небесном ААМ в диапазоне от 5 до 8 суток намного мощнее 13.6-суточного пика, его кумулятивная амплитуда порой достигает до 10 мс дуги. Некоторые исследователи [269] связывают недельный сигнал с ретроградными волнами Россби-Гельмгольца – нормальными модами атмосферы Ψ_1^1 , распространяющимися к западу как сферические гармоники $\cos(\phi)e^{i\lambda}$ (ϕ – широта, λ – долгота) в земной системе отсчета. В невращающейся системе CRF эта резонансная мода распространяется с запада на восток со средним периодом ~ 7 суток. С запада на восток, правда с другим периодом, движется и Луна. Возможно, что малые лунные приливы с периодом 7.09 суток и амплитудой, как минимум в 100 раз меньшей амплитуд O_1 , усиливаются этой волной. Так, например, приливы нелинейно усиливаясь в стратосфере, являются причиной аномальных стратосферных потеплений, захватывающих большие районы севера зимой [218]. В отличие от двухнедельной гармоники, на

квазинедельном периоде ($\sigma'/\Omega \approx 1/7$) отношение $\chi'_w/\chi'^{NIB}_p \approx 5.8$ для полной компоненты давления хорошо соответствует соотношению (7.3), принимающему значение $H'_w/H'_p \approx 7 - 1 = 6$.

Другим фактором, делающим пик на недельном периоде размытым в широкой полосе частот, может быть непостоянство времени, требуемого Луне для прохождения от экватора к точке с максимальным по модулю склонением, которое, в зависимости от орбитальных соотношений, меняется от 5 до 9 суток и определяет модуляцию амплитуды зональных, тессеральных и секториальных приливов. Максимумы и минимумы амплитуды зональных приливов, в свою очередь, влияют на длительность суток LOD. В работах [23, 34, 363, 425, 426] развивается гипотеза Н.С. Сидоренкова, согласно которой квазинедельная изменчивость в атмосфере и наличие лунных циклов в аномалиях температуры могут быть вызваны лунными приливами. В частности, резкие смены погоды нередко сопутствуют приливным максимумам и минимумам в длительности суток LOD¹. Проверка этой гипотезы выходит за рамки нашей диссертации. Но по результатам этой главы мы можем заключить, что в ретроградном ААМ в земной системе отсчета наблюдаются колебания ветров и давления, связанные с приливным воздействием Луны, что легко проследить, если перейти в неподвижную небесную систему отсчета CRF.

¹Если эта гипотеза когда-нибудь подтвердится, её следовало бы назвать эффектом Н.С. Сидоренкова, его жена Н.С. Шаловалова также внесла вклад, проводя долгосрочные метеонаблюдения.

Глава 8

Океан как фактор климата и его угловой момент

*Покуда в вечной суете
Не надоест Земле вращаться,
Всегда рискуешь оказаться
Не со щитом, так на щите.
Наум Олев*

8.1 На стыке климатологии и геофизики

В данной главе мы представим анализ углового момента океана ОАМ с 1993 по 2010 год по данным модели ЕССО KF080. Будут исследованы экваториальные компоненты массы, влияющие на движение полюса. Мы применим к ним МССА, получим и сгруппируем главные компоненты, представим их в виде карт среднего, годовой, долгопериодической изменчивости, на которых будут отчетливо видны области наибольших изменений.

Однако прежде сделаем небольшой экскурс в проблему климата Земли и осветим роль океана. Ведь океан – один из основных факторов, сдерживающих либо ускоряющих изменения климата. Его изучение, среди прочего, дает ключ к пониманию взаимосвязей между изменениями климата и вращением Земли [149] .

Проблема глобального потепления в последнее время уже перешла из категории научных в категорию социально-экономических и политических. В последние десятилетия наблюдается существенное увеличение уровня Мирового океана, изменение режима стока рек [196], деградация вечной мерзлоты и др. Эти вопросы уже давно поднимаются учеными [116, 341, 342]. Более 300 ученых их разных стран принимало участие в создании Пятого оценочного отчета Международной группы экспертов по изменению климата (МГЭИК) 2014 года [502]. По сравнению с преды-

дущими отчетом 2007 года [501], в нём было проанализировано почти в два раза больше данных. К 2022 году планируется подготовить Шестой доклад МГЭИК.

В последнем отчете [502] говорится о том, что изменения климата негативно отразятся на социальной жизни общества. Наиболее опасными последствиями могут стать нехватка продовольствия и воды, что может спровоцировать военные конфликты, привести к увеличению числа беженцев, усугубить проблемы в экономической и политической жизни общества [478]. Для того, чтобы решить задачу прогноза изменений климата, в значительной мере обусловленных антропогенным воздействием, связанным с выбросами в атмосферу парниковых газов и других загрязняющих веществ, создаются климатические модели. В их основе лежит численное интегрирование уравнений динамики атмосферы и океана [97], модели учитывают (ассимилируют) все имеющиеся наблюдения.

В науке большинство новых интересных задач возникает на стыке нескольких направлений. Изучение вращения Земли базируется на теоретической механике, гидродинамике, астрономии и геофизике. Весьма интересно, как перераспределение масс, в том числе в океане, меняет тензор инерции Земли и сказывается на вращении Земли.

8.2 Тренды изменений климата

Изменения климата в нашу эпоху вызывают большой интерес широкой общественности. Агентства в разных странах, такие как Европейский центр краткосрочных прогнозов погоды (ECMWF) с центрами в Англии, Германии, Франции, Лаборатория по изучению систем Земли (ESRL) в Колорадо, Национальный центр по прогнозированию окружающей среды (NCEP) в США, Японское метеорологическое агентство (JMA), Центр Хадли (Hadley) исследования и прогнозирования климата в Великобритании, Государственное объединение научных и прикладных исследований (CSIRO) в Австралии занимаются сбором и анализом данных по глобальным изменениям климата. Данные поступают с метеорологических и климатических станций на суше и морях, с кораблей и спутников и попадают в базы данных.

Таяние горных ледников, сокращение площади арктических льдов, сдвиг сроков наступления весеннего сезона, снижение уровня снежного покрова и повышение уровня моря свидетельствуют о повышении температуры на Земле в последние десятилетия. Набор важных климатических переменных ECV разработан консорциумом GCOS для учета и мониторинга всех ключевых факторов.

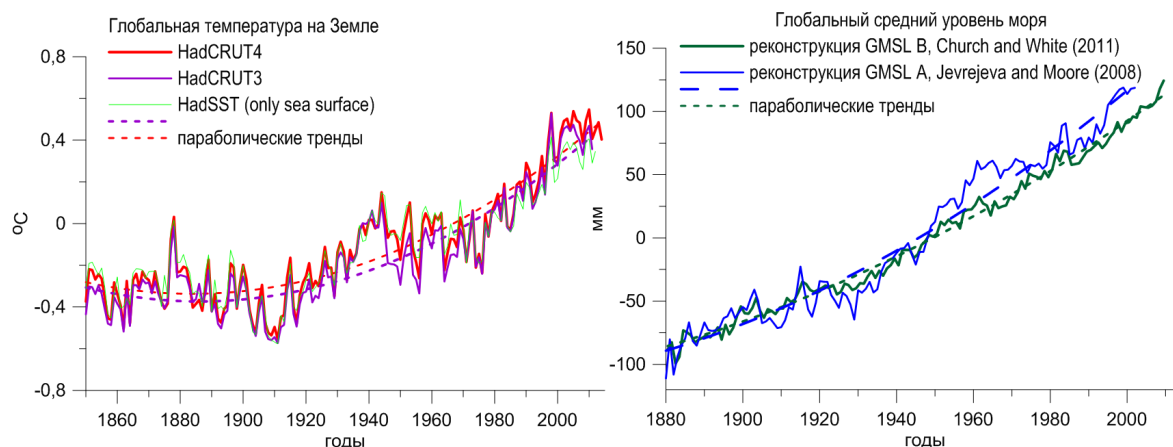


Рис. 8.1: Глобальная средняя температура на Земле (HadCRUT) (слева) и глобальный средний уровень моря (GMSL) (справа) в реконструкциях А [291] и В [342].

Среди основных причин потепления МГЭИК приводит увеличение на 30% за последние 100 лет концентрации углекислого газа. Концентрации CO_2 выросли на 1.9% в год в последнее десятилетие. Обработанные автором анимированные карты тропосферного CO_2 по данным AIRS можно посмотреть по ссылке [476]. Отмечается повышение концентрации и других парниковых газов, таких как метан, закись азота и незначительное – водных паров (см. приложение Е).

Тренды глобального потепления, показаны на рис. 8.1. В качестве исходных данных использован ряд глобальной температуры (Т) с 1850 по 2017 г (суша+океан) HadCRUT4, вычисленный в центре Hadley в Великобритании [489]. Этот ряд является обновленной версией ранее использовавшегося HadCRUT3, и, в основном, определяется температурой над океаном – HadSST. За последние 150 лет глобальная температура возросла на $0.74 \pm 0.18^\circ\text{C}$. Несмотря на то, что каждый следующий год не всегда показывает повышение температуры, по сравнению с предыдущим годом, отмечается долгосрочная тенденция к глобальному потеплению. Межгодовые колебания температуры происходят из-за естественных процессов, таких как Эль-Ниньо Южное колебание (ЭНЮК), Атлантическое многолетнее колебание, извержение больших вулканов и др. [208, 209] Стоит отметить, что с 2005 по 2017 г. наблюдались десять самых теплых лет, из них самые жаркие – 2016, 2015, 2017 гг. Список пополяется, на сегодня 2018 г. признан третьим самым теплым годом в истории.

Глобальное потепление ведет к повышению уровня моря, от которого уже страдают жители некоторых островов и прибрежных территорий.

Сведения по уровню моря с приливных и придонных станций поступают в Постоянный центр по среднему уровню моря PSMSL в Великобритании [509]. За последние сто лет по этим данным, скорректированным за вертикальные движения литосферных плит, отмечается увеличение глобального уровня океана со средней скоростью примерно 1.7 мм в год. С 1990х-годов глобальный уровень моря стал увеличиваться ускоренными темпами на ~ 3.5 мм в год. На рис. 8.2 рост уровня моря представлен по сводным данным космической альтиметрии с 1993 по 2018 гг. Увеличение теплосодержания океана является одной из его основных причин. С изменением температуры, плотности и солености воды в верхнем (до 1 км) слое океана связана так называемая *стерическая компонента* изменений уровня моря. Для определения стерических изменений служат 3803 буёв (на март 2018) сети Арго [160], измеряющих характеристики океана в верхнем километровом слое.

В повышение уровня моря вносит вклад также таяние ледников суши в Гренландии, Антарктиде, в горах. Сток влияет на массу океана, придонное давление и детектируется гравиметрическими спутниками GRACE (см. раздел 9.4). С этим связана *нестерическая компонента* изменений уровня моря. В последние 10 лет наблюдается существенное сокращение ледников. Однако в областях, где температура ниже точки замерзания воды, и где выпадает большое количество осадков, например, в Восточной Антарктиде, ледники продолжают расти (см. рис. 9.10). Таяние ледников влечет за собой глобальные проблемы, связанные не только с увеличением уровня мирового океана, но и с обеспечением пресной водой населения некоторых районов Азии и Южной Америки.

Изменения глобального среднего уровня моря (SL) на рис. 8.1 справа показаны на основе двух реконструкций: первая сделана Чёрчем и Уайтом [291] в Австралийском центре CSIRO, имеет месячный шаг с 1880 по 2009 г. и названа нами GMSL A; вторая – реконструкция Светланы Евревой и Дж. Мура [342] на интервале 1880-2002 с шагом 1 год, названа нами GMSL B. Данные были сглажены и приведены к годовому шагу.

Прогнозирование изменений на будущее осуществляется МГЭИК на основе глобальных моделей динамики атмосферы и океана. Несмотря на учет большого числа факторов в таких моделях, они плохо воспроизводят так называемые “естественные вариации”, среди которых квази- 60-летние и 20-летние колебания температуры (до 0.3°C) и уровня моря (до 30 мм), наблюдающиеся в последние 150 лет. Эти колебания достоверно выделяются [249, 368, 409, 410, 424, 431] из рядов средней глобальной температуры (HadCRUT4), уровня моря (GMSL) [291, 342], приповерхностной температуры океана (HadSST), и показаны на рис. 8.3 после

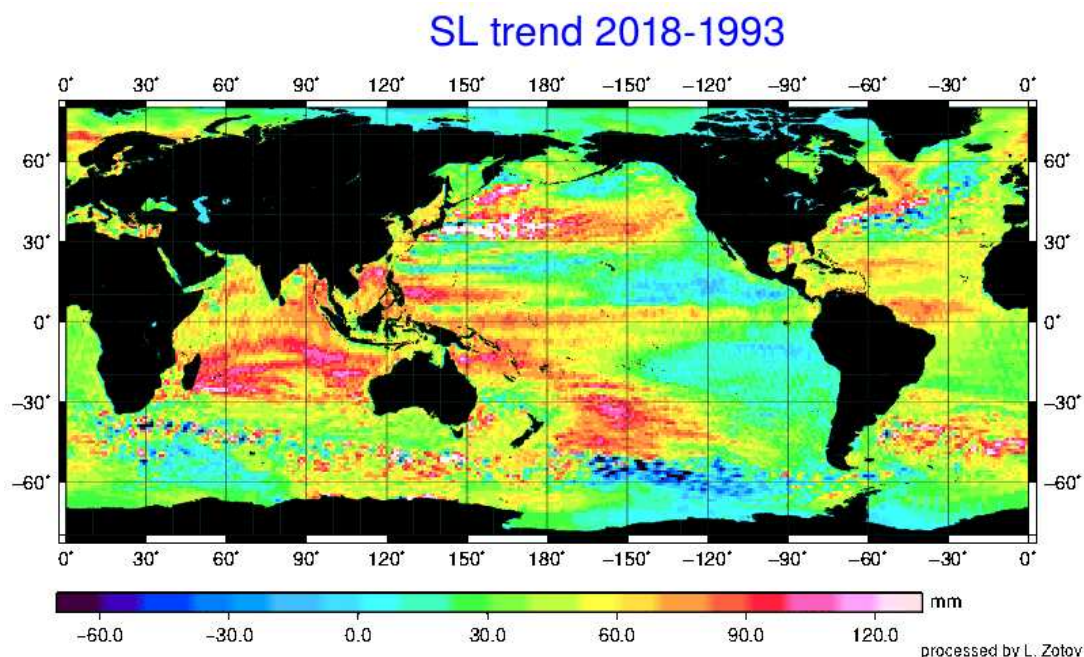


Рис. 8.2: Изменения уровня моря по сводным данным альтиметрии в мм с 1993 по 2018 гг. (МССА, $L=60$ лет, ГК 2).

снятия трендов потепления. Причины этих вариаций малопонятны. Так, о 60-летних вариациях говорят как об Атлантическом многолетнем колебании (АМО) или изменчивости (AMV), затрагивающей северную Атлантику и влияющей на климат Северной Америки и Европы [249], рис. 8.4. Квази-20-летние вариации температуры характерны для некоторых районов Индийского и Тихого океанов [424]. Для их объяснения привлекают естественные моды колебаний атмосферы и океана, такие как ЭНЮК, с квазипериодичностью 2-8 лет, вулканическую деятельность и другие факторы. Вместе с тем, мы обращаем внимание на сходство этих колебаний с вариациями параметров вращения Земли [44, 48, 467].

Нас заинтересовали естественные колебания глобальной температуры и уровня моря и мы изучили их методом МССА. Предварительно были вычтены тренды, представленные в таблице 8.1 и на рис. 8.1, которые моделировались для каждого из рядов полиномом второго порядка методом МНК. Порядок модели тренда (1-й или 2-й) оказывает незначительное влияние на вид остаточных колебаний.

Кросс-корреляционный анализ показывает наличие 60-, 20- и 10-летних колебаний как в ряде температуры, так и уровня моря. Для выделения этих коррелированных компонент мы воспользовались двумерным МССА [165, 167, 319, 449]. Вначале мы применили его совместно к дан-

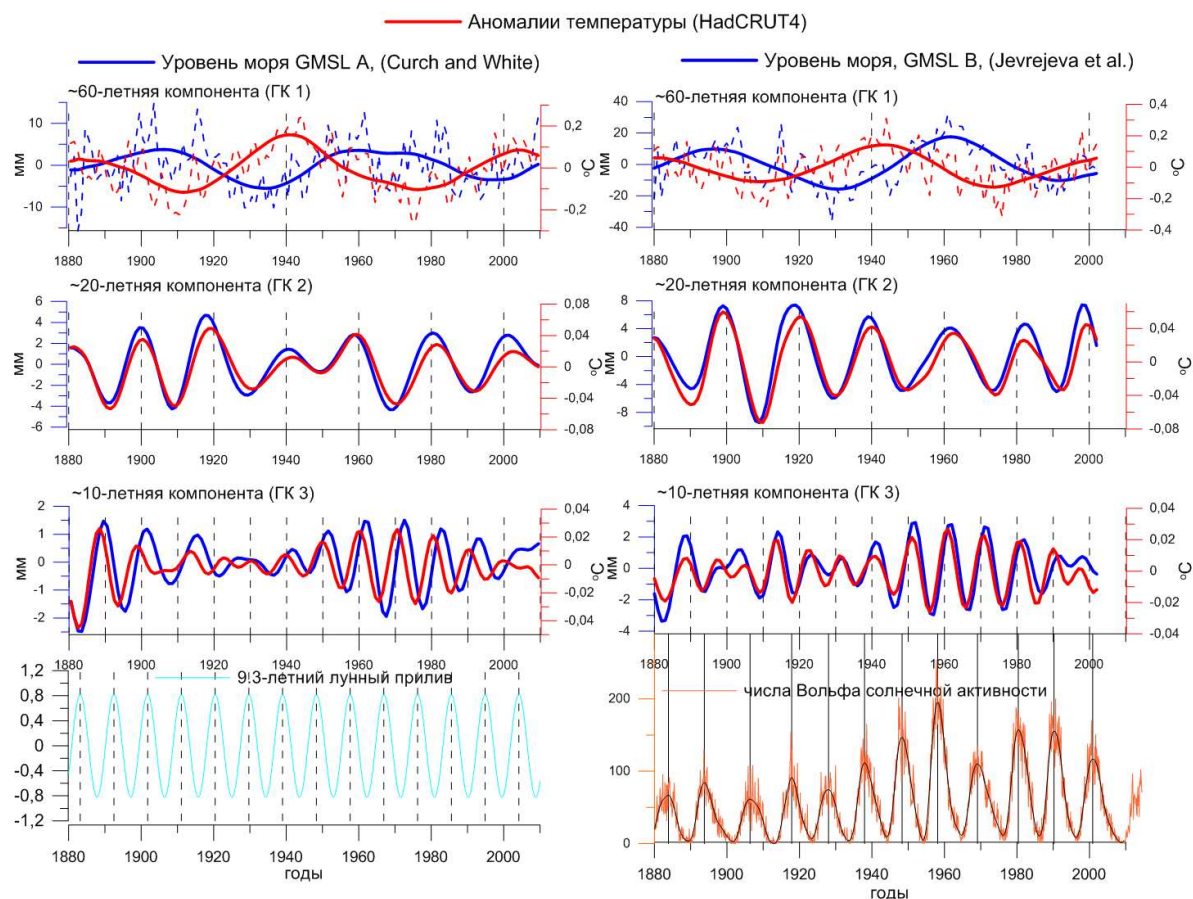


Рис. 8.3: 60-летние ГК 1, 20-летние ГК 2 и 10-летние ГК 3 колебания глобальной температуры на Земле (красным) и уровня моря (синим), выделенные совместным МССА данных HadCRUT4 и GMSL A (слева) и HadCRUT4 и GMSL B (справа). Внизу для сопоставления показана волна 9.3-летнего лунного прилива (слева) и числа Вольфа солнечной активности (справа).

Таблица 8.1: Параметры параболических трендов (слева) в уровне моря и реконструкциях GMSL A (в центре) и GMSL B (справа), фигурирующие в формуле $a_0(t - t_0)^2 + a_1(t - t_0) + a_2$, где $t_0 = 1880$ год.

	HadCRUT4	GMSL A	GMSL B
a_0	$4.9 \pm 0.5 \cdot 10^{-5}$	$5.0 \pm 0.4 \cdot 10^{-3}$	$6.6 \pm 1.1 \cdot 10^{-3}$
a_1	$-4 \pm 5 \cdot 10^{-4}$	0.89 ± 0.06	0.92 ± 0.13
a_2	$-0.34 \pm 0.01^\circ\text{C}$	-154.9 ± 1.6 мм	-89.2 ± 3.5 мм
рост с 1900 по 2000 г.	0.647°C	157.2 мм	184.7 мм

ным по температуре HadCRUT4 и уровню моря GMSL A, считая каждый ряд отдельной компонентой двумерного временного ряда. Затем совместный анализ был выполнен для HadCRUT4 и GMSL B. Параметр L был выбран равным 22 года. В обоих случаях отчетливо разделились квази-60-летняя, 20-летняя и 10-летняя компоненты, представленные на рис. 8.3 с 1980 по 2010 гг. Все три колебания присутствуют как в температуре, так и в уровне моря [44, 48]. Реконструкция уровня моря GMSL B демонстрирует бóльшую амплитуду колебаний, чем GMSL A. Амплитуда 10-летнего колебания весьма мала (T 0.03°C , SL 3 мм), можно сказать, что она сопоставима с уровнем шумов. На рис. 8.3 внизу слева для сравнения представлен график 9.3-летнего прилива, связанного с движением перигея Луны, а внизу справа – чисел Вольфа, – знаменитого индекса солнечной активности [124]. Ход лунного прилива лучше согласуется с выделенной нами 10-летней ГК 3, нежели индекс Солнечной активности с циклом в 11-лет. Тем не менее, пока мы не делаем никаких предположений о природе ГК 3 и, более того, ввиду малости её амплитуды, далее рассматриваем лишь ГК 1 и ГК 2.

Отметим, что результаты совместного МССА несколько отличаются от результатов применения ССА к каждому ряду по отдельности. Для 20 и 10-летних компонент при раздельном анализе появляются некоторые незначительные расхождения по фазе. Для большей уверенности, средний период, амплитуда и фаза 60 и 20-летних колебаний были независимо

Таблица 8.2: Параметры квази- 60- и 20-летних колебаний в глобальной температуре на Земле HadCRUT4 (слева) и уровне моря в реконструкциях GMSL A (в центре) и GMSL B (справа), оцененные НМНК.

	HadCRUT4, °C		GMSL A, мм		GMSL B, мм	
период, лет	65.0	21.3	55.4	20.6	60.7	21.1
амплитуда	0.1 ± 0.02	0.04 ± 0.02	4.1 ± 0.6	2.1 ± 0.7	12.4 ± 1.2	5.0 ± 1.5
фаза на 1880 г.	-16°	-55°	170°	-43°	117°	-67°

определены нелинейным методом наименьших квадратов (НМНК), применявшимся по отдельности к каждому временному ряду. Результаты представлены в таблице 8.2. По сходимости пяти выполненных итераций формальные погрешности определения периодов составляют 0.1 года.

8.3 Динамика океана и атмосферы, определяющая многолетние циклы

Из рисунка 8.3 хорошо видно, что выделенные МССА 60- и 20-летние колебания прослеживаются как в данных по температуре, так и по изменению уровня моря. При этом 60-летняя компонента уровня моря (ГК 1) запаздывает относительно температуры примерно на 20-30 лет. В работе [410] предложена связь между аномалиями уровня моря и глобальной температуры в виде дифференциального уравнения

$$\frac{dSL(t)}{dt} = a(T(t) - T_0). \quad (8.1)$$

Здесь $SL(t)$ – аномалия уровня моря, $T(t)$ – ход глобальной температуры на Земле относительно некоторого начального значения T_0 , a – коэффициент пропорциональности. Уравнение (8.1) соответствует фильтру нижних частот с постоянной фазовой задержкой на $\pi/2$. Поскольку океан имеет теплоемкость на три порядка бóльшую, чем атмосфера, он должен откликаться с задержкой на изменения температуры воздуха. Однако отклик на 20-летнюю компоненту температуры (рис. 8.3) при

этом должен быть сильно подавлен и сдвинут по фазе, чего не наблюдается (ГК 2 для температуры и уровня моря практически синфазны). Уравнение (8.1), вероятно, слишком простое. Его можно усложнить, введя обратную связь как в уравнении Эйлера-Лиувилля (3.1). Заметим, что стоящее в левой части этого уравнения геодезическое возбуждение получается дифференцированием движения полюса. Поэтому ~ 80 -летние вариации в огибающей чандлеровского колебания на рис. 3.5 внизу сдвинуты относительно вариаций в его возбуждении. Точно так же, 60-летняя ГК 1 в уровне моря сдвинута относительно ГК 1 температуры на рис. 8.3. Если предположить, что уравнение (8.1) верно, то аномалии SL являются производной аномалий T .

На продолжительных интервалах времени аномалия уровня моря может оказаться не производной приповерхностной температуры, как в (8.1), а наоборот, отражая нагрев верхнего слоя океана, от которого тепло поступает в атмосферу, стать причиной изменений приповерхностной температуры. При этом переменные в дифференциальном уравнении типа (8.1) поменяются местами. Так океан, откликаясь на атмосферные процессы на непродолжительных интервалах времени, может управлять климатом на десятилетних и вековых интервалах.

Вопросу взаимосвязи многолетних колебаний температуры АМО и уровня моря НАО посвящены исследования Жерара МакКарти. В [381] показано, что уровень Атлантики поднимается во время спада АМО. В ответ океан, меняя циркуляцию, интегрирует эффект НАО. Мы проинтегрировали индекс НАО и показали результат на рис. 8.4 справа внизу. Он хорошо согласуется с индексом АМО (справа вверху) который соответствует 60-летним изменением температуры (ГК 1, рис. 8.3). По всей видимости, атмосфера контролирует быстрые климатические осцилляции, а океан, обладая большой инерцией, – долгопериодические.

Такого рода гипотезы выдвинуты также в работах Сергея Гулева [332]. Сесиль Пенланд предложила в [404] стохастическое дифференциальное уравнение, связывающее АМО и НАО

$$x(t + \tau) = \exp\{L(\tau)\}x(t) + \int_0^\tau \exp\{L(\tau - s)\}N(\tau + s)ds,$$

где $x(t)$ соответствует АМО, $N(t)$ – колебанию НАО, а ядро интегрирования $L(t)$ зависит от индекса Южного колебания SOI [404]. Причиной паузы в глобальном потеплении “Hiatus”, наблюдавшейся в 2000-2010е гг., может быть положительная фаза АМО. Если последовательные отрицательные фазы НАО- участвуют и будут интегрироваться океаном, это приведет к спаду АМО и некоторому похолоданию в ближайшем бу-

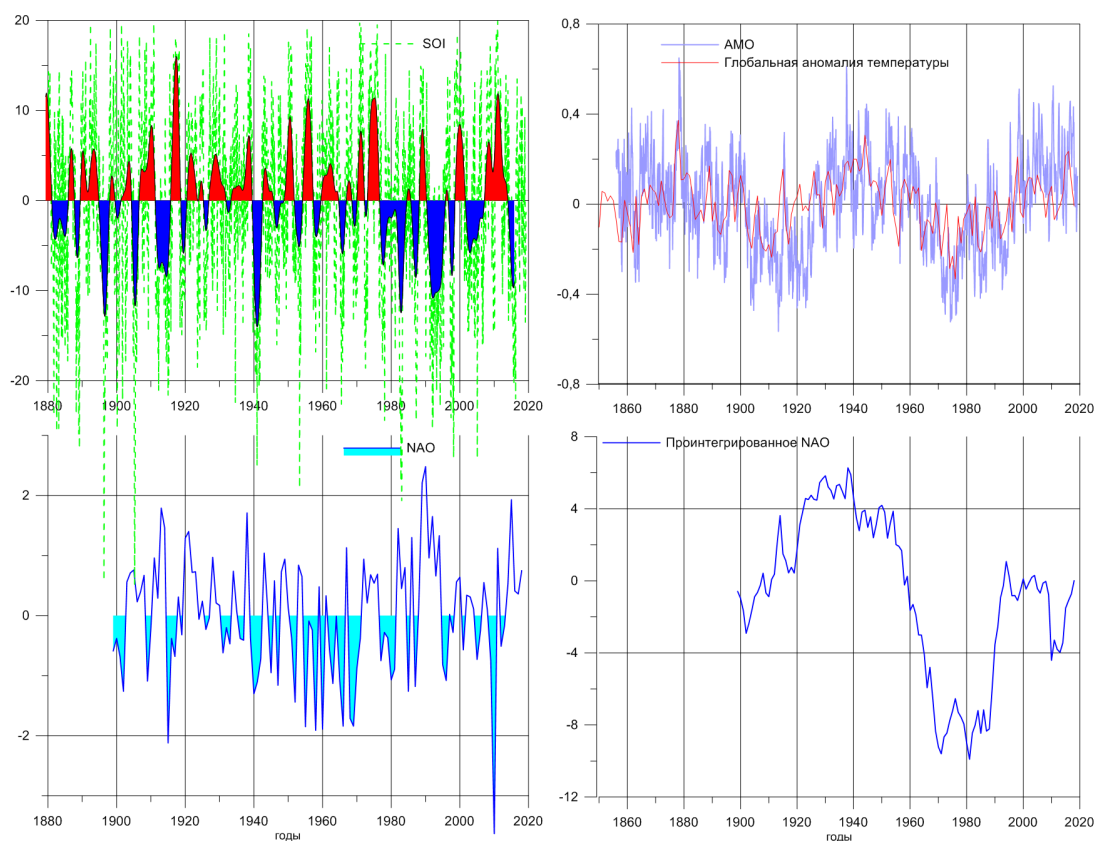


Рис. 8.4: Изменения индексов Южного колебания El Nino (SOI) вверху слева, Многолетнего атлантического колебания АМО, вверху справа, Северо-Атлантического колебания NAO внизу слева и его проинтегрированной версии внизу справа.

дущем, что предсказывает также простая модель [367]. Отметим, что на карте аномалий температуры в 2018 г., на фоне общих положительных тенденций, в Северной Атлантике выделяется зона отрицательных аномалий. Не может ли это свидетельствовать о начавшемся спаде АМО?

8.4 Течения в Мировом океане и климат

Океанические течения, – крупномасштабные передвижения водных масс в океанах по определенным направлениям, – весьма существенно сказываются на климате. Их формирование зависит от ветра, распределения солености, неравномерного нагрева слоев воды, контура берегов, динамической топографии и др. Для Мирового океана характерна сложная система течений, которая формируется под действием вращения Земли, общей циркуляции атмосферы, распределения температуры и плотности воды. С классификацией типов течений можно познакомиться в [149]. Современные космические гравиметрические миссии, такие как GRACE и GOCE позволяют детектировать течения по аномалиям плотности воды.

В океанах перенос теплых и холодных водных масс происходит в замкнутом цикле *океанического конвейера*. Теплые течения из экваториальных широт Земного шара переносят водные массы в более холодные области Земли, повышая там температуру. Холодные течения, перенося воды в теплые широты, понижают её там. Так работает тепловая машина океана. В Атлантическом океане звеном конвейера является Атлантическая меридиональная циркуляция АМОС, связанная с термохалинной циркуляцией и течением Гольфстрим, оказывающим существенное влияние на климат Европы и Северной Америки.

Таяние льдов Гренландии и приток холодных пресных вод в Атлантику может повлиять на глобальный конвейер, и, заставляя воды погружаться на дно раньше времени, даже застопорить его. Это может привести к *термохалинной катастрофе*, – резкому похолоданию климата Европы и оледенению в Арктике [136]. Пока этого не случилось, но изменения в придонном давлении и климате Атлантики уже наблюдаются. На несколько километров к северу переместился Гольфстрим, во всех океанах замечены перемещения течений в направлении полюсов [460]. В Северной Атлантике происходят Северо-Атлантическое (NAO), и Атлантическое многолетнее колебания (АМО), рис. 8.4, развитие которых зависит от состояния океана, его температуры и циркуляции вплоть до больших глубин, и сказывается на глобальной температуре на планете. Как было показано на рис. 3.6, изменчивость атмосферных ветров и дав-

ления в этом регионе также вносит существенный вклад в возбуждение движения полюса.

Индекс Северо-Атлантического колебания НАО, представленный на рис. 8.4 слева внизу, определяется по разности давлений на Азорских островах (минимум давления) и в Исландии (максимум давления), которое влияет на перенос атмосферных масс над Европой. Большая разница в давлении на двух станциях (высокий годовой индекс, обозначенный НАО+) приводит к усилению западных ветров, при котором наблюдается прохладное лето и мягкие и влажные зимы в Центральной и Западной Европе. Если фаза НАО отрицательна (НАО-), западные ветры становятся слабее, тем самым в регионы Северной Европы приходят холодные сухие зимы. При отрицательной фазе НАО- наблюдается усиление штормов в Средиземном и Черном морях и рост осадков в Южной Европе и Северной Африке. Зимой 2015-2016 гг. индекс НАО находился в положительной фазе, летом 2016 перешел в отрицательную. В 2018 г. он был положительным. По сведениям А.В. Бялко [191, 88], в это время в районе Азорского максимума давления установился циклон, приведший к выпадению снега в Сахаре, затоплению некоторых стран Европы и долгой затяжной зиме на Европейской части России.

В экваториальном Тихом океане расположена зона наиболее выраженной глобальной климатической моды – Эль-Ниньо Южного колебания, затрагивающего как океанические, так и атмосферные процессы. В обычной ситуации пассаты гонят теплые воды на запад, но во время Эль-Ниньо наблюдается ослабление пассатов, и бассейн теплых вод смещается на восток, одновременно углубляя термоклин на юго-востоке. При этом температура поверхности океана в экваториальной зоне повышается на 0.5°C и более. Это явление оказывает сильнейшее воздействие на страны Латинской Америки. Например, в Перу наблюдается существенное увеличение (до 10 раз) осадков, что приводит к наводнениям и вспышкам малярии. В Эквадоре и Колумбии бывают засухи. В Бразилии отмечается снижение урожая кофе. Эль-Ниньо также сказывается на азиатском муссоне [451]. В Китае и Индии выпадают сильные дожди. В Индонезии они приводят к вспышкам лихорадки Денге. В Австралии и Новой Гвинее, наоборот, из-за нехватки воды гибнет урожай. Все это наносит существенный ущерб Мировой экономике. Выделяют два типа Эль-Ниньо: центрального типа и Мадоки, классификация типов противоположной фазы ЭНЮК, Ла Нинья, разрабатывается в работе [442]. Индекс SOI, основанный на разности давлений в восточной (Дарвин) и западной (Таити) частях экваториального Тихого океана, представлен на рис. 8.4 слева вверху. Зимой 2015-2016 года наблюдалось одно из самых

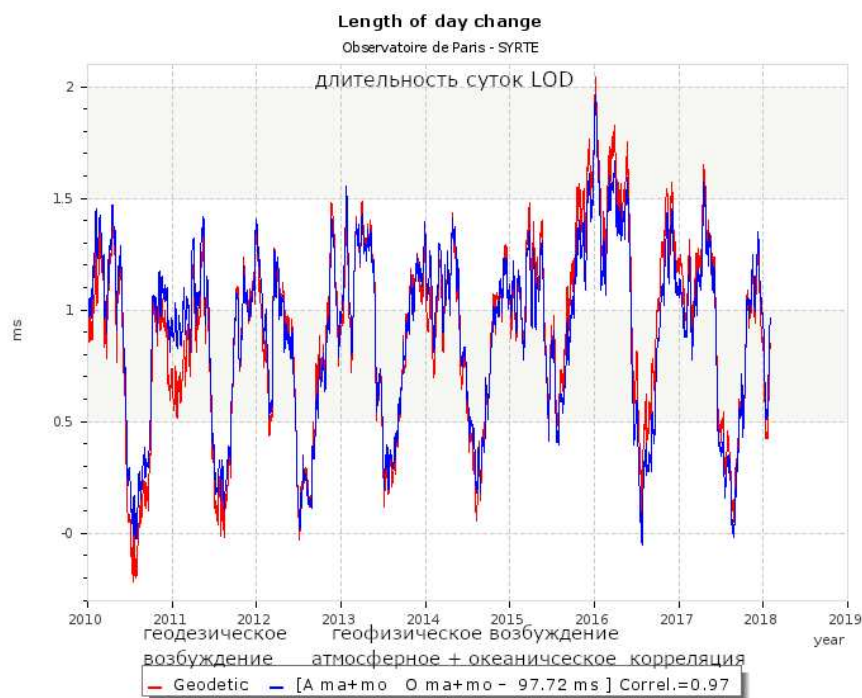


Рис. 8.5: Изменения длительности суток LOD с 2010 по 2018 гг. (красным) в сравнении с геофизическим возбуждением по данным EOP PC [497] (синим). Видно влияние Эль-Ниньо 2016 г.

сильных событий Эль-Ниньо центрального типа за последние 20 лет. Оно привело также к существенному замедлению скорости вращения Земли, рис. 8.5. Современные модели циркуляции океана и атмосферы все еще с трудом позволяют прогнозировать такие явления.

На картах в предыдущей главе было показано, как ЭНЮК влияет на угловой момент атмосферы. Это глобальная мода атмосферной и океанической циркуляции, распространяющаяся по всей Земле и, как считают некоторые исследователи, даже сказывающаяся на климате российской Арктики [189]. Известны также другие моды изменчивости климатической системы, затрагивающие как атмосферу, так и океан. Среди них Тихоокеанское декадное колебание PDO [219], Арктическое колебание АО и др.

Вопрос о том, как перенос в океаническом конвейере сказывается на тысячелетних климатических процессах, исследуется по данным Программы бурения дна океана ODP. Время переноса вод из Тихого океана, через Индийский, в Атлантический и обратно глобальным конвейером составляет порядка 1000 лет. Воды в Атлантике систематически солёнее и старше, чем в Тихом океане. Перенос вод в океане зависит от силы пассатных ветров, динамической топографии (уровень Атлантики ниже,

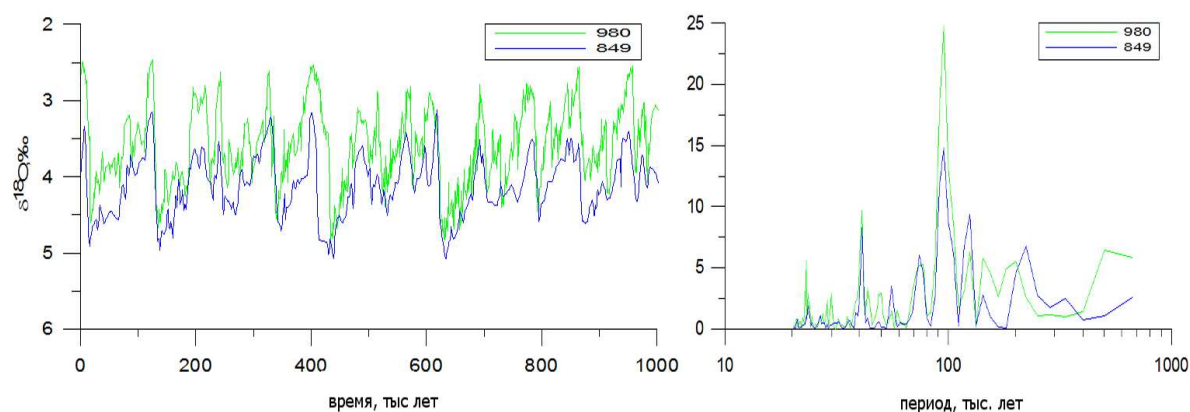


Рис. 8.6: Слева: изменения концентрации изотопа кислорода δO^{18} в скважинах 980 (Атлантический океан $55^{\circ}29'$ с.ш., $14^{\circ}42'$ з.д.) и 849 (экваториальный Тихий океан $0^{\circ}11'$ с.ш., $110^{\circ}31'$ з.д.) программы ODP. Кривая показывает циклы оледенений и потеплений за последний миллион лет (ход времени вправо). Справа: периодограмма, на которой видно, что основными периодами являются 95, 41 и 24 тыс лет. Данные Rashid Harunur.

чем Тихого океана), контуров берегов и вращения Земли.

На рис. 8.6 слева представлены графики концентрации изотопа кислорода δO^{18} , реконструированные Р. Харануром в Институте полярных исследований Университета штата Огайо им. Бёрда по пробам фораминифер в двух скважинах в Атлантическом и Тихом океанах. Мы провели их анализ [466]. Несмотря на то, что привязка данных и их точность оказалась недостаточной, чтобы методом кросс-корреляции детектировать задержку между потеплениями в этих двух океанах и выяснить, какой же из них нагревался быстрее, спектры, представленные на рис. 8.6 справа, однозначно говорят о том, что основные колебания имеют периоды, близкие к 100, 40 и 25 тыс. лет. В теории Миланковича их объясняют циклами изменения эксцентриситета и наклона Земной орбиты, а также прецессией оси вращения Земли [256].

8.5 Угловой момент океана ОАМ

Перейдем к анализу углового момента океана ОАМ (Ocean Angular Momentum) на широтно-долготной сетке. На протяжении долгого времени расчеты ОАМ осложнялись отсутствием полноценных глобальных моделей океана. Лишь значительные достижения в моделировании океана позволили получить оценки ОАМ на сетке с 1993 года, интегральный

ОАМ – с 1949 г. [496], и сопоставить его с вращением Земли.

Мы использовали данные американской модели Оценки циркуляции и климата океана ЕССО (Estimating the Circulation and Climate of the Ocean). Версия данных ЕССО KF080 получена с применением фильтра Калмана и улучшенной модели долгосрочного прилива. Это обуславливает большую точность этих данных по сравнению с предыдущей версией. Модель ассимилирует все имеющиеся измерения скорости течений, уровня моря, температуры, солености, давления и др., полученные со спутников, а также с буйков, маяков, приливных станций, кораблей в океане и др. Интегрирование гидродинамических уравнений по слоям глубин, широтам и долготам, позволяет получить полный набор параметров океана.

Мы используем данные такого реанализа (моделирования с ассимиляцией наблюдений) с 1993 по 2010 гг. Скорости течений и давление на разных глубинах по представленным ниже формулам были переведены в значения ОАМ на сетке нашим коллегой Юнхонгом Джоу (Y.N. Zhou) из Шанхайской обсерватории. Исходные данные на сетке, разрешение которой меняется от $1/3$ градуса на экваторе до 1 градуса на высоких широтах, имеют 6-часовой временной шаг. Мы привели их к шагу 10 суток, и сетке 2×2 градуса, в связи с тем, что суточные и недельные колебания выходят за рамки наших интересов в этой главе, а мощности использованного нами персонального компьютера недостаточны для работы с данными полного разрешения. При работе с ААМ в главах 3, 6, 7 мы уже описали процедуру, по которой делался ресемплинг и не будем на ней останавливаться.

Рассмотрим подробнее формулы для углового момента. Интегральный вектор углового момента океана ОАМ (то же для атмосферы ААМ) зависит от времени и складывается из компонент массы и движения

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{H}^{mass}(t) + \mathbf{H}^{motion}(t) = \int \rho(r, t) \mathbf{r} \times [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} + \mathbf{v}(r, t)] dV. \quad (8.2)$$

Интегрирование ведется по всему объему океана $V_0(t)$, вектор r задает положение элементарного элемента объема с плотностью $\rho(r, t)$, который движется с относительной скоростью $\mathbf{v}(r, t)$ в геоцентрической системе координат [161, 471, 472].

Массовая компонента $\mathbf{H}^{mass}(t)$ связана с перераспределением водных масс океана вызывает изменения придонного давления, что деформирует Землю и влияет на тензор инерции Земли. Компонента движения $\mathbf{H}^{motion}(t)$ связана с течениями и относительным моментом импульса, на котором отражается изменение потока вод в океанских течениях.

Вектор углового момента (как ОАМ так и ААМ) задается тремя компонентами: осевой (или аксиальной) составляющей вдоль оси вращения Земли z , изменения которой влияют на скорость вращения Земли и продолжительность суток (LOD), и двумя экваториальными компонентами x и y , которые влияют на движение полюса Земли. После перехода к интегрированию полного давления p слоя жидкости в сферической системе, x, y, z -комоненты вектора массовой составляющей ОАМ (8.2) представляются в виде

$$\mathbf{H}_x^{mass}(t) = -\Omega \frac{r^4}{g} \int \int p(\phi, \lambda) \sin \phi \cos^2 \phi \cos \lambda d\phi d\lambda,$$

$$\mathbf{H}_y^{mass}(t) = -\Omega \frac{r^4}{g} \int \int p(\phi, \lambda) \sin \phi \cos^2 \phi \sin \lambda d\phi d\lambda,$$

$$\mathbf{H}_z^{mass}(t) = \Omega \frac{r^4}{g} \int \int p(\phi, \lambda) \cos^3 \phi d\phi d\lambda,$$

где ϕ – широта, λ – долгота, Ω – средняя угловая скорость вращения Земли.

Проекции компоненты движения (8.2) записываются в виде:

$$\mathbf{H}_x^{motion}(t) = \frac{r^3}{g} \int \int \int [\cos \phi \sin \lambda v(r, t) - \sin \phi \cos \phi \cos \lambda u(r, t)] d\phi d\lambda,$$

$$\mathbf{H}_y^{motion}(t) = \frac{r^3}{g} \int \int \int [-\cos \phi \cos \lambda v(r, t) - \sin \phi \cos \phi \sin \lambda u(r, t)] dp d\phi d\lambda,$$

$$\mathbf{H}_z^{motion}(t) = \frac{r^3}{g} \int \int \int \cos^2 \phi u(r, t) dp d\phi d\lambda,$$

где $u(r, t)$ – зональная компонента скорости (вдоль параллели), $v(r, t)$ – меридиональная и интегрирование идет по барическим уровням p , широтам ϕ и долготам λ . Записанные выше величины нормализуют, переводя в эффективные угловые моменты χ , пренебрегая членами второго порядка малости. К примеру, для получения как ЕААМ, так и ЕОАМ, их домножают на коэффициенты, связанные с реологией и полюсным приливом, см. (3.7), (3.8), (12.27), [471]

$$\chi_{x,y}^{motion} = \frac{1.5913}{\Omega(C - A)} \mathbf{H}_{x,y}^{motion}, \quad \chi_z^{motion} = \frac{0.998}{\Omega C} \mathbf{H}_z^{motion},$$

$$\chi_{x,y}^{mass} = \frac{1.098}{\Omega(C - A)} \mathbf{H}_{x,y}^{mass}, \quad \chi_z^{mass} = \frac{0.753}{\Omega C} \mathbf{H}_z^{mass}.$$

В данной главе мы ограничимся рассмотрением только массовых меридиональных компонент $\chi_{x,y}^{mass}$ углового момента океана с 1993 по 2010 гг. на сетке широт и долгот. Меридиональные компоненты движения $\chi_{x,y}^{motion}$, вычисленные для нас в 2011 г. в Шанхайской обсерватории с шагом 10 суток, были утрачены из-за перегрева жесткого диска и не были нами проанализированы.

Угловой момент H как океана, так и атмосферы имеет размерность $\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}$. Пересчет в соответствующие функции возбуждения χ , переводит величины в безразмерные (выраженные в радианах). Поскольку нас интересует влияние изменений ОАМ на движение полюса, радианы можно перевести в угловую меру. Значения интегрального по всей Земле эффективного экваториального углового момента $\chi_{x,y}$ переведены нами в мс дуги, а значения на сетке широт и долгот – в мс дуги с квадратного градуса.

8.6 МССА-анализ экваториальной компоненты массы ОАМ

Мы выполнили МССА-анализ данных углового момента океана, по методике, ранее представленной в главе 6. Для упрощения вычислений, исходные данные были переведены к шагу в 10 суток и просуммированы в ячейках $2^0 \times 2^0$. Отметим, что мы анализировали не x и y компоненты углового момента на сетке по отдельности, а работали с модулем комплексного числа $|\chi_x + i\chi_y|$, изучая его изменения относительно среднего $\Delta|\chi_x + i\chi_y| = |\chi_x + i\chi_y| - \langle |\chi_x + i\chi_y| \rangle$.

На рис. 8.7 приведена карта средних значений модуля исходных данных $|\chi_x^{mass} + i\chi_y^{mass}|$ за период с 1993 по 2010 год. Видно, что за этот период, в среднем, наибольший вклад в изменения движения полюса поступал из районов океана, расположенных на широтах $30^\circ - 60^\circ$ в северном и южном Тихом океане, в прибрежных районах у восточных границ континентов, в Средиземном, Северном, Охотском, Восточно-Китайском морях. Заметим, что поскольку на картах представлен модуль $|\chi_x^{mass} + i\chi_y^{mass}|$ комплексной величины экваториального ОАМ давления (массы), они демонстрируют лишь районы наибольшего воздействия на движение полюса, фазовая информация о направлении воздействия при вычислении модуля теряется.

На рис. 8.8 показаны эффективные функции углового момента океана, вычисленные путем интегрирования по всему земному шару (черная линия). Они сопоставлены с интегральными возбуждающими функциями с сайта Бюро геофизических флюидов МСВЗ [496] по модели ЕССО

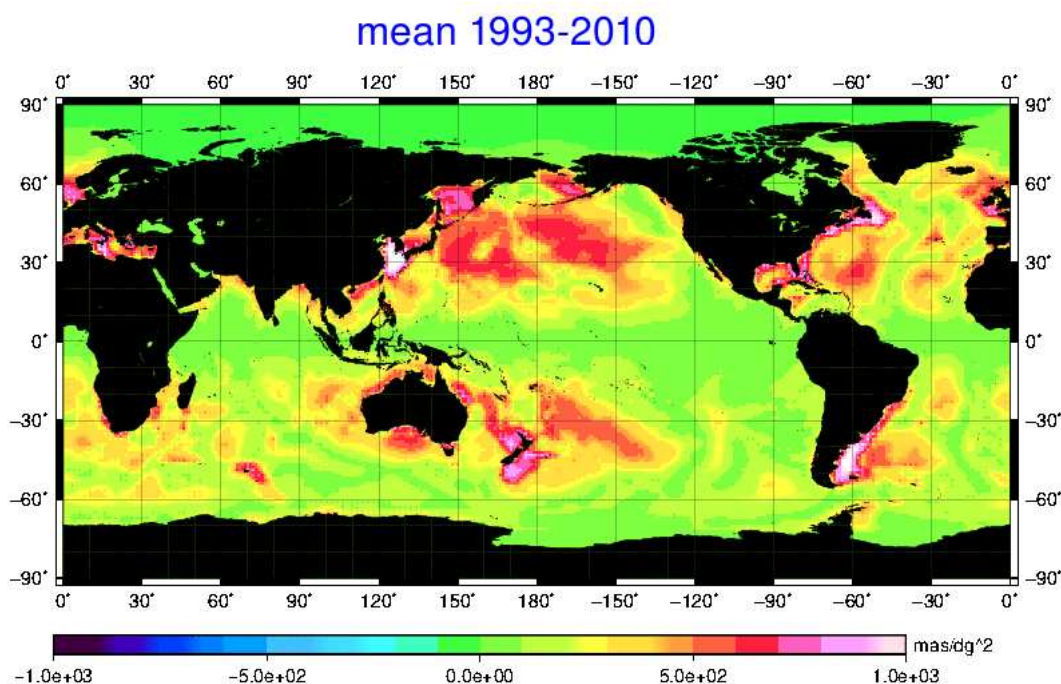


Рис. 8.7: Карта средних значений исходных данных $\langle |\chi_x^{mass} + i\chi_y^{mass}| \rangle$ ОАМ ЕССО с 1993 по 2010 год.

KF080 (зеленая линия) χ_x^{mass} (ОАМ ЕССО x) – слева и χ_y^{mass} (ОАМ ЕССО) – справа, с шагом 6 часов. Среднее во всех данных удалено. Как видно из графика, проинтегрированные данные ОАМ вполне соответствуют данным МСВЗ, с той лишь разницей, что полученная нами функция ОАМ имеет шаг 10 суток (сглажена) и не содержит высокочастотных вариаций. На 1 год, в среднем, приходится 37 отсчетов данных.

МССА применялся к данным по $\Delta|\chi_x + i\chi_y|$ на сетке. Параметр L – “длина гусеницы” или лаг был выбран равным $L=222$ (6 лет по 37 отсчетов). Математические основы МССА представлены в приложении Г. Этот метод позволяет отфильтровать исходные данные и выделить главные компоненты их изменчивости. Мы проанализировали 10 первых сингулярных чисел и сгруппировали из них 6 главных компонент в соответствии с таблицей 8.3. Для них получены анимированные карты [476].

На рис. 8.9 представлены графики проинтегрированных по всему океану (эффективных) ГК. Исходные данные (зеленая кривая слева) аппроксимируются суммой ГК 1-6 (1-10 СЧ) (синяя кривая слева). Хорошо разделились тренд, годовая, полугодовая, 1.5-летняя, 8-летняя компоненты (справа). Можно констатировать, что МССА является отличным методом фильтрации данных от шумов.

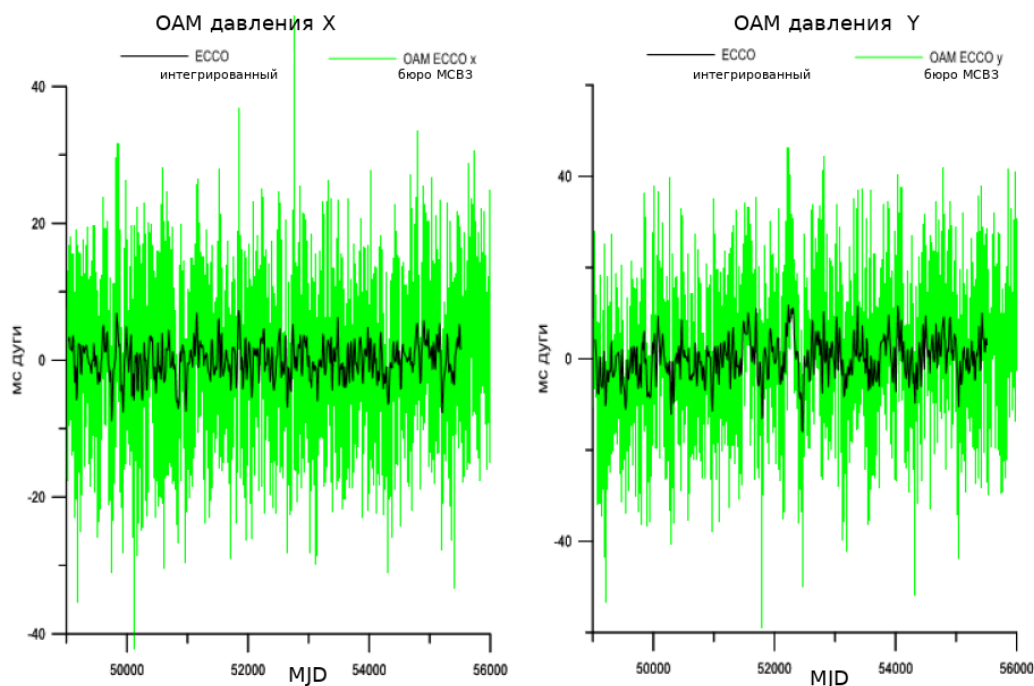


Рис. 8.8: Сравнение полученной нами интегрированием по всем широтам и долготам функции ЕОАМ ЕССО с шагом 10 суток (черная линия) и взятой с сайта IERS ЕОАМ ЕССО с 6-часовым шагом (зеленая линия). Среднее вычтено.

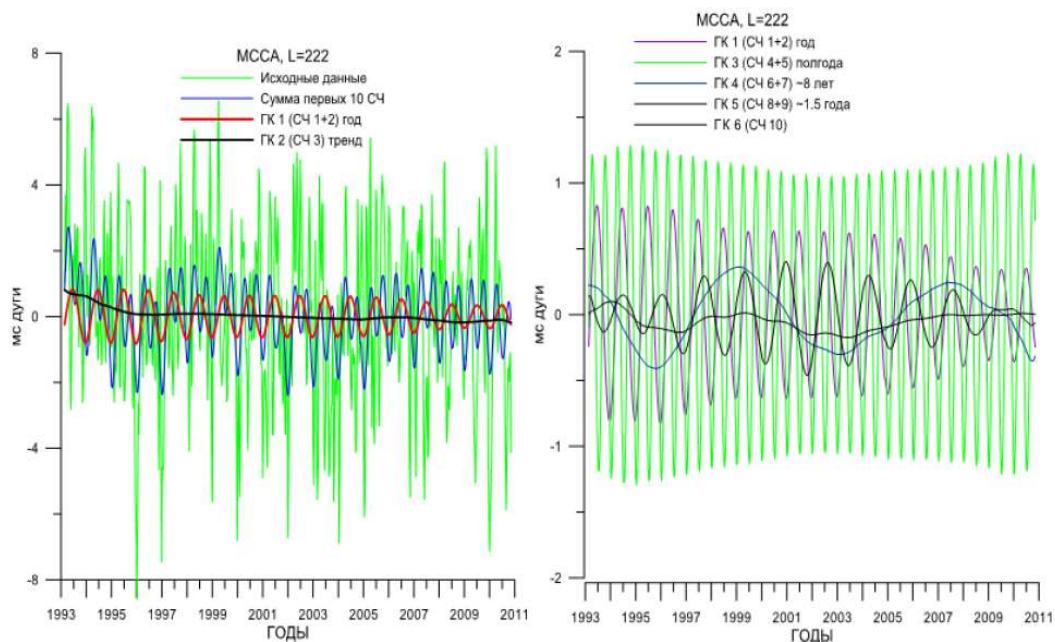


Рис. 8.9: Графики проинтегрированных по всему океану главных компонент ОАМ массы с шагом 10 суток.

Таблица 8.3: Таблица группировки сингулярных чисел ОАМ массы.

сингулярное число	главная компонента	основной период
СЧ 1	ГК 1	1 год
СЧ 2	ГК 1	1 год
СЧ 3	ГК 2	тренд
СЧ 4	ГК 3	полгода
СЧ 5	ГК 3	полгода
СЧ 6	ГК 4	~ 8 лет
СЧ 7	ГК 4	~ 8 лет
СЧ 8	ГК 5	~ 1.5 года
СЧ 9	ГК 5	~ 1.5 года
СЧ 10	ГК 6	~ 7 лет

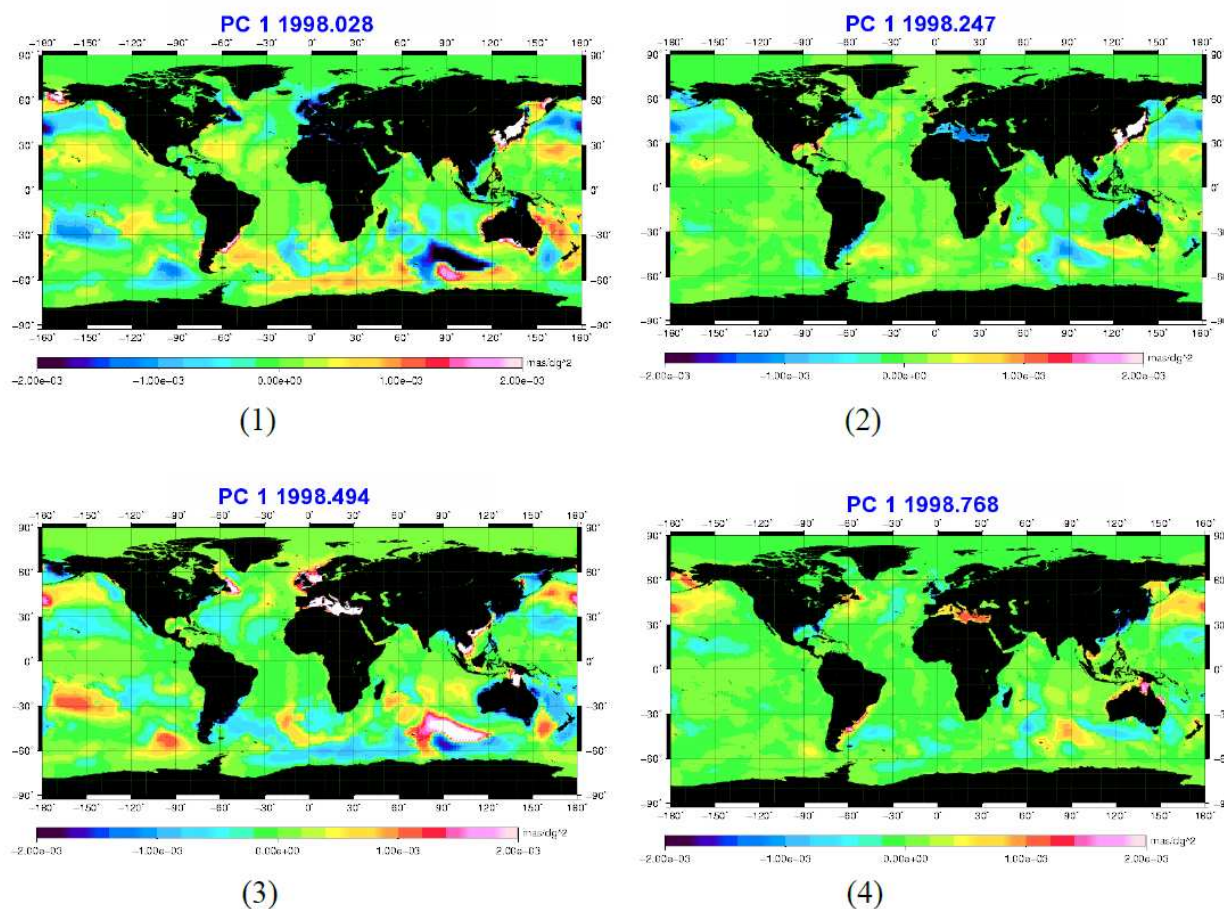


Рис. 8.10: Изменения ОАМ в 1998 г по сезонам для годовой ГК 1: (1) зима, (2) весна, (3) лето, (4) осень.

На рис. 8.10 представлены четыре карты изменений ОАМ массы в годовом цикле (ГК 1) на протяжении 1998 года. Видно, что наибольшие аномалии характерны для бореальных (северных) зимы и лета. Зимой большой вклад поступает из региона холодного Течения западных ветров, а также теплого Восточно-Австралийского течения. Летом наибольшие аномалии проявляются в районах Южно-Индийского, Перуанского и Северного Пассатного течений. Среднеквадратическое отклонение, характеризующее изменчивость годовой компоненты (ГК 1) показано на рис. 8.11. Амплитуды сезонных изменений придонного давления велики в южной части Индийского океана, в районах внутренних морей, Берингова моря, у восточных берегов Северной Америки, Австралии.

Анализируя карту среднеквадратического отклонения суммы первых 6 ГК (10 СЧ), приведенную на рис. 8.12, мы пришли к выводу, что изме-

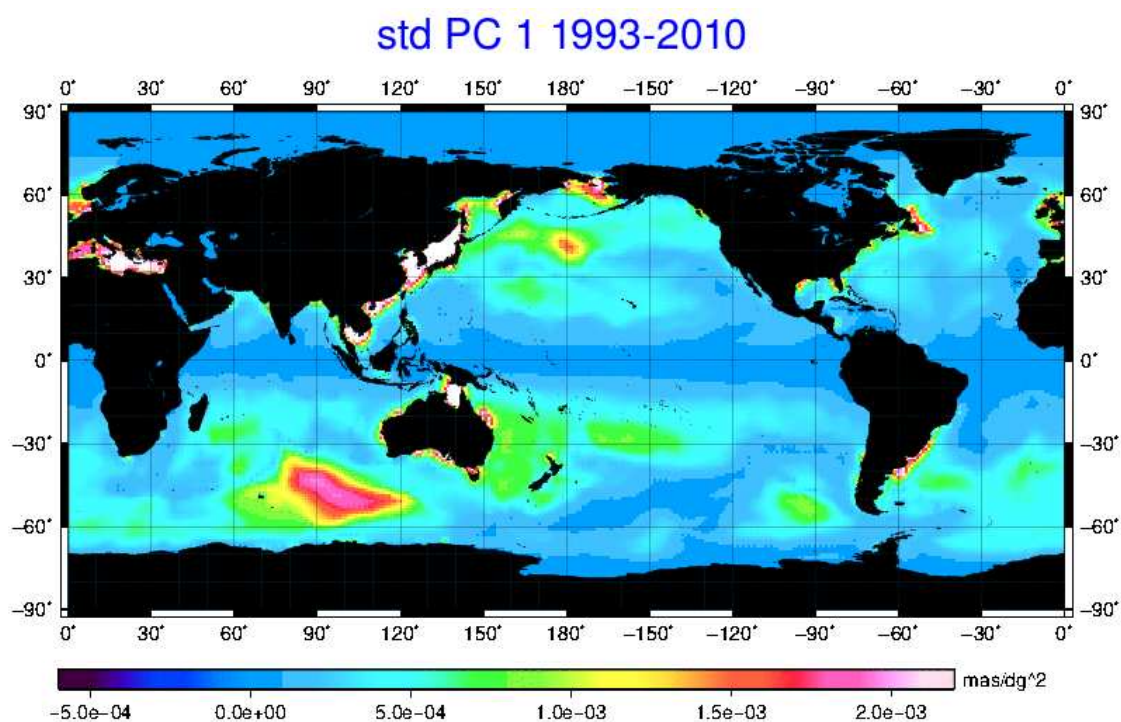


Рис. 8.11: Среднеквадратическое отклонение годовой компоненты ГК 1 изменчивости ОАМ массы (придонного давления) в период 1993 по 2010 год.

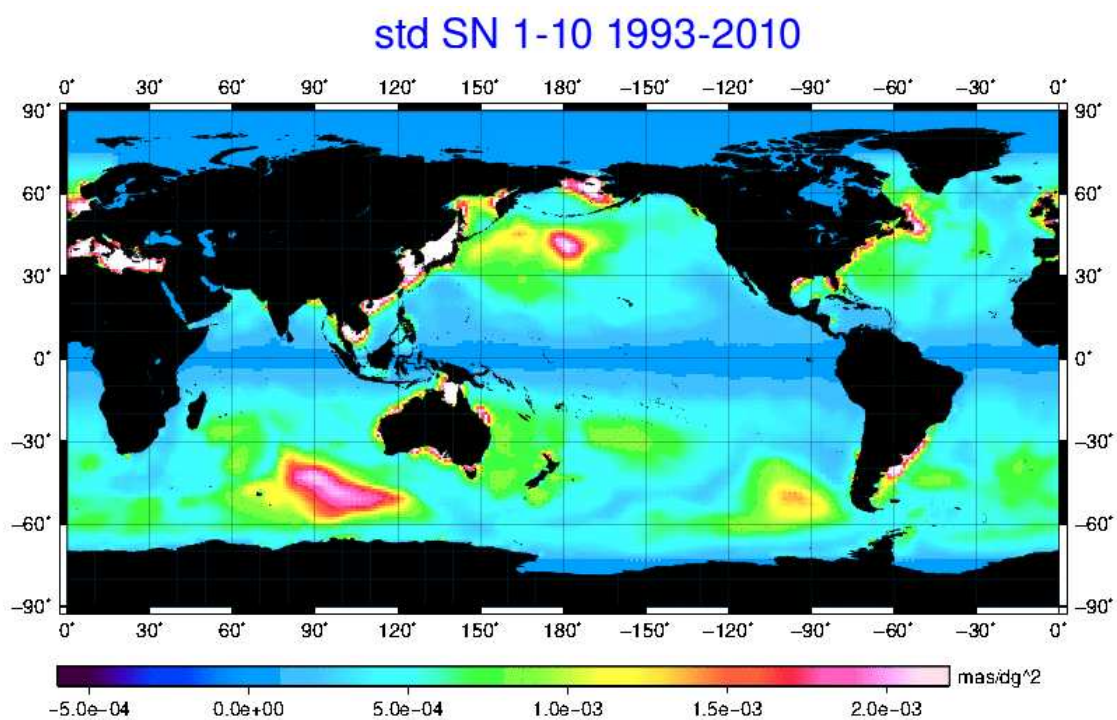


Рис. 8.12: Среднеквадратическое отклонение суммы первых 10 ГК (полная изменчивость) ОАМ массы (придонного давления) в период с 1993 по 2010 год.

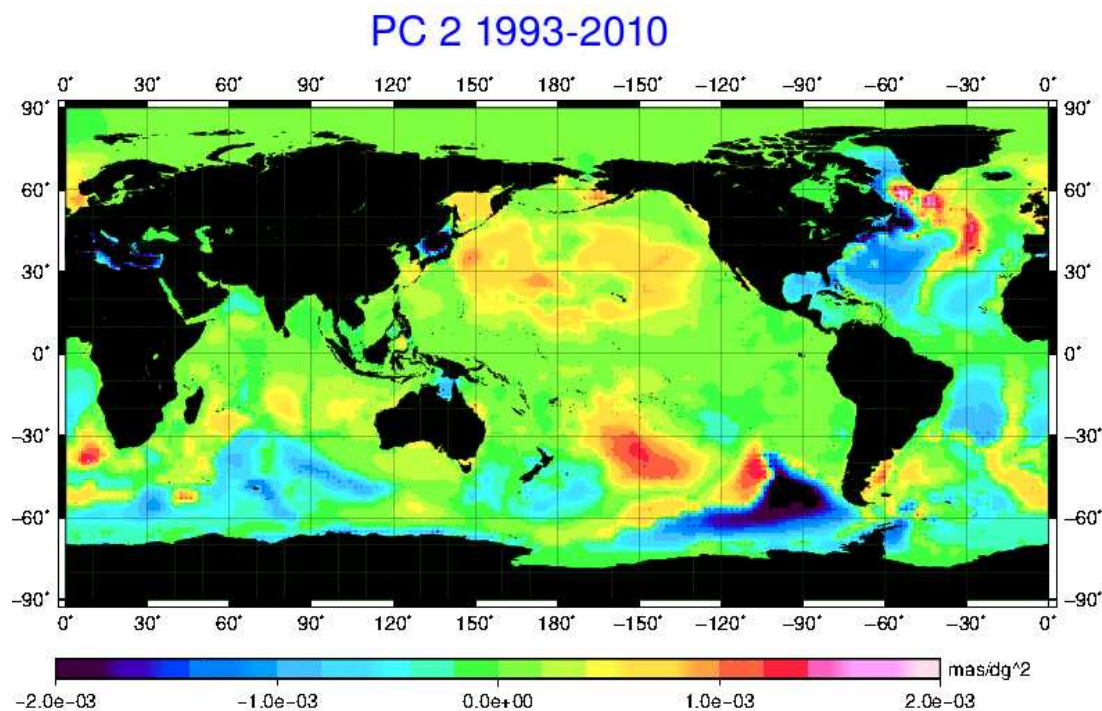


Рис. 8.13: Тренд (ГК 2) ОАМ массы (придонного давления) с 1993 по 2010 год.

нения придонного давления, вносящие наибольший вклад в ОАМ, поступают из районов Тихого океана, Австралии, и Северной Америки. В эти изменения вносят вклад не только перераспределения масс, но и циркуляция океана. Из сравнения рисунков 8.11 и 8.12 можно заключить, что, хотя они и схожи, сезонные колебания все же не определяют всю изменчивость суммы первых шести ГК ОАМ, ведь в нее входят и другие составляющие изменчивости, в частности, тренд (ГК 2).

Ход тренда (ГК 2) за весь период исследования представлен на рис. 8.13. Видно, что с 1993 года существенно возросло влияние ОАМ на движение полюса в районе побережья Гренландии, течений Гольфстрим и Куроисио, в юго-восточном секторе Тихого океана у берегов Латинской Америки и ЮАР¹. Из сопоставления с картой средних значений, изображенной на рисунке 8.7, можно сделать вывод о том, что наибольшее влияние связано с течениями Тихого океана, а также с североатлантическим течением Гольфстрим.

¹Большой интерес к изменчивости океана возник у автора благодаря работе в 23-й экспедиции НИС “Академик Страхов”, проходившей к югу от ЮАР в 2006 г. [4].

8.7 Заключительные замечания

Для понимания изменений, происходящих в океане, нужно охватить весь комплекс вопросов, связанных с течениями, циркуляцией, притоком вод с континентов, теплообменом, метеорологическими и климатическими факторами. Над созданием моделей циркуляции океана, учитывающих атмосферные воздействия и всевозможные наблюдательные данные, работают в наше время целые институты [399]. В этой небольшой главе диссертации мы лишь упомянули некоторые из проблем изучения океана. Нас интересовал океан как звено, которое, наряду с атмосферой и ядром, вызывает колебания вектора угловой скорости вращения планеты и выступает посредником между изменениями климата и вращением Земли.

Мы провели анализ многолетних естественных колебаний климатических индексов температуры T и уровня моря SL , которые могут быть связаны с наблюдавшейся в последнее десятилетие паузой в глобальном потеплении “Hiatus” [347, 367, 368, 506]. Выявлено одновременное присутствие в данных по температуре и уровню моря квази- 60-, 20- и 10-летних колебаний. Связанная с АМО 60-летняя компонента температуры на ~ 20 лет опережает по фазе изменения уровня моря. Мы склонны считать это следствием отклика температуры АМО на проинтегрированное циркуляцией океана NAO [332, 381, 404]. В рамках такой гипотезы учащение отрицательных фаз NAO- может привести к некоторому замедлению роста температуры на Земле.

В работах специалистов по циркуляции атмосферы и океана [1, 7, 24, 177, 189, 332, 363, 380, 249] уже не раз высказывались предположения о том, что чандлеровское колебание, квазидвухлетнее атмосферное колебание, ЭНЮК, NAO и АМО взаимосвязаны. Эти глобальные климатические моды затрагивают глубинные и верхние слои океана, атмосферу, и находят отражение в вариациях глобальной температуры на Земле. Однако современные климатические модели все еще с трудом воспроизводят их. Предсказание ЭНЮК затруднительно из-за его нелинейности [404], АМО воспроизводится разными моделями по-разному [343, 381]. Особенно трудно воспроизвести наблюдаемую фазу колебания. Модель циркуляции океана INMOM, разработанная в Институте вычислительной математики РАН, частично воспроизводя медленные колебания в Северной Атлантике [399], указывает на то, что они охватывают, по меньшей мере, километровую толщу океана. В угловых моментах океана (ОАМ), получаемых из моделей Международного климатического проекта сравнения CMIP5, на интервалах в десятилетия могут присут-

ствовать погрешности. Недостаточно точное представление об изменчивости течений в глубинах океана на временах в 20-60 лет может вести к неточностям в оценке влияния океана на климат и вращение Земли. Состояние дел здесь все еще далеко от ясности. Ведь глубины океана изучены еще меньше, чем поверхность Луны или Марса.

Мы выполнили исследование вклада экваториальной массовой компоненты ЕССО ОАМ в движение полюса на интервале 1993-2010 гг. МС-СА анализ позволил подстроить карты различных типов изменчивости ОАМ, локализовать регионы интенсивной годовой изменчивости, источники трендов в ОАМ. Последние связаны с климатическими процессами, притоком вод от тающих континентальных ледников, изменением стока рек и др. Перераспределения массы океана и изменения в его циркуляции отражаются на придонном давлении и массовой компоненте ОАМ.

Из анализа полученных карт можно заключить, что наибольшие изменения и аномалии в ОАМ наблюдаются у побережий Латинской Америки, Австралии, Северной Америки, Антарктиды и Гренландии, – там, где активно идут климатические изменения, тают ледники, меняется циркуляция водных масс.

Нами рассматривалась возможность фильтрации экваториальных данных ОАМ на сетке в чандлеровском диапазоне частот, однако для выделения сигнала в столь узкой полосе частот и отделения ее от годовой компоненты необходимы ряды наблюдений продолжительностью не менее 40 лет. В дальнейшем, по мере накопления данных, появится возможность изучения влияния океана на чандлеровское колебание полюса и это будет сделано более подробно, чем в [365].

В нашу работу не вошло рассмотрение океанических приливов, как фактора векового замедления вращения Земли, вызывающего увеличение длительности суток, рис. 10.8, [102, 133, 337]. Не удалось нам также подробнее изучить полюсный прилив (см. раздел 11.4) [206], возникающий из-за отклонений оси вращения планеты и сказывающийся, посредством обратной связи, на коэффициентах как классического (5.1), так и обобщенного (5.2) уравнений Лиувилля. Большую помощь здесь могут оказать данные спутниковых альтиметрических миссий. Значительный вклад в совершенствование приливных моделей вносят также гравиметрические спутники GRACE и GRACE FO, о которых пойдет речь в следующей главе.

Глава 9

Анализ данных о гравитационном поле со спутников GRACE

*Ну, какая у вас на сегодня программа?
Проблемы долгожительства?
Или влияния муравьиной кислоты
На окисление земной оси?
О. Заградник, “Соло для часов с боем”*

9.1 О миссии GRACE

В данной главе мы представим результаты анализа перераспределений масс суши и океана по данным GRACE [22, 25, 35]. Несмотря на то, что заряд аккумуляторов спутника GRACE В иссяк, и спутник пошел на снижение, что привело в ноябре 2017 г. к завершению миссии, проработавшей 15 лет, мы будем писать о ней в настоящем времени. Тем более что в мае 2018 года произведен успешный запуск следующей подобной миссии – GRACE Follow-on Mission (GRACE FO), данные которой начали поступать летом 2019 г.

Космические средства наблюдений в последние десятилетия внесли существенный вклад в научные исследования. Большой объем данных дистанционного зондирования Земли позволил научному сообществу продвинуться в исследованиях изменений климата. Суммарный эффект от перераспределения масс в оболочках Земли приводит к изменениям гравитационного поля. Гравиметрия – наука с давней историей [127, 137, 139]. Методы гравиметрических измерений совершенствовались на протяжении всего XX века. Но лишь космическая эра открыла

путь к полномасштабному исследованию глобального гравитационного поля планеты, в том числе на труднодоступных протяженных территориях, и позволила научному сообществу опереться на глобальные данные в дискуссионных вопросах по климату.

Технологическим достижением нашей эпохи стали спутники-близнецы GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment – Эксперимент по исследованию гравитационного поля и климата), разработанные Национальным аэрокосмическим агентством США (NASA) и Германским аэрокосмическим центром (DLR), выведенные на орбиту с северного российского космодрома “Плесецк” в марте 2002 г.

Спутники GRACE находятся на околополярной орбите с наклоном 89° и высотой около 500 км, следуя друг за другом на расстоянии 220 км. Ускорение каждого спутника, возникающее при пролете над аномальными массами, оказывает влияние на дальность между двумя спутниками, которая измеряется микроволновым радаром в К-диапазоне. Эта дальность является исходной величиной, содержащей информацию о гравитационном поле. При прохождении над гравитационными неоднородностями характер движения спутников меняется: полет спутников “возмущается” гравитационным полем Земли. Ситуацию можно проиллюстрировать так: первый аппарат (ведущий), попав в аномалию, ускоряется, и это меняет расстояние между спутниками. Когда же аномалию проходит второй аппарат (ведомый), то ускоряется уже он, и это вновь меняет расстояние между близнецами. Расстояние вместе со скоростью, непрерывно измеряемые в микроволновом диапазоне с микрометровой точностью, и служат теми исходными величинами, из которых извлекается информация о гравитационном поле. Однако необходимы поправки за другие источники ускорения, которые учитываются по моделям и наблюдениям бортовых приборов в процессе редукции данных. Собственное движение и ориентация спутников регистрируются с помощью высокоточных навигационных инструментов — систем глобального позиционирования GPS, акселерометров и звездных датчиков. За сутки зонды проходят по своей орбите примерно 15 раз (орбитальный период равен 91 мин). Поскольку за это время невозможно густо покрыть измерениями всю поверхность Земли, выполняется накопление данных за 30-дневный период. Таким образом, для надежного картирования поля всей Земли требуется один месяц.

Данные со спутников поступают на обработку в Германский геофизический центр (GFZ, г. Потсдам), в Центр космических исследований (CSR, г. Остин) и в Лабораторию реактивного движения (JPL, г. Пасадена). С учетом показаний бортовых GPS, акселерометров, звездных

камер и другой аппаратуры, получают продукт (данные) первого уровня (L1) [276]. Затем, используя сложный алгоритм решения обратной задачи с регуляризацией [27, 112, 178], учитывая поправки за изменения атмосферного давления над сушей и океаном, величину прилива: твердотельного, океанического (EOT 11a, FES2014) и полюсного (модель Desai, 2004), – получают данные второго уровня (L2) [483]. Они представляют собой разложение ежемесячного гравитационного поля по сферическим функциям в виде коэффициентов, названных по имени английского математика Дж. Г. Стокса (1819–1903) [131, 152].

Определение модели усредненного по времени гравитационного поля (геоида) является основной целью космических гравиметрических миссий [345]. Современные модели (GGM05, EIGEN6C4, GOCO06s) [492] основаны на данных измерений спутников CHAMP (CHallenging Minisatellite Payload), GRACE и GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer). Дополнительное преимущество GRACE состоит в том, что они дают ежемесячные аномалии.

При вычитании среднего поля из ежемесячных коэффициентов Стокса, получаемых GRACE, можно наблюдать изменения гравитационного поля от месяца к месяцу с точностью до одного мкГала (1 Гал = 0.01 м/с^2) и пространственным разрешением около 300 км. Файлы данных уровня L2 релиза RL05 находятся на серверах GFZ, CSR и JPL в открытом доступе [505]. Их можно использовать в геофизических, геологических, океанографических и гидрологических исследованиях, при изучении вращения Земли, в геодинاميке, сейсмологии и климатологии [183, 188, 224]. Однако для полноценного использования данных уровня L2 необходима фильтрация меридиональных коррелированных шумов, имеющих вид полос, или страйпов (stripes). Их источниками являются орбитальные резонансы, возникающие на полярных орбитах такой конфигурации [150, 153], ведущие к недостаточно хорошему отражению гравитационного сигнала. Научные группы работают над созданием оптимальных алгоритмов фильтрации этих шумов в данных GRACE. В Потсдаме уже создан более точный релиз данных L2 RL06. Не отстают и исследователи в Тулузе и Шанхае.

Для самой большой страны в мире, России, недостаточно покрытой метеорологическими и гидрологическими сетями наблюдений, данные космической гравиметрии особенно полезны. Мы используем уникальный подход к обработке данных GRACE — многоканальный сингулярный спектральный анализ (MCCA), который позволяет устранять меридиональные шумы – страйпы, обусловленные нахождением обоих спутников на полярной орбите и орбитальными резонансами, а также

разделять главные компоненты (ГК) сигнала. По сравнению с другими методами удаления страйпов [340, 398, 405, 413], МССА, несмотря на математическую сложность, более гибок, поэтому предпочтение в данном исследовании отдано ему.

9.2 Обработка данных GRACE

9.2.1 Подготовка исходных данных

Мы использовали данные GRACE JPL второго уровня L2 релиза RL05.1 в виде ежемесячных коэффициентов Стокса с 01.2003 по 06.2017, набор коэффициентов полон до 60-й степени и порядка. Релиз 5 (RL05-01) данных L2 более точен, чем предыдущие версии (RL04), в основном, благодаря уточненной модели. Девятнадцать месяцев пропущенных данных (06.03, 01.11, 06.11, 05.12, 10.12, 03.13, 08.13, 09.13, 02.14, 07.14, 12.14, 05.15, 06.15, 10.15, 11.15, 04.16, 9.16, 10.16, 02.17) были линейно проинтерполированы (всего $N = 174$ файла использовано). Отсутствие некоторых из месячных решений связано с поддержанием режима заряда батарей при заходе спутников в тень, в особенности в последние месяцы работы.

Разложение гравитационного поля по сферическим функциям дается выражением

$$V(\varphi, \lambda, r) = \frac{GM}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) P_n^m(\sin \varphi), \quad (9.1)$$

здесь $\bar{C}_{nm}$, $\bar{S}_{nm}$ – нормализованные коэффициенты Стокса, n – степень, m – порядок сферической гармоник, P_n^m – полностью нормализованные ассоциированные полиномы Лежандра, a – средний экваториальный радиус Земли, аргументы φ , λ соответствуют широте и долготе, r – радиусу точки на сфере [129].

Коэффициенты нулевой и первой степени обнуляются благодаря выбору системы координат. GRACE нечувствителен к коэффициентам первой степени (геоцентру). Оценки коэффициентов $\bar{C}_{20}$ (сжатия) по GRACE определяются с погрешностью, поэтому их заменяют решением, полученным по лазерной локации спутников ЛЛС (см главу 10). Поскольку нас интересуют ежемесячные изменения, среднее поле за 14 лет вычтено. Изменения даны относительно значений коэффициентов Стокса, усредненных за весь период наблюдений. Эффект послеледникового поднятия GIA (Glacial Isostatic Adjustment), связанный с восстановлением изостатического равновесия в районах, где 20000 лет назад находи-

лись ледниковые щиты (Канада, Скандинавия) вычтен по модели Паулосна, 2007 [400]. С 2013 г. рекомендована также модель Пелтье ICE-5G [401]. Результаты преобразованы в эквивалентный уровень воды (ЭУВ), выраженный в сантиметрах по формуле Дж. Вара [443]

$$\Delta h(\varphi, \lambda, t) = \frac{2\pi a p_{ave}}{3p_w} \sum_{n=2}^{60} \sum_{m=0}^n \frac{2n+1}{1+k_n} W_n(\Delta \bar{C}_{nm}(t) \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm}(t) \sin m\lambda) P_n^m(\sin \varphi), \quad (9.2)$$

здесь $\Delta \bar{C}_{nm}(t)$, $\Delta \bar{S}_{nm}(t)$ – изменения нормированных коэффициентов Стокса относительно среднего поля (модели), p_{ave} и p_w – средние плотности Земли и воды, k_n нагрузочный коэффициент Лява для степени n , W_n – коэффициент спектрального фильтра, они устанавливались равными единице, т.о. никакой фильтрации, кроме МССА, не выполнялось.

9.2.2 МССА-фильтрация данных GRACE

Данные GRACE содержат меридиональные шумы – страйпы. В первом приближении они вызваны тем, что спутники следуют друг за другом по одной полярной орбите и система KBR измеряет лишь взаимное расстояние вдоль неё и изменения этой величины (range rate), что делает обратную задачу восстановления гравитационного поля довольно плохо обусловленной. Орбитальные и инструментальные погрешности коррелированы в резонансных степенях сферических гармоник и соответствующих им коэффициентах Стокса, что является причиной высокочастотных пространственных шумов – страйпов. Они хорошо видны на рис. 9.1, где показана разность между 2017 и 2003 гг., полученная по нефильтрованным данным. Красным отмечены положительные аномалии (избыток массы), синим – отрицательные, на них накладываются шумы – страйпы, искажающие и скрывающие полезный сигнал. Отфильтрованная МССА карта будет представлена на рис. 9.10.

Разными авторами были предложены всевозможные методы фильтрации для удаления страйпов и минимизации шумов в ежемесячных решениях GRACE. Среди них – гауссовская фильтрация с симметричным и асимметричным ядром [336], фильтры Винера [346] и регуляризирующие фильтры [355], коэффициенты которых зависят от степени и порядка, дестрайпинговые/сглаживающие фильтры [307, 333, 434] предназначенные устранить аномально большие резонансные коэффициенты Стокса.

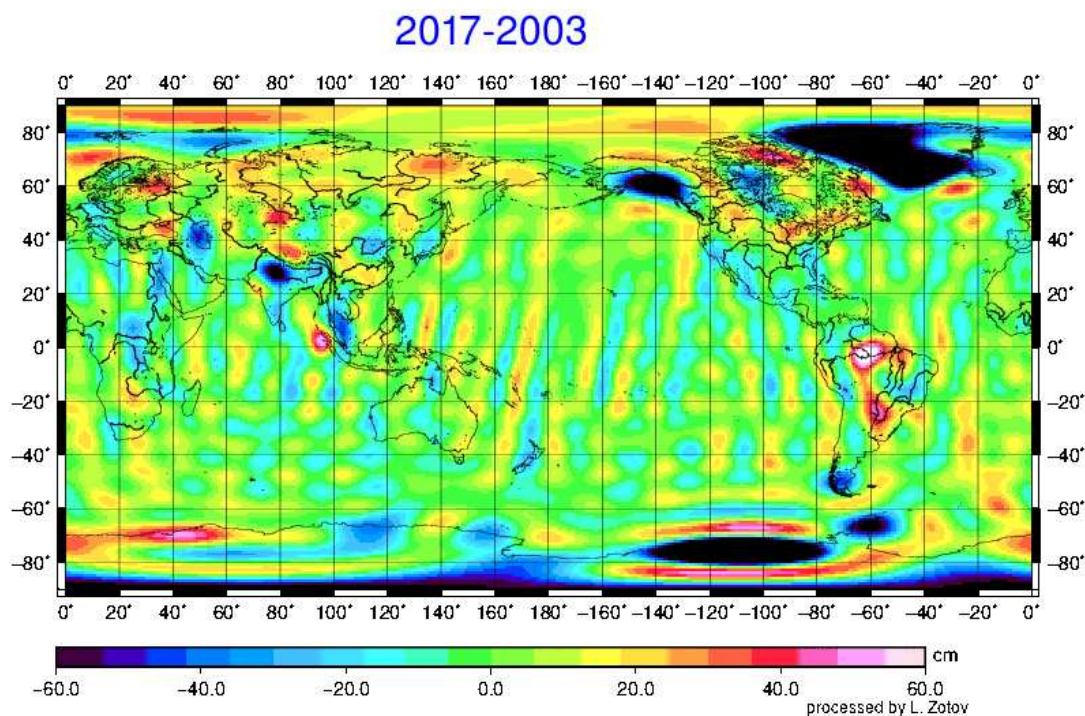


Рис. 9.1: Нефильтрованные данные GRACE ЭУВ, разность между 06.2017 и 01.2003. Вертикальные полосы-страйпы искажают сигнал.

Методы фильтрации, базирующиеся на методе главных компонент (МГК), эмпирических ортогональных функций (ЭОФ), сингулярном спектральном анализе (ССА), и анализе независимых компоненты (АНК) также предлагались в работах Е. Рангеловой, Е. Шрамы, Б. Вутерса [411, 428, 453]. МГК под названием ЭОФ-анализа также применялся к данным GRACE. В работе [411] был протестирован ССА. Вращение компонент МГК предложено для повышения их значимости в [412]. Неизотропный фильтр применен в [336]. Выполялось также ныне весьма популярное разложение на эмпирические моды Empirical Mode Decomposition (EMD) [398], базирующееся на преобразовании Гильберта-Хуанга – нелинейной модификации ЭОФ-анализа для нестационарных временных рядов, где главные компоненты получают вычислением огибающих и их ортогонализацией. На конференции EGU 2018 молодая исследовательница из Высшей нормальной школы в Париже, П. Превост, с соавторами, представила доклад о применении МССА к данным GRACE [407].

Обзор методов, основанных на ЭОФ, в применении к данным GRACE можно найти в [265]. Все эти методы довольно близки к МССА, но последний – мощнее. Впервые мы применили МССА для фильтрации дан-

ных GRACE в 2009 г. в работе [20]. В [413] МССА был независимо применен к региональным данным GRACE, но длина лага L на то время была еще слишком мала, чтобы хорошо разделить компоненты сигнала.

Методика многоканального сингулярного спектрального анализа кратко описана в приложении Г. МССА содержит ту же последовательность шагов, что и ССА. В первую очередь выбирается параметр задержки L . Рекомендации по его выбору даны в [94, 165]. В первых работах с данными GRACE мы использовали $L = 24$ [20, 47]. Но, с увеличением продолжительности наблюдений, остановились на $L = 48$ месяцев (4 года), что позволило лучше разделять компоненты.

Как уже было продемонстрировано в главе 6, приложении Г и в работах [20, 47], МССА более гибок, чем простой ЭОФ, и позволяет выделить тренды, модулированные по амплитуде колебания разных периодов, и отфильтровать многомерные временные ряды от белых, а в нашем случае, и меридионально-коррелированных шумов. Различные каналы “помогают” друг другу выделиться, сигналы формируют регионы коррелированного пространственно-временного поведения. Траекторная матрица $\mathbf{X}$ с лагом позволяет выделить их в L -мерном пространстве вложения. Полученные ГК содержат сигналы, которые одновременно присутствуют во всех каналах, возможно, отличаясь фазами.

9.3 Гидрология России по данным GRACE

Рассмотрим результаты применения МССА в спектральной области к коэффициентам Стокса (9.1). Распределение сингулярных чисел (СЧ) показано на рис. 9.2. Они были сгруппированы в ГК и переведены в пространственные карты ЭУВ. Первое СЧ дало ГК 1, представляющую годовой цикл, следующие два СЧ были объединены в ГК 2, представляющую тренд (медленные изменения). Сумма МССА-компонент с 1 по 10 (СЧ 1-10) содержит значительную часть изменчивости (энергии) сигнала. Сингулярные числа с номерами больше 10 (СЧ > 10) содержат высокочастотную изменчивость, связанную с шумами, страйпами и часть сигнала от транзитных событий, таких как ко- и постсейсмические деформации при землетрясениях. Детальный анализ карт проведен в [20].

Мы воспользовались базой данных бассейнов рек Simulated Topological Networks (STN-30p) [513] для наложения маски по бассейнами 15 крупнейших рек России (рис. 9.3 слева). В таблице 9.1 собрана информация по ним. Карты суммы СЧ 1-10 для июня 2013 г. в выбранном регионе показана на рис. 9.3, справа. Эта карта включает вклад от годовой ГК 1, долгопериодической ГК 2, и других компонент, за ис-

ключением страйпов, которые, в основном, исключены (они отошли к $СЧ > 10$). Анимированные карты всех полученных компонент доступны в интернете по ссылке [476].

Сигнал был усреднён над территорией, ограниченной бассейнами 15 крупных рек России. Результаты показаны на рис. 9.4. На графике слева черная кривая иллюстрирует среднюю сумму $СЧ$ 1-10. Фиолетовая пунктирная кривая показывает исходные данные (сумма всех ГК) до применения МССА. Видно, что сумма $СЧ$ 1-10 включает практически всю изменчивость исходных данных. Тренд (ГК 2) показан синим. В целом, он возрастающий, что определяется бассейнами сибирских рек (рис. 9.4 слева). Мы сделали попытки прогноза кривой суммы $СЧ$ 1-10 с использованием нейронной сети [16], см. раздел 11.2.4. Однако достоверность прогноза не высока. Выполнявшиеся ранее прогнозы не оправдались и, судя по всему, они лишь позволяют охарактеризовать границы, в пределах которых следует ожидать массонакопления. Очевидно, гидрологические факторы не поддаются прогнозу элементарной нейронной сетью.

На рис. 9.4 справа показана усредненная по России компонента только для годового колебания ГК 1. Наблюдается некоторый рост его амплитуды до 2010 г. и спад – после. Последние данные GRACE, когда спутники уже работали в ограниченном режиме, уступают по качеству предшествующим, поэтому относится к ним следует с осторожностью.

Карты годового колебания ГК 1 показаны на рис. 9.5 для шести месяцев с января по июнь 2013 г. Значения даны относительно среднего для тех же месяцев за предыдущие 10 лет. Представлена вся Евразия; однако нам более всего интересна территория России, Украины, Белоруссии и других стран СНГ. Видно, что на Европейской части, в Западной Сибири, на Чукотке и Дальнем Востоке запасы воды в снежном покрове весной 2013 года существенно превосходят средние значения. Положительные аномалии росли с февраля, достигли максимума в апреле и пошли на убыль в июне.

Для климатических условий в пределах России, Украины, Белоруссии характерны отрицательные температуры воздуха в зимний период, большая часть рек зимой покрыта льдом [5, 14, 41]. Приток подземных вод в этот сезон года можно считать постоянным. Исходя из этого, можно предположить, что увеличение масс, наблюдаемое с GRACE в зимние месяцы, в значительной степени связано со снегонакоплением. По данным Российского гидрометцентра количество запасенной в снеге воды зимой 2012-2013 гг. было максимальным с 1967 года [510]. Таяние этого снега в апреле-июне вызвало на многих реках Европейской территории Рос-

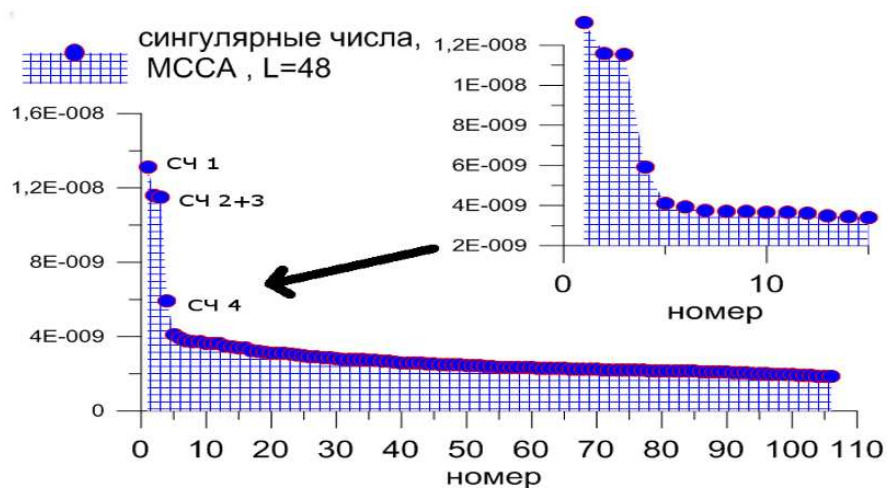


Рис. 9.2: Распределение сингулярных чисел, определяющих энергию компонент МССА.

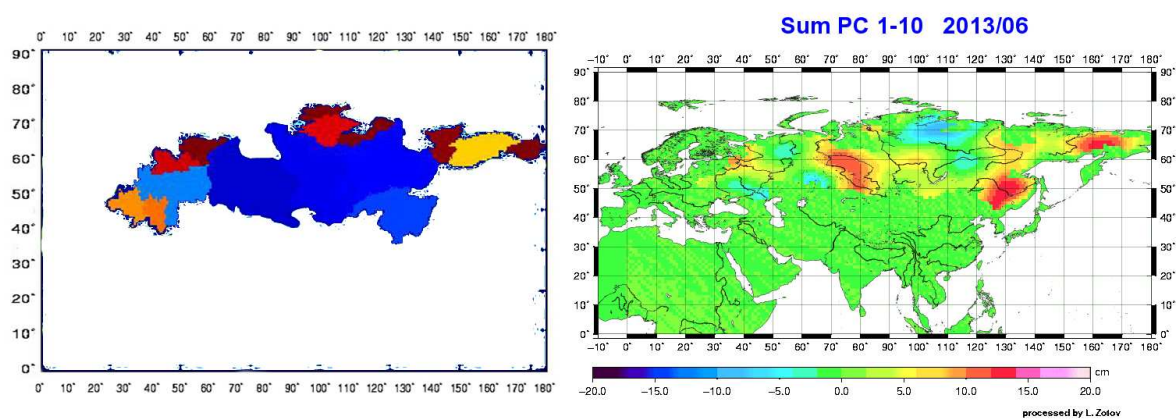


Рис. 9.3: Бассейны 15 крупнейших рек России и сумма СЧ 1-10 по ним для 06.2013

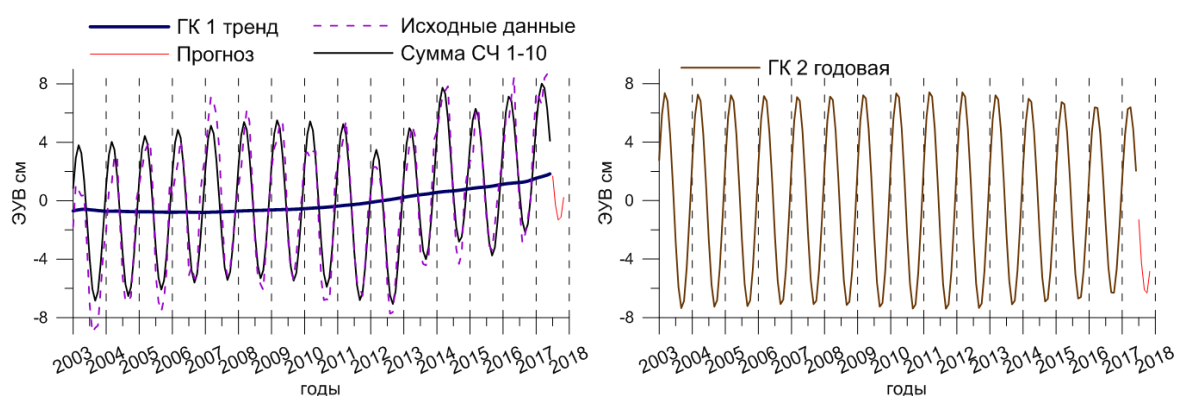


Рис. 9.4: Усредненные по бассейнам 15 крупнейших рек России изменения масс, сумма СЧ 1-10, тренд ГК 2 (вверху) и годовая компонента ГК 1 (внизу). Прогноз суммы СЧ 1-10 нейронной сетью показан справа.

Таблица 9.1: Сводные данные по 15 бассейнам крупнейших рек России, использованных в данном исследовании (STN-30p) [513].

Название	Длина бас- сейна, км	Площадь бассейна, км ²	Название	Длина бас- сейна, км	Площадь бассейна, км ²
Реки арктического бассейна			Реки арктического бассейна		
(Азия)			(Европейская часть)		
Обь	4257.41	3025923.25	Северная Двина	1414.96	360944.03
Енисей	4898.93	2578730.25	Печора	1491.99	314291.81
Лена	4365.71	2441815.75	Реки тихоокеанского бассейна		
Колыма	1971.77	665648.06	(Дальний Восток)		
Хатанга	1370.25	370352.91	Амур	3644.61	1754681.0
Индигирка	1451.13	334126.38	Реки Европейской части		
Анадырь	1011.96	225847.92	Днепр	1543.60	508839.19
Яна	997.73	224992.69	Волга	2785.36	1476411.38
Оленек	1644.33	223189.27	Дон	1400.51	423038.44

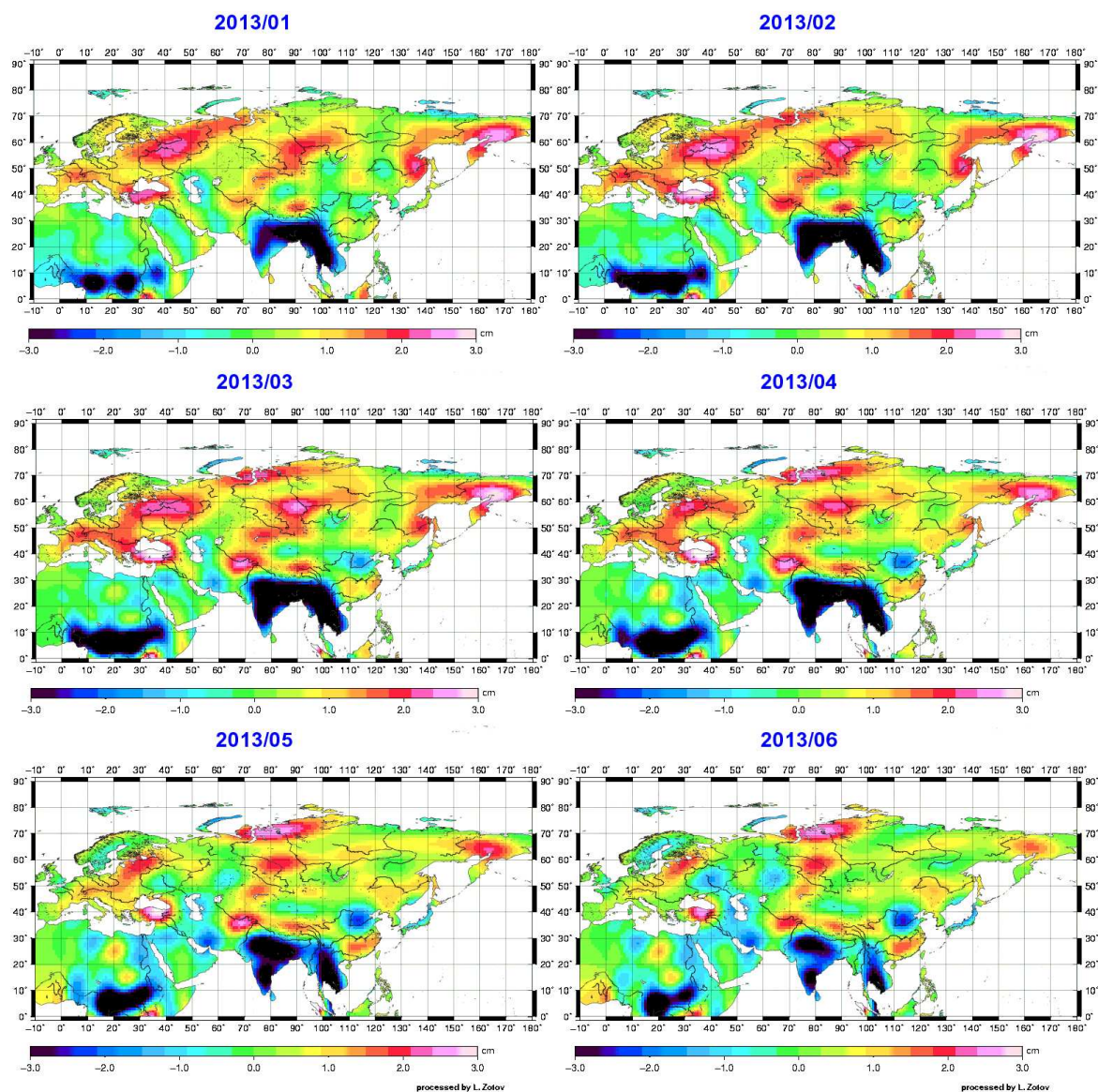


Рис. 9.5: Ежемесячные (январь-июнь 2013) аномалии массонакопления для годовой компоненты (ГК 1) по сравнению со средними за предыдущие 10 лет (2003-2012) для соответствующих месяцев.

сии повышенную волну половодья (обеспеченностью около 2% – событие происходящее раз в 50 лет), уровни рек возросли весной на несколько метров, что было зафиксировано измерителями уровня рек Центра регистра и кадастра [480]. К осени 2014 года сложилась обратная ситуация. В бассейнах многих крупных рек Европейской части, севера и Сибири количество влаги убывало. Небольшое количество осадков в осенний период привело к пониженным запасам влаги в почве и в руслах рек к началу зимы 2014-2015 гг.

Мы усреднили аномалии масс по данным GRACE для конкретных бассейнов рек Сибири, Европейской части России, Севера и Дальнего Востока, рис. 9.6. Полученные МССА-кривые хорошо согласуются с данными для конкретных бассейнов CNES RL03-v1, доступными на сайте [490]. Реки Европейской территории и Сибири различаются по амплитуде сезонных колебаний и направленности трендов общих влагозапасов. Если для европейских рек (рис. 9.6, сверху) скорее характерны убывающие тренды, то для сибирских рек (рис. 9.6, центр) – возрастающие. Поскольку бассейны сибирских рек велики (таблица 9.1), они определяют общие тренды массонакопления на всей территории России (ГК 2 на рис. 9.3). Сток этих рек во многом определяет и климат Арктического региона [196]. Если средние изменения массы умножить на площадь бассейнов (из таблицы 9.1), получим полную аномалию запаса влаги.

График для бассейна реки Амур (рис. 9.6, внизу) отличается тем, что на фоне небольшой годовой амплитуды в 2012-2013 гг. наблюдается быстрый прирост масс. Повышенный влагозапас в бассейне Амура после весеннего половодья во многом способствовал развитию катастрофических наводнений после выпадения осадков летом и осенью 2013 г. Исследования показывают [416], что использование данных GRACE способствует увеличению точности прогнозов наводнений и паводков. Этот вывод можно распространить и на засухи, также прекрасно детектируемые в данных GRACE. Так, для бассейна Волги можно выделить минимум общих влагозапасов летом 2010 г. (во время волны жары и лесных пожаров [255]) и 2014 г., связанных с маловодьем, охватившим весь бассейн (рис. 9.6, сверху). Подобный минимум наблюдался также осенью 2014 и 2015 года в бассейне Днепра.

К началу зимы 2014-2015 гг. запас влаги в почве, судя по данным GRACE, оказался меньше среднего. Поэтому для рек Европейской части России, Западной Сибири, высокого половодья не ожидалось. Как и обещал Росгидромет, оно оказалось близким к норме. Впрочем, из рис. 9.6 видно, что на Енисее и Оби массонакопление (влагозапас) осенью 2014 оказался немного выше, чем в 2013 г. В последние два года рабо-

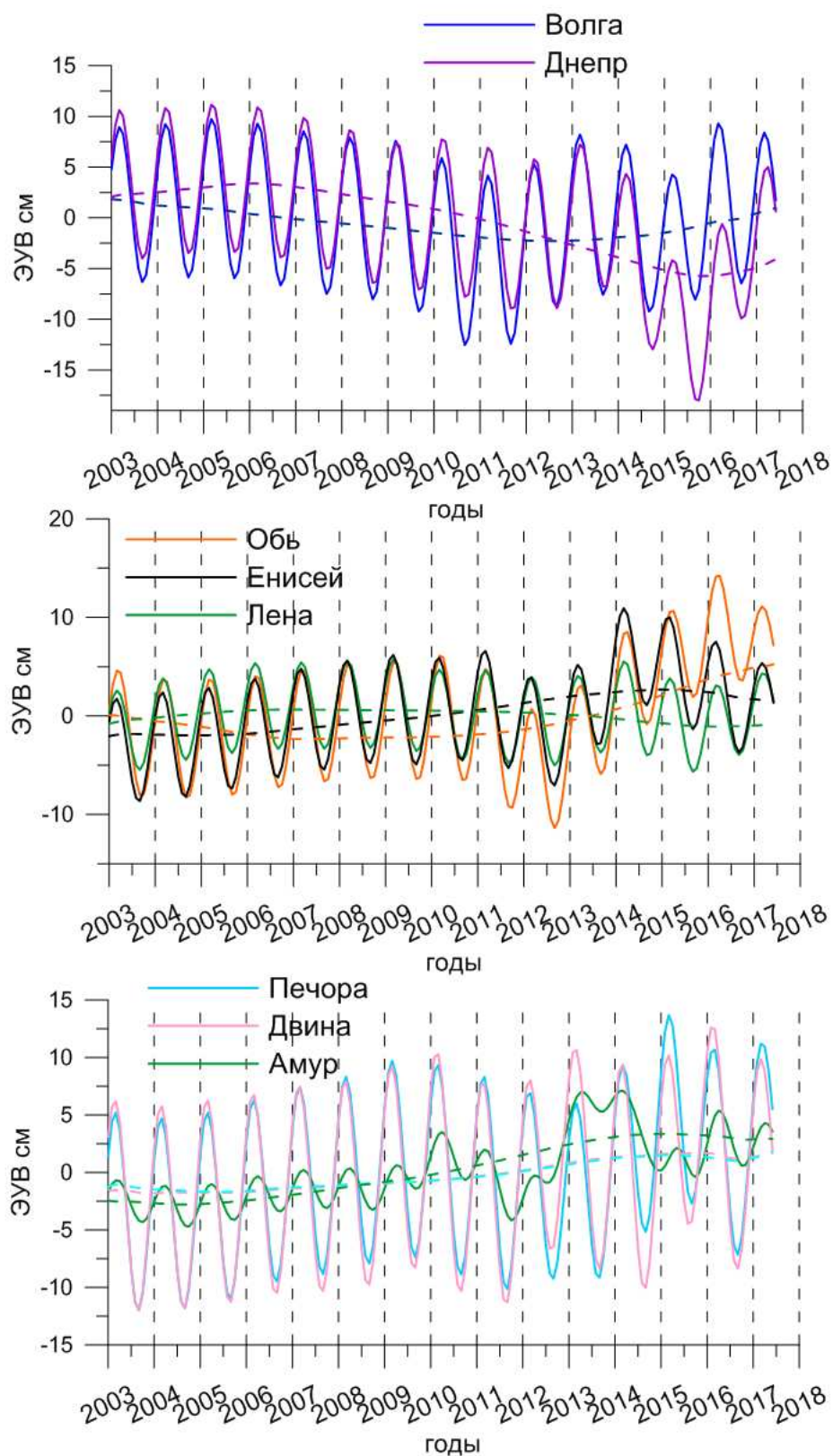


Рис. 9.6: Средние изменения масс для бассейнов отдельных рек России. Суммы СЧ 1-10 показаны сплошной линией, тренды (ГК 2) – пунктирной.

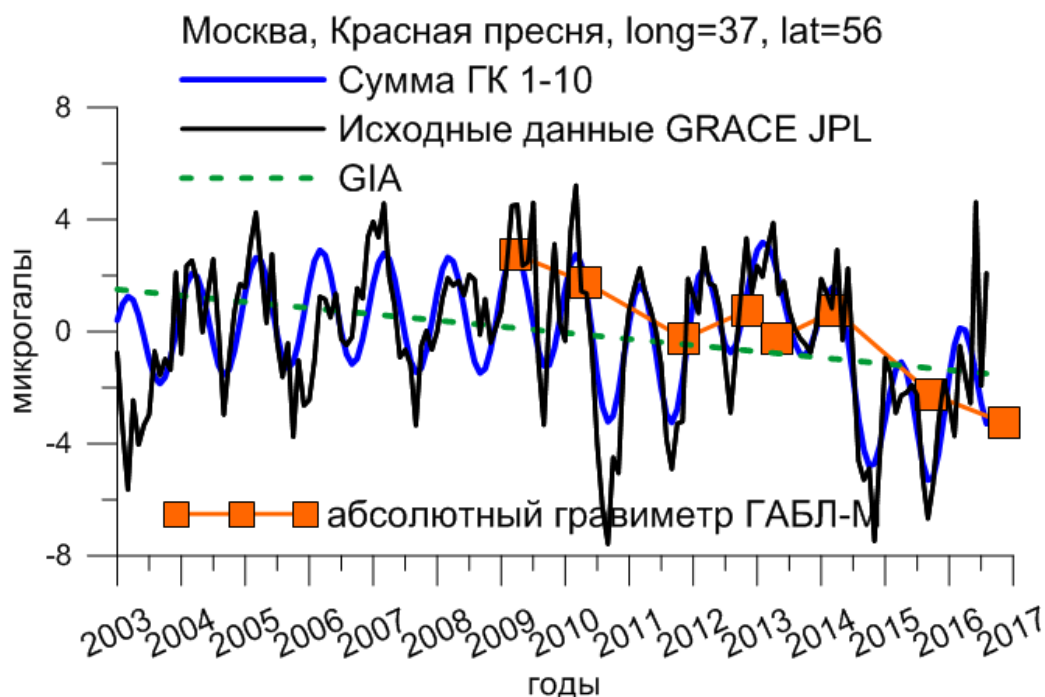


Рис. 9.7: Сравнение показаний абсолютного гравиметра ГАБЛ-М в обсерватории на Красной Пресне с данными GRACE для широты и долготы Москвы. Пунктиром дан тренд GIA [400].

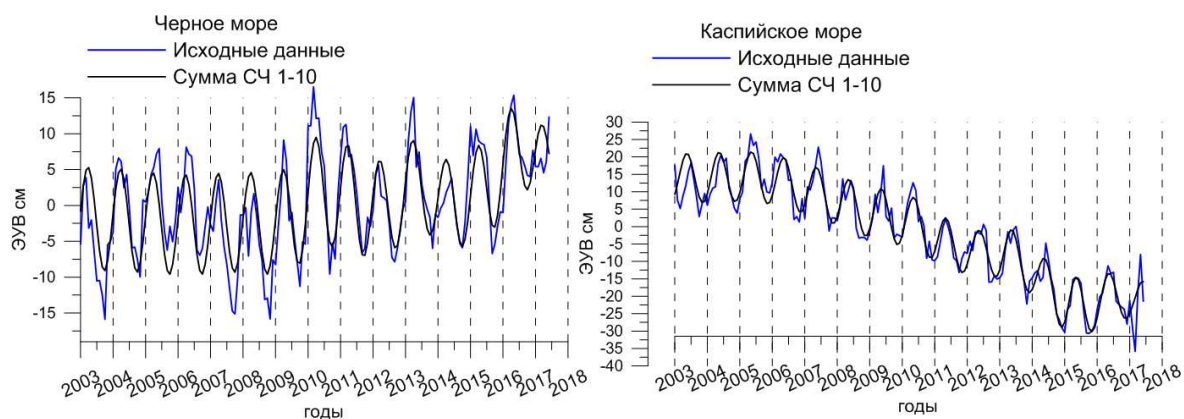


Рис. 9.8: Изменения гравитационного поля (эквивалентного уровня моря) в районе Черного (слева) и Каспийского (справа) морей по данным GRACE.

ты качество данных GRACE несколько ухудшилось, некоторые месяцы данных даже не были включены в релиз RL06.

Любопытно сравнить спутниковых данные с результатами гравиметрической съёмки наземными абсолютными гравиметрами. Такое сравнение для Главного гравиметрического пункта бывшего СССР в обсерватории на Красной Пресне представлено на рис. 9.7. Данные GRACE для Москвы сопоставлены с измерениями, выполненными В.Д. Юшкиным с гравиметром ГАБЛ-М. И, хотя такого рода сравнение не совсем правомерно, ведь GRACE дает только усредненные по 300-км территории значения, графики, за вычетом среднего, на удивление хорошо совпадают [21].

Увеличение массы в некоторых районах Сибири, таких как истоки Лены и Енисея, связано с деградацией вечной мерзлоты [315, 359]. В результате глобального потепления тает почвенный лед, его замещает водой, что увеличивает плотность и, следовательно, массу, находящую отражение в гравитационном поле. Отрицательная аномалия в данных GRACE над Каспийским морем, усредненная на рис. 9.8 слева, связанная с уменьшением его уровня [180, 284]. Положительная аномалия над Черным морем, показанная там же справа, ждёт своего объяснения.

Карты климатологически-индуцированных трендов, выделенных в ГК 2, представлены на рис. 9.9 по Евразии и на рис. 9.10 для всего Земного шара. Карта разности между 2017 и 2003 гг. отражает изменения гравитационного поля за 14 лет. Она существенно менее зашумлена, чем карта на рис. 9.1, поскольку шумы отошли к $СЧ > 10$. Таяние ледников в Гималаях, эффект от Суматранского землетрясения, изменения в Китае, Индии, Африке, хорошо заметны на представленных картах, но выходят за рамки нашего исследования.

9.4 О роли GRACE при определении нестерической компоненты изменений уровня моря

Как уже говорилось в главе 8, интерес к вопросу повышения уровня моря в нашу эпоху обусловлен происходящим на наших глазах изменением климата. Изменение температуры на Земле, отчасти вызванное антропогенным воздействием, во многом регулируется океаном, теплоемкость которого на три порядка превышает теплоемкость атмосферы. Океан поглощает и отдает CO_2 , регулируя его концентрацию в атмосфере [191]. Тепловое расширение верхнего километрового слоя океана, приток пресной воды из-за таяния ледников суши, изменчивость атмосферных ветров и давления, приводят к росту уровня моря, в последние

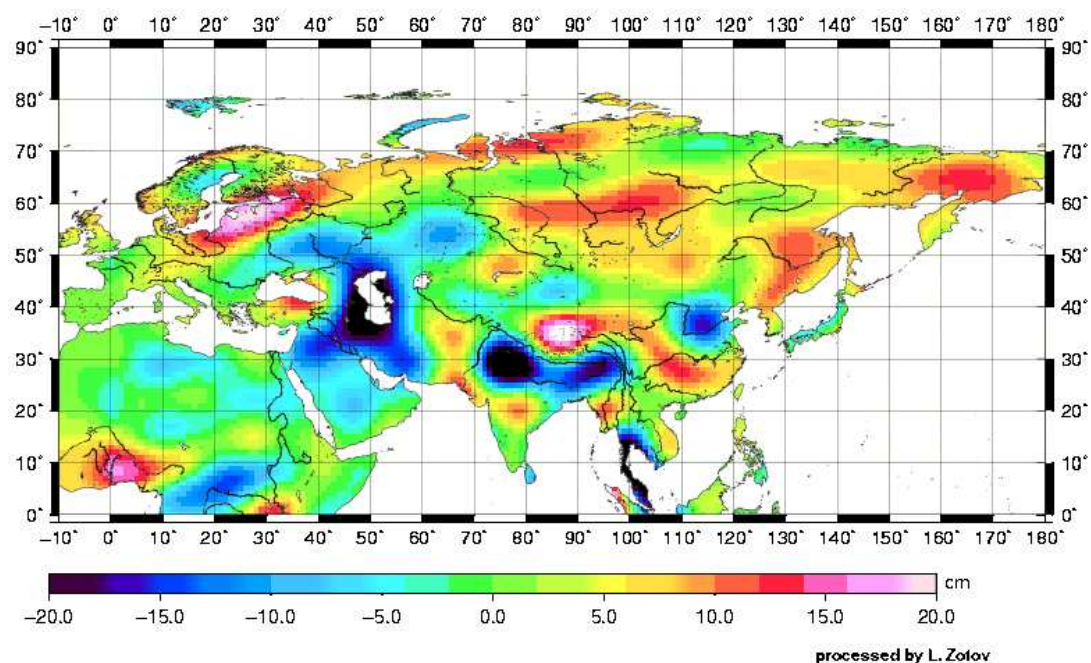


Рис. 9.9: Разность между 2017 и 2003 годами для компоненты тренда (ГК 2) по Евразии.

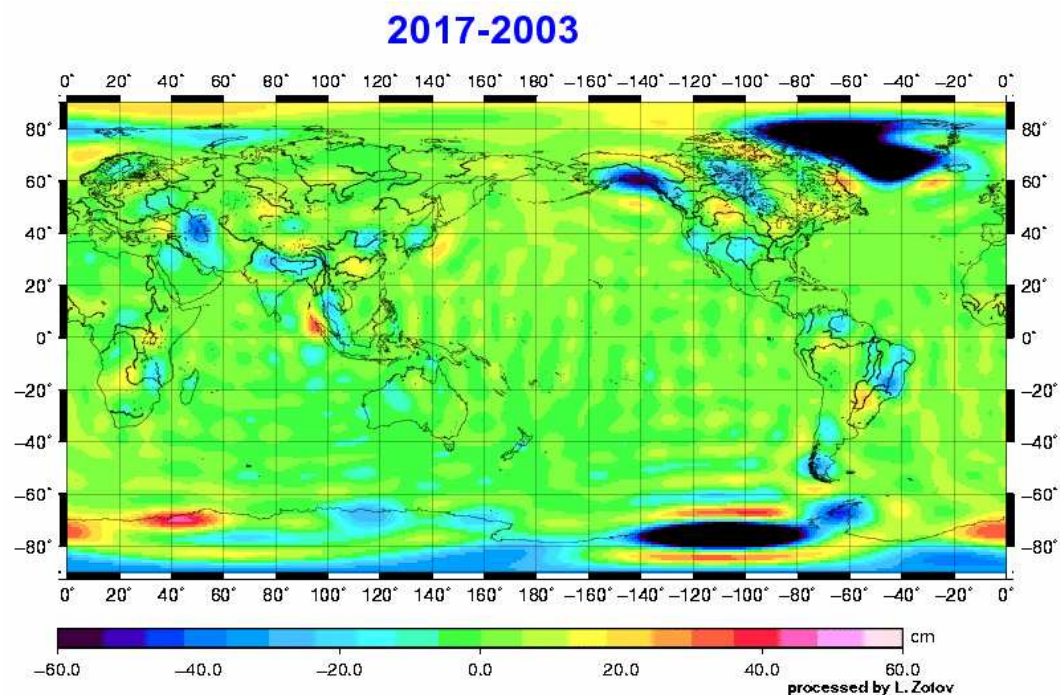


Рис. 9.10: Разность между 2017 и 2003 годами для компоненты тренда (ГК 2) по всей Земле.

десятилетия в среднем на 3 мм/год [160, 451].

По оценкам, около 145 миллионов человек живут на территории, с отметкой не выше 1 м от уровня моря [294]. Его повышение может оставить этих людей без крова. Только в Соединенных Штатах Америки 30% населения живет в прибрежных районах (до 200 км). Это делает крайне важным разработку как можно более точных прогнозов роста уровня моря на ближайшие десятилетия [341]. Имеющиеся на сегодня прогнозы неоднозначны из-за сложности моделирования поведения ледниковых щитов, наличия естественных колебаний [9, 32], неопределенностей в прогнозах разных климатических моделей и связанных с этим разногласий среди исследователей. Выделяют две компоненты, вносящие вклад в изменения уровня моря: *стерическую*, обусловленную изменениями плотности морской воды, прежде всего за счет изменений ее температуры или солености, и *нестерическую*, связанную с изменением массы океана. Мониторинг суммарных стерических и массовых вариаций уровня моря (рис. 8.2) проводится альтиметрическими спутниковыми миссиями OSTM Jason, Envisat и др.

Для изучения стерических изменений проводятся океанографические экспедиции [4], создана система плавучих буйков ARGO, опускающихся до глубины 2 км и, при всплытии каждые 10 дней, передающих свои координаты и накопленные данные о температуре, солености, плотности воды по спутниковым каналам связи.

Спутники-близнецы GRACE позволяют изучать аномалии распределения масс не только на суше, но и на море. На сегодня GRACE – единственная космическая миссия, дающая возможность оценить вклад нестерической компоненты в изменения уровня моря. Однако для использования данных GRACE над океаном необходима особенно тщательная фильтрация шумов.

Ниже мы кратко представляем результаты исследования изменений гравитационного поля океанов по данным GRACE.

9.5 Данные GRACE по массе океана

Мы используем специальный продукт GRACE по массе океана (придонному давлению – ocean bottom pressure) OBP GRACE релиза RL05, основанный на сферических гармониках, полученных центром GFZ [31]. Как и в случае выполненного выше анализа данных по всей Земле, коэффициенты C_{20} заменяются решениями на основе спутниковой лазерной локации SLR [484], которые точнее значений, полученных из наблюдений GRACE (см. главу 10). Коэффициенты Стокса первой степени (связан-

ные с центром масс) также заменяются, как предложено в [435]. Эффекты послеледникового поднятия для дна океана (GIA) учитываются по методике Геруо, Вара и Джонга [318]. Для выделения сигнала над океаном применяются три фильтра. Первый фильтр предназначен для устранения шумовых полос-страйпов. Второй, 500-километровый гауссовский фильтр, сглаживает наблюдения GRACE, приводя к лучшему согласию с альтиметрическими наблюдениями за вычетом стericческих эффектов по данным ARGO. Третий фильтр основан на обрезании гармоник со степенями и порядком выше 40-го. В дополнение к этому, специальная итерационная процедура применена для исключения проникновения гидрологического сигнала с континентов в область над океанами. Такая многоуровневая обработка выполняется JPL в соответствии с методикой Чамберса и Бонини [282]. Мы используем готовый специальный продукт GRACE для океанов в виде месячных файлов массы океана (придонного давления) на сетке с шагом $1^\circ \times 1^\circ$ с сайта GRACE Tellus [491].

9.6 Результаты МССА-обработки данных по массе океана

К описанным выше ежемесячным данным ОВР GRACE GFZ по массе океана (придонному давлению) релиза RL05 с 08.2002 по 04.2015 применен МССА с параметром задержки $L = 60$ (пять лет). Пятнадцать месяцев пропущенных данных были линейно проинтерполированы (всего использовано $N = 153$ файла).

В ходе выполнения МССА мы исследовали и сгруппировали сингулярные числа: первому СЧ соответствует медленный тренд (ГК 1); СЧ 2 и 3 были объединены в ГК 2, представляющую годовой цикл; СЧ 5 и 6 оказались соответствующим четырехлетней изменчивости (ГК 4). Компоненты бóльших порядковых номеров включают шумы и высокочастотную изменчивость ОВР.

Карта разности между 2014 и 2003 годами для тренда ОВР (ГК-1) показана на рис. 9.11. Видно, что к концу периода отрицательные аномалии образовались в области Западной Антарктиды и Гренландии, что, вероятно, связано с притоком масс пресной воды с ледников. У берегов Восточной Антарктиды аномалии положительны. Заметны изменения, связанные с землетрясениями на Суматре и в Японии. Положительные аномалии над Беринговым проливом в Арктике могут быть связаны с нагоном воды и Арктическим колебанием. Отличие тренда массы океана ОВР GRACE, представленного на рис. 9.11, от тренда массовой ком-

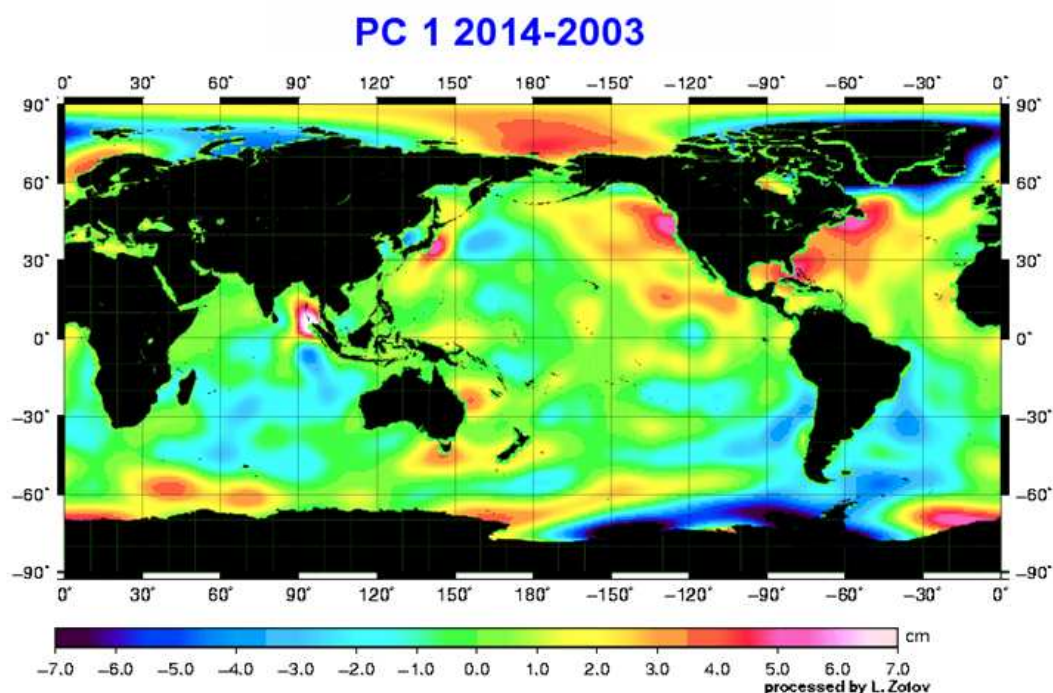


Рис. 9.11: Медленные изменения массы океана по данным GRACE (тренд ГК-1) с 2003 по 2014 гг.

поненты ОАМ ЕССО, ранее представленного на рис. 8.13 объясняется тем, что первый представляет именно массу океана, в то время как в результатах по давлению модели ЕССО, форсингом которой выступают атмосферные воздействия на поверхности океана, находят отражение особенности циркуляции океана. Пример того, как можно разделить вклад массы по GRACE и циркуляции по модели ЕССО дан в работе [287].

9.7 Перспективы использования данных GRACE

В представленной главе мы описали глобальные данные GRACE по гравитационному полю Земли. Применив к ним МССА, мы выделили главные компоненты (ГК) с разными периодами, отфильтровали шумострайпы. Это позволило получить карты долгопериодической, годовой и др. изменчивости, выявить районы наибольших изменений. Мы не использовали никаких дополнительных фильтров (например, гауссовского) в формуле (9.2).

Для столь крупных территорий, как Россия, спутниковая гравиметрия представляет важный канал получения информации, в том числе

гидрологической. Ежемесячные данные по гравитационному полю со спутников GRACE после обработки были переведены в карты эквивалентного уровня воды (ЭУВ) и осреднены в бассейнах 15 крупнейших рек России.

Годовая компонента представлена ГК 1 (рис. 9.5). Тренд – ГК 2. Для среднего по России, в целом, характерен возрастающий тренд (рис. 9.4), обусловленный изменением влагозапасов, в первую очередь, Сибирских рек. Карта тренда (рис. 9.9) показывает прирост масс в районах Сибири, на Чукотке и у берегов Балтики, их уменьшение на Каспийском море.

Сумма первых 10 СЧ хорошо воспроизводит общую изменчивость сигнала. Максимум в бассейне Волги и Днепра весной 2013 г. был вызван большим снегонакоплением на Европейской территории России (рис. 9.6), минимум 2010 г. – аномальной жарой над Европейской частью страны. Такого рода аномалии отчетливо прослеживаются в данных GRACE.

Конечно, мы не можем ответить на вопрос, что стало причиной последовательного прохождения летом 2010 г. двух антициклонов, повлекших жару над Европейской частью, и почему зимой 2013 над территорией России возросло количество снежных осадков, а в 2014 г. снизилось. Эти явления могут быть связаны с аномалиями переноса масс с Атлантики, фазой НАО, циркуляцией течения Гольфстрим, условиями в Арктике, и даже состоянием Южного колебания. Ответы на все эти вопросы могут быть найдены лишь в рамках междисциплинарных исследований, с привлечением климатологических, метеорологических данных и суперкомпьютерных моделей. Некоторое обсуждение, например того, чем может быть вызвана пауза в глобальном потеплении (Hiatus) [368] проводится в главах 8, 10. Прогнозы осадков и аномальных температур на будущее могут быть найдены в Пятом отчете по климату МГЭИК [502] или в отчетах Гидрометцентра России [510].

В данной главе мы и не ставили задачи найти объяснения локальных изменений. Нашей целью было представить данные наблюдений GRACE и показать их необычайную ценность для гидрологии и климатологии в целом. Показать роль космической гравиметрии в комплексных геофизических исследованиях нашей планеты.

Мы использовали МССА для фильтрации данных GRACE и разделения главных компонент изменчивости. Видится весьма перспективным создание на его основе своего собственного продукта, например Российского релиза данных GRACE. Метод коррекции данных, основанный на “мягком” отсечении малых сингулярных чисел уже используется французским космическим агентством CNES для получения собственного продукта уровня L2 [361, 490]. По мнению Е. Шрама, уже с четвертого

релиза данных GRACE, агентство JPL, в том или ином виде, использует отсечение малых сингулярных чисел. На сайте GRACE Tellus [491] имеется продукт (набор данных), полученных на основе объединения первых пятнадцати компонент эмпирического ортогонального разложения (EOF) придонного давления.

МССА также применен нами для фильтрации данных и разделения главных компонент изменчивости массы океана, полученной на основе данных GRACE по методике Чамберса и Бонини [282] на сетке широт и долгот с шагом в 1° . Удалось разделить долговременный тренд, годовое и четырехлетнее колебание, отфильтровать шумы. Особенно интересны медленные изменения (рис. 9.11), вносящие непосредственный вклад в изменения уровня моря, а также, через тензор инерции Земли, влияющие на ее вращение (см. главу 8). Всё же, вариации гравитационного поля в океане находятся на уровне шумов данных GRACE и, даже после многократной фильтрации, не дают целостной картины изменчивости. Дон Чамберс в личном разговоре с автором отметил, что каждый океан живет своей жизнью и требует отдельного пристального рассмотрения.

Точная физическая интерпретация полученных сигналов на суше требует сравнения с гидрологическими моделями (GLDAS, WGHM) и наземными гравиметрическими наблюдениями, а на море – с данными придонных станций. Полученные по GRACE результаты нашли подтверждение на основе сравнения с моделями стока рек Института водных проблем РАН [53] и измерениями абсолютных гравиметров. Для сравнений на море необходимо проведение экспедиций и установка придонных буйков. Когда-нибудь в будущем, как считает В.Л. Пантелеев [132], удастся сконструировать абсолютные морские гравиметры, которые будут устанавливаться прямо в океане и фильтровать ускорения негравитационной природы в реальном времени на основе показаний GPS и др. Сравнивая показания сети таких гравиметров со спутниковыми данными, можно будет определять точность и достоверность последних.

Одной из целей главы было показать, что МССА имеет большую гибкость в сравнении с EOF и может быть полезным не только для обработки данных GRACE, но и других спутниковых данных, например, альтиметрии, концентрации водяных паров в атмосфере [476], осадков и др. [19, 47], см. приложение Е.

Остаются следующие вопросы к методике: (i) какова полезная компонента сигналов; (ii) как уменьшить краевые эффекты; (iii) как лучше отделить вековые изменения от годовых изменений и прочих периодических сигналов? К счастью, 14 лет наблюдений GRACE позволяют нам выбрать параметр L достаточно большим (4 года), чтобы компоненты

асимптотически разделились.

22 мая 2018 г. состоялся пуск миссии GRACE FO, данные L2 которой начали поступать с июня 2019 года. Использование данных GRACE и GRACE-FO на суше способствует увеличению точности прогнозов паводков [416], половодий, урожайности сельскохозяйственных культур [182] и др. Гравитационное поле над океанами позволяет исследовать перераспределения масс океана, течения в нем, приток масс. Миссия GRACE признана одной из наиболее успешной в последние десятилетия. Методы дистанционного зондирования гравитационного поля дали впечатляющие результаты в виде моделей гравитационного поля Земли (GRACE, GOCE) и Луны (GRAIL, Gravity Recovery and Interior Laboratory). Существенно выиграть от экспериментов с использованием гравиметрических и градиентометрических сенсоров и геодезических инструментов, которые позволяют уточнить модели внутреннего строения небесных тел, могут будущие космические миссии к планетам солнечной системы и их спутникам [176, 205].

Глава 10

Анализ первых гармоник гравитационного потенциала Земли

*Мне нет необходимости
Искать для них права,
Коль вся Земля с судимостью
И ось её – крива!*
В. Боков, “Ночь на нарах”

10.1 Введение

Гравитационное поле Земли тесно связано с фигурой планеты, её внутреннем строением, отражает характер распределения масс в оболочках Земли. Большой интерес представляют колебания первых коэффициентов разложения гравитационного потенциала Земли, связанные с различными глобальными процессами на Земле и в Космосе, в частности, с перераспределением масс атмосферы и океана в годовом цикле и под действием приливных возмущений.

Перераспределения масс в поверхностном слое Земли происходят под действием множества геофизических процессов, в частности, изменений климата. Они связаны с таянием ледников, изменением массы и циркуляции океана и атмосферы, стока рек и др. То, как перераспределения поверхностных масс Земли сказываются на гравитационном поле, зависит от реологических свойств вязко-упругой Земли, определяющих ее отклик на нагрузку [83].

Низкочастотные компоненты гравитационного поля Земли измеряются с высокой точностью методами лазерной локации спутников (SLR) [309]. Коэффициенты Стокса его разложения до более высоких степеней

даются специальными гравиметрическими миссиями (GRACE, GOCE). Спутники GRACE, о которых шла речь в предыдущей главе, не чувствительны к смещению геоцентра (коэффициентам первой степени) и менее чувствительны ко вторым гармоникам, чем SLR. И хотя при обработке данных GRACE значения коэффициентов Стокса $\bar{C}_{20} = -J_2/\sqrt{5}$ принято заменять более точными, полученными из SLR-наблюдений (рис. 10.4) [22], мы будем также использовать данные GRACE по ним для сравнения. В данной главе будет проведен анализ коэффициентов первой и второй степени, определяющих смещение центра масс и изменения моментов инерции. Мы также обсудим некоторые процессы, вызывающие перераспределения масс и влияющие на вращение планеты.

10.2 Источники рядов координат геоцентра

Начнем с гармоник гравитационного потенциала первой степени, определяющих смещение геоцентра. Оно определяется относительно начала Международной земной системы отсчета ITRF, являющейся основой для геодезических исследований в науках о Земле. Большинство современных геодезических измерительных систем опираются на данные слежения с наземных станций за искусственными спутниками. Центр масс Земли (геоцентр) в задачах динамики орбиты спутников определяется как центр масс всей системы, включая твердую Землю, океан, криосферу и атмосферу. Геоцентр используется в качестве начала орбитальной системы координат и системы координат, использованной при выводе уравнений динамики вращения твердого тела. Под движением геоцентра подразумевается движение центра масс по отношению к центру фигуры твердой поверхности Земли, на которой размещены станции наблюдений. Эти смещения весьма малы, но их изучение необходимо для связи систем координат и решения геодинамических задач.

В настоящее время лазерная локация спутников (SLR) является одним из наиболее точных способов получения данных о геоцентре. Ряд наблюдений SLR начинается в 1976 году, когда был запущен спутник LAGEOS-1. Через 16 лет был запущен LAGEOS-2 [504]. На основе измерений расстояний до этих спутников [353, 264], оснащенных лазерными отражателями, определяются координаты спутников и вызванные неоднородностями гравитационного поля возмущения в их орбитах. Это позволяет определить не только вариации положения геоцентра, но и других низших коэффициентов гравитационного поля Земли, в частности, J_2 [290], уточнить ПВЗ [309] и др. [514]. Точность определений смещений геоцентра относительно начала земной системы координат ITRF по SLR

за последние 15 лет существенно возросла благодаря появлению новых систем наблюдений, а также новых спутников Starlette, Stella и др. Сегодня служба SLR проводит регулярные определения орбит нескольких десятков специализированных спутников. В России станции наблюдений находятся во ВНИИФТРИ [475]. Определением ПВЗ и координат геоцентра занимаются также в ИНАСАН [309].

Вычисление положения геоцентра ведется также службами GPS и DORIS, однако, малые смещения центра масс, едва достигающие 1 см, определяются ими с большими погрешностями. Решения GPS и DORIS дают амплитуды смещений X и Y , отличающиеся, от SLR, но особенно велики разногласия для Z компоненты [356].

Степень чувствительности к колебаниям геоцентра у систем SLR, DORIS и GPS различна. Трудности при моделировании негравитационных сил, действующих на спутники, ограничивают возможность методов GPS и DORIS для точного измерения вектора положения геоцентра [26]. Из личной беседы с Э. Альтами, директором центра по системам координат IERS, автор заключил, что продукт центра IGS по координатам центра масс в настоящее время вообще не следует использовать.

Наблюдаемые смещения геоцентра обусловлены геофизическими и климатическими процессами в атмосфере и океане, гидрологическими изменениями на суше, таянием ледников [290]. Однако модели этих процессов на сегодняшний день ещё недостаточно точны, чтобы воспроизвести все тонкости в движении геоцентра. Сказывается нехватка наблюдений за таянием ледников, процессами в недрах и др. [455]. В последнее время предпринимаются попытки оценить положение геоцентра на основе моделей изменчивости придонного океанического давления ОВР построенных по гравитационному полю со спутников GRACE (рис. 9.11).

Гравитационный потенциал Земли выражается посредством сферических гармоник с помощью коэффициентов Стокса $\bar{C}_{nm}$ и $\bar{S}_{nm}$ (9.1). Он является функцией глобального распределения масс, интегрируемых по объему, охватывающему всю Землю с ее оболочками. Координаты центра масс в принятой системе координат определяются нормированными коэффициентами сферических гармоник $\bar{C}_{10}$, $\bar{C}_{11}$ и $\bar{S}_{11}$ первой степени. Если бы земля была абсолютно твердым телом, начало координат было бы выбрано раз и навсегда в центре инерции и все коэффициенты первой степени были бы равны нулю. Однако для реальной Земли с атмосферой и океаном это не так.

Вектор положения геоцентра, проведенный из выбранного начала си-

стемы координат (ITRF), задается в виде:

$$\mathbf{r}_{cm} = a_e \sqrt{3}(\bar{C}_{11}, \bar{S}_{11}, \bar{C}_{10}),$$

где a_e – экваториальный радиус Земли. Он может быть выражен как $\mathbf{r}_{cm} = \mathbf{r}_{cm}^s + \mathbf{r}_{cm}^f$. Вектор $\mathbf{r}_{cm}^s$ задаёт координаты центра масс твердой Земли, он определяется интегрированием по её объёму произведения элементарных масс на их радиусы-векторы, а вектор $\mathbf{r}_{cm}^f$ – интегрированием по жидкому тонкому поверхностному слою, в пределах которого масса может свободно перераспределяться. Вклад в гравитационное поле определяется коэффициентами

$$\bar{C}_{10}^f = \frac{a_e^2}{3M} \int \int \Delta\sigma(\phi, \lambda) \sin \phi dS,$$

$$\bar{C}_{11}^f = \frac{a_e^2}{3M} \int \int \Delta\sigma(\phi, \lambda) \cos \phi \cos \lambda dS,$$

$$\bar{S}_{11}^f = \frac{a_e^2}{3M} \int \int \Delta\sigma(\phi, \lambda) \cos \phi \sin \lambda dS,$$

где dS – элемент площади поверхности, $\Delta\sigma(\phi, \lambda)$ – проинтегрированная по толще поверхностная плотность выбранного тонкого слоя в точке с широтой ϕ и долготой λ . Тригонометрические функции появляются из представления функции Лежандра $P_1^1(\cos(\phi))$. Смещение $\mathbf{r}_{cm}^f$ учитывает нагрузку от массы тонкого слоя (описываемую с помощью $\bar{C}_{10}^f, \bar{C}_{11}^f, \bar{S}_{11}^f$) и нагрузку, вызванную деформацией земной поверхности.

Оба вектора $\mathbf{r}_{cm}^s$ и $\mathbf{r}_{cm}^f$ определены относительно начала выбранной системы координат (ITRF или GTRF) [484], которое, как правило, совпадает со средним центром масс. Вектор мгновенного положения геоцентра $\mathbf{r}_{cm}$ представляет собой смещение между началом координат ITRF и мгновенным центром масс [484]. К сожалению, он не измеряется напрямую расположенными на поверхности Земли обсерваториями, но может быть определен из анализа данных SLR. Словами С.К. Татевян, имеющиеся у нас ряды геоцентра отражают перемещения спутниковой группировки, летающей вокруг центра масс, относительно системы станций слежения, т.е. земной коры.

10.3 Анализ рядов геоцентра

Для анализа были взяты данные Международной службы лазерной локации спутников ILRS пятого релиза за период с 1992.87 по 2017.13

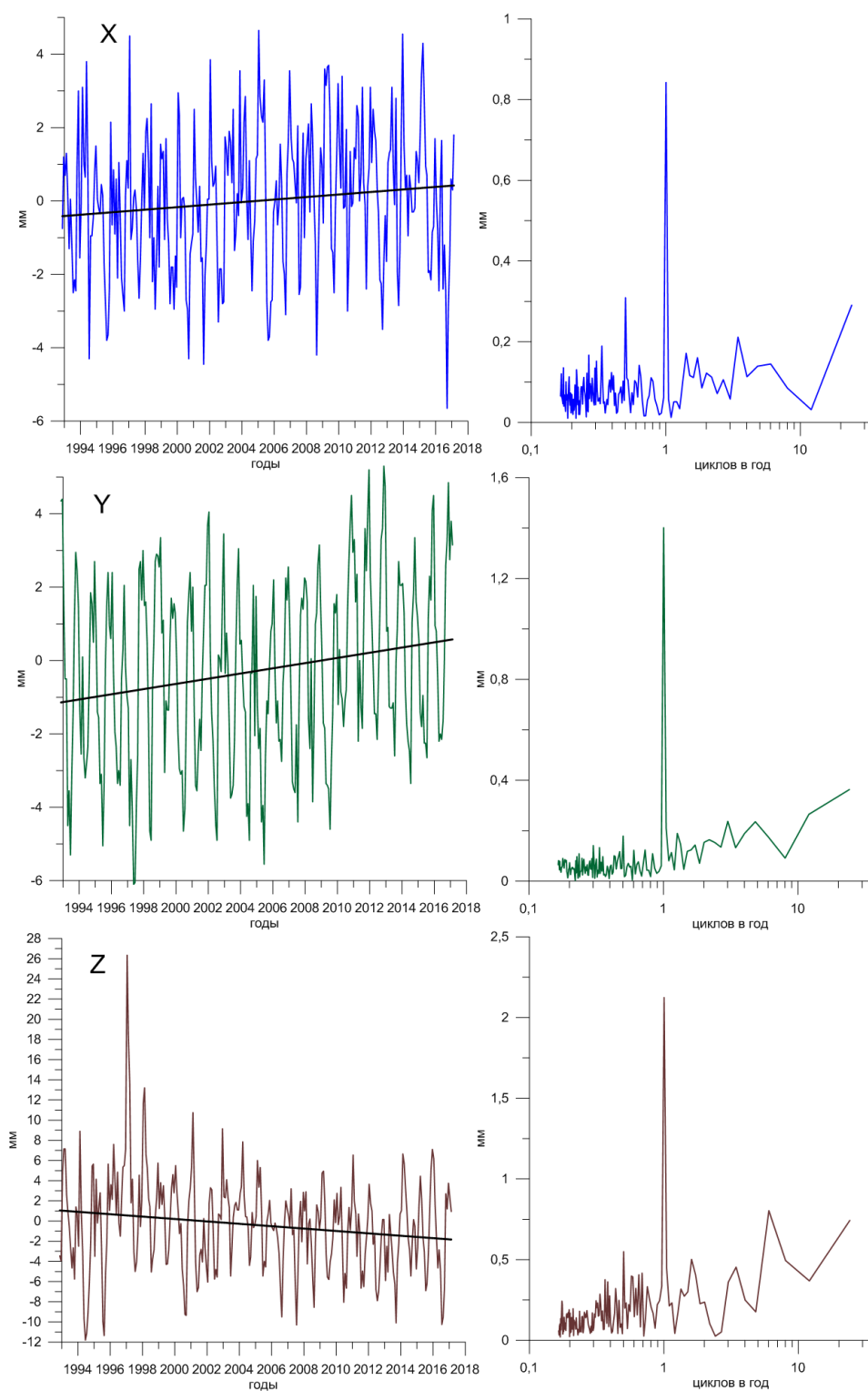


Рис. 10.1: SLR X , Y , Z -координаты геоцентра с 1992 по 2017 гг. и их линейные тренды (слева). Спектр координат геоцентра (справа).

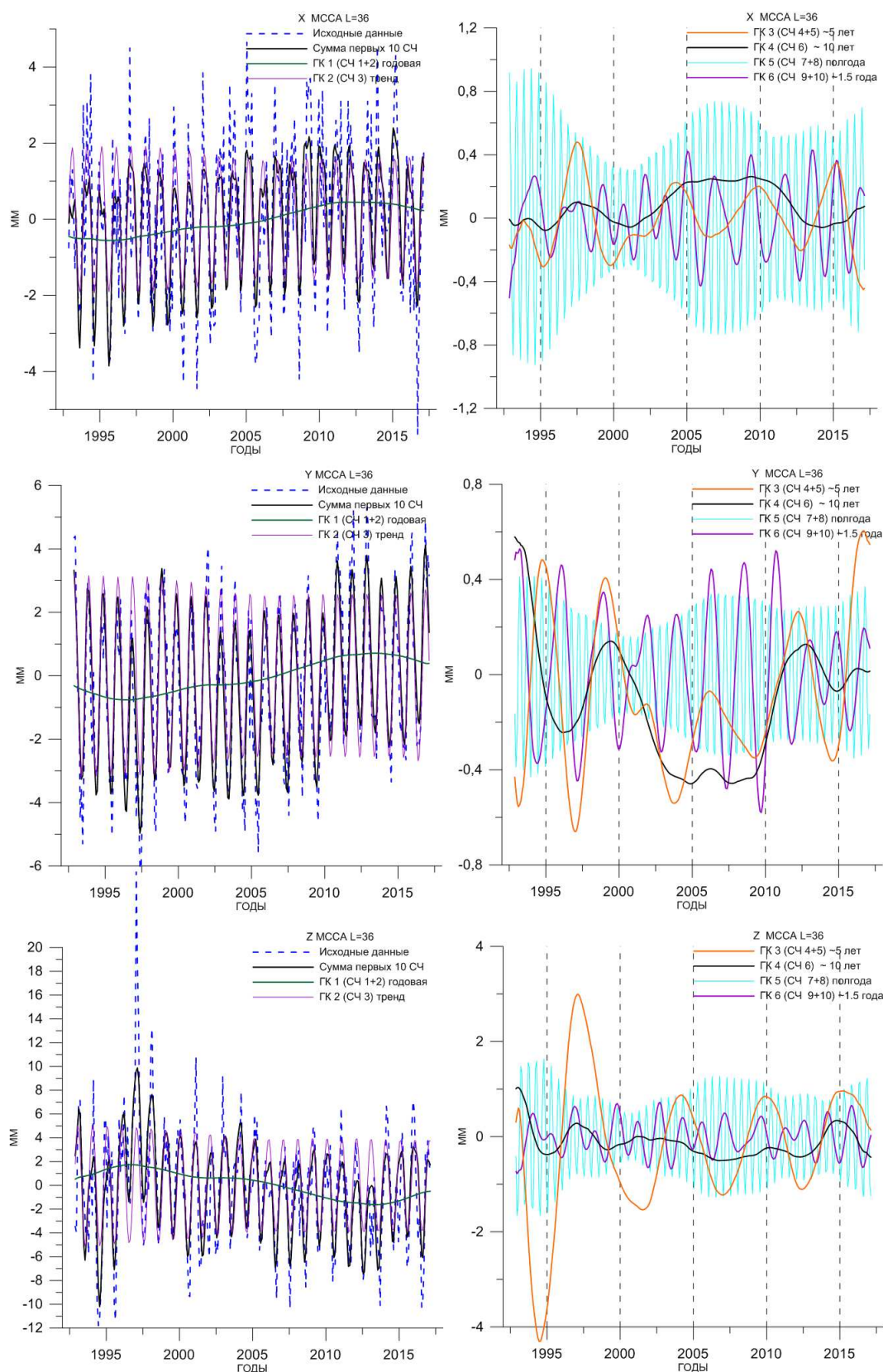


Рис. 10.2: Главные компоненты, выделенные МССА для X (вверху), Y (в центре) и Z (внизу) координат геоцентра.

Таблица 10.1: Модель тренда для координат геоцентра, $A(t - t_0) + B$, $t_0 = 1995$ г. с погрешностями σ .

координата	A , мм/год	σ_A , мм/год	B , мм	σ_B , мм
x	0.034	0.016	-0.35	0.20
y	0.071	0.020	-0.99	0.25
z	-0.119	0.040	0.80	0.48

с шагом в месяц [515], содержащие положения геоцентра в мм по осям X , Y и Z системы ITRF. Ряды данных представлены на рис. 10.1 слева вместе с линейными трендами вида $y = Ax + B$. Оценки параметров даны в таблице 10.1. Наибольшая амплитуда изменчивости наблюдается по Z -координате, погрешности этой проекции геоцентра также максимальны. При переводе в сферическую систему, тренд геоцентра получается равным 0.143 мм в год и направлен в точку с координатами ($\varphi = -87.0$, $\lambda = 64.4$). В 1997 году в данных по оси Z имеется выброс неизвестной нам природы. Спектры для каждой из компонент представлены на рис. 10.1 справа. Они демонстрируют колебания с периодами геофизических процессов, вызывающих глобальные перераспределения масс. Основная составляющая – сезонная.

Нами выполнен совместный МССА для всех трех координат. Параметр L выбран равным 36 месяцам (3 годам). По полученным сингулярным числам были восстановлены главные компоненты изменчивости и построены их графики для каждой из координат X , Y , Z .

На рис. 10.2 представлены главные компоненты (ГК), полученные объединением сингулярных чисел (СЧ) со сходным поведением. ГК 1 – годовая компонента является результатом группировки СЧ 1 и 2. Полученная из СЧ 3 компонента ГК 2 представляет собой тренд. ГК 3 (СЧ 4+5) имеет период колебаний около пяти лет. ГК 4 имеет медленную квазидесятилетнюю изменчивость. ГК 5 (СЧ 7+8) – полгода. ГК 6 (СЧ 9+10) – полтора года. Прочие шумовые компоненты мы опустили.

Декартовы координаты геоцентра были переведены в сферические. По представленному на рис. 10.3 распределению исходных значений (r, ϕ, λ), а также значений, полученным по сумме ГК 1-6 (после МССА) на интервале 1992-2017 гг., видно, что смещения геоцентра группируются в некоторой выделенной полосе, наклоненной к экватору. Это может

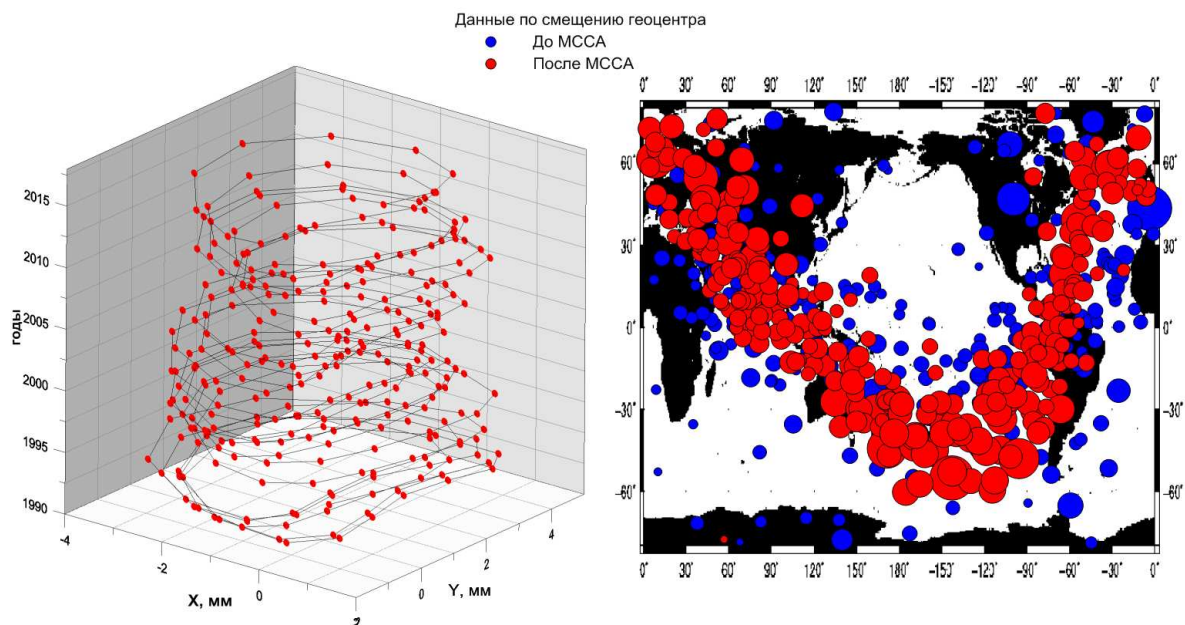


Рис. 10.3: Карта смещений геоцентра в экваториальной плоскости x - y (слева) и в сферической системе координат (справа) на интервале 1992–2017 гг. Широта и долгота определяют направления смещений, радиус кружков определяется модулем $|r|$.

являться артефактом, связанным с чувствительностью системы SLR, но, скорее всего, свидетельствует о коррелированности движения геоцентра по z -координате с положением в x, y плоскости [295].

10.4 Динамический форм-фактор J_2 по данным SLR и GRACE

Перейдем к анализу коэффициента $J_2 = -\sqrt{5}\bar{C}_{20}$ разложения гравитационного поля Земли. Использован временной ряд J_2 с 1976 по 2011 гг. с месячным шагом по данным лазерной локации спутников [507], дополненный рядом с 2011 по 2017 г. [485]. Сравнение значений J_2 по данным SLR с менее точными значениями GRACE представлено на рис. 10.4.

10.5 Сингулярный спектральный анализ J_2

Нами выполнен сингулярный спектральный анализ (ССА) временного ряда вариаций J_2 после вычитания среднего значения $\langle J_2 \rangle = 1082.636 \cdot 10^{-6}$ за период с 1976 по 2016 гг. [516]. Метод ССА, подробно

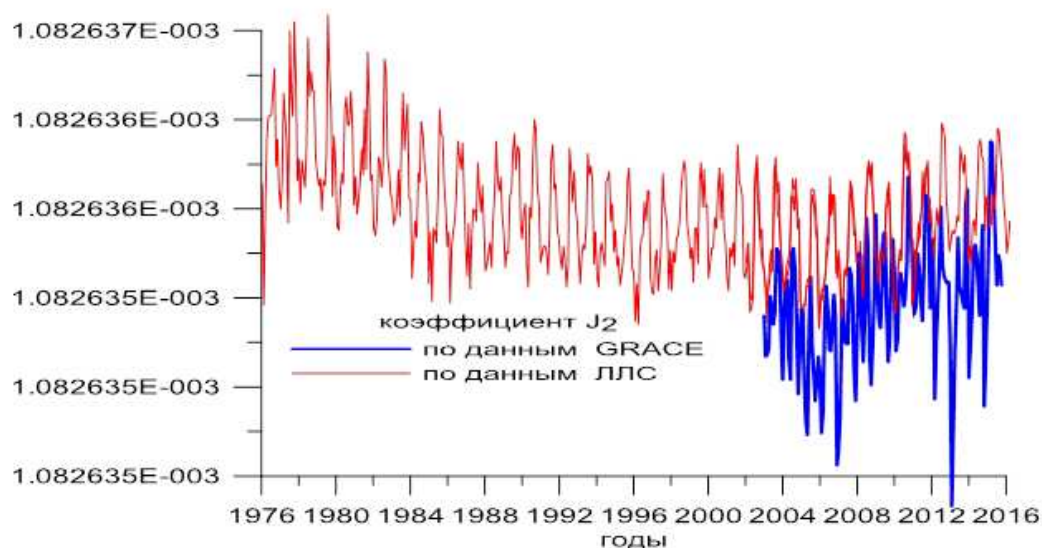


Рис. 10.4: Исходный ряд коэффициента J_2 , полученный по данным SLR с 1976 по 2017 гг. в сравнении со значениями на основе данных GRACE с 2003 г.

описанный в [26, 22, 202, 94, 165], является одномерной версией МССА, см. Приложение Г.

Для временного ряда J_2 с месячным шагом мы сопоставили результаты ССА для значений параметра задержки $L = 5, 10, 12, 18$ и 20 лет. Был выбран оптимальный на наш взгляд лаг $L = 216$ (18 лет). Для первых сингулярных чисел была проведена группировка. Так, в главную компоненту ГК 1 вошли СЧ 1 и 2, вобравшие в себя годовое колебание. Тренд, представленный СЧ 3 и 4 отошел к ГК 2. ССА позволил также выделить квази-20-летнюю (ГК 3, СЧ 5), квази-10-летнюю (ГК 4, СЧ 6 и 7) и полугодовую (ГК 5, СЧ 8+9) компоненты изменчивости. Они представлены на рис. 10.5. Компоненты, соответствующие $\text{СЧ} \geq 10$, в нашем исследовании не учитывались.

Убедиться в том, что сумма первых шести главных компонент хорошо аппроксимирует ряд вариаций δJ_2 и практически полностью выбирает его изменчивость можно, взглянув на рис. 10.5, где слева представлен исходный ряд и сумма первых десяти СЧ. Справа на рис. 10.5 представлены годовая, полугодовая, квази-20-летняя и 10-летняя компоненты. Зеленым цветом показана компонента, соответствующая шумовому СЧ 10. В начале спутниковых измерений в 1970-е годы результаты были менее точными, чем в конце периода наблюдений, в них было больше шумов.

Наиболее выраженными компонентами изменчивости δJ_2 являются

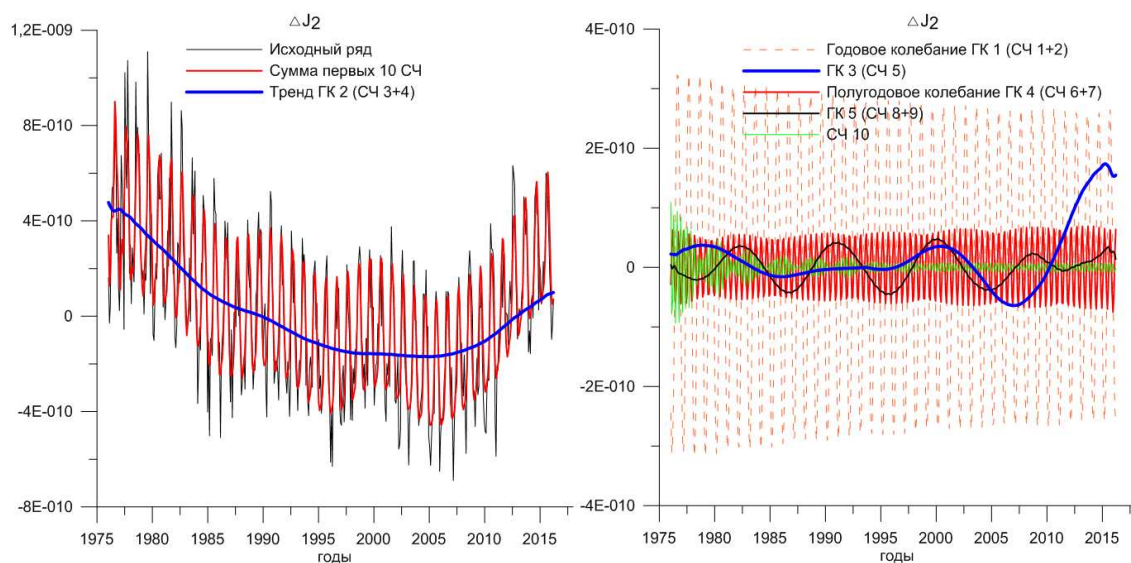


Рис. 10.5: Сопоставление исходного ряда δJ_2 и его аппроксимации первыми десятью СЧ слева. Показан также тренд ГК 2. Графики годовой компоненты ГК 1, декадной ГК 3, квази-20 летней ГК 4 и полугодовой ГК 5 показаны справа.

ГК 1 (годовая) и ГК 5 (полугодовая). Видно, что ГК 1 имеет амплитуду около $3 \cdot 10^{-10}$, ГК 5 имеет амплитуду около $5 \cdot 10^{-10}$. ГК 1 достигает минимума в январе-феврале, максимума – в июле-августе (рис. 10.5). ГК 5 достигает минимума в мае и октябре, максимума – в феврале и июле. Это обусловлено сезонным циклом перераспределения масс в океане и атмосфере Земли [290, 454].

На рис. 10.5 справа также представлены 20-летняя ГК 3 и 10-летняя ГК 4. Компонента ГК 4 нестабильна. Она сильно возрастает к правому краю интервала, что может являться следствием краевого эффекта, но скорее отражает ускоренный рост после 2005 г. При общей малости амплитуды 20-летней компоненты (порядка $5 \cdot 10^{-11}$) она четко выделяется методом ССА. В работе [290] в ряде J_2 также была обнаружена гармоника с периодом 18.6 лет, сходной амплитуды. Т.о. квази-20-летняя ГК 3 может соответствовать гармонике с периодом 18.6 лет, вызванной прецессией узлов лунной орбиты. В этом цикле максимальные склонения Луны изменяются от $\pm 29^\circ$ до $\pm 18^\circ$, что влияет на амплитуду прилива (рис. 1.4) и может сказываться на сжатии планеты и коэффициенте J_2 . Компонента ГК 4 объединяет в себе СЧ 8 и 9 с периодами 10 и 8 лет. Минимумы этой компоненты наблюдались в 1987, 1995, 2004 и 2011 годах, максимумы – в 1991, 1999 и 2008 г. Данная компонента может быть

связана с модуляцией прилива под влиянием движения перигея лунной орбиты, период которого 8.85 года [222], с процессами в океане, влияющими на сжатие планеты, либо с 9.3-летним приливом, связанным с полупериодом прецессии орбиты Луны, график которого представлен на рис. 8.3 внизу слева.

Заметим, что два минимума (1987, 1995) и два максимума (1991, 2009) компоненты ГК 4, с некоторым разбросом, совпадают с годами максимумов и минимумов Солнечной активности (рис. 10.5 внизу справа). В ряде работ [93, 222, 344, 368] выдвигаются предположения о связи циклов солнечной активности и колебаний климата на Земле. Вопрос об этом задал автору бывший директор Пулковской обсерватории В.К. Абалакин. Солнечная постоянная меняется не более чем на доли процента, поэтому, если считать, что излучение нашего светила относительно стабильно [465], то 11-летние циклы солнечной активности существенного влияния на климат не оказывают. Как показано в [124, 210] кумулятивное (накопленное) влияние солнечной активности на климат проявляется лишь на периодах более 50 лет. Такое долговременное влияние Солнца может сказаться и на перераспределении масс и на J_2 .

Весьма любопытен, на наш взгляд, тренд J_2 – компонента ГК 2, представленная на рис. 10.5 слева синим. Этот тренд был также выделен МНК как полином второго порядка и показан на рис. 10.7 красным. Возможно, он является частью незавершенного колебания с периодом большим, чем длительность спутниковых измерений. На графике 10.7 видно, что с начала наблюдений SLR в 1976 г. тренд спадал, в начале 2000-х достиг минимума, и, пройдя абсолютный минимум в 2003-2005 гг., стал стремительно расти. Если предположить, что в 70-е годы данная компонента находилась в максимуме, то её период может составлять 60-70 лет.

В колебаниях глобальной температуры на Земле также выделяют 60-ти летнюю периодичность, идущую в противофазе с длительностью суток LOD и связанную с многолетним атлантическим колебанием [506, 368]. Конечно, продолжительность наблюдений J_2 для однозначного вывода еще недостаточна, но если со временем выяснится, что выделенная ГК 6 действительно представляет часть 60-летнего колебания, идущего в фазе с климатическими изменениями и вариациями во вращении Земли, то это будет весьма интересно. Даже в древнем Китае и Вавилоне 60-летний цикл считался одним из основных календарных периодов. Известны циклы Кондратьева в мировой экономике [106] с подобными периодами и др.

10.6 О влиянии коэффициентов гравитационного потенциала второй степени на вращение Земли.

Перераспределения масс, связанные с коэффициентами гравитационного потенциала C_{21} , S_{21} и $J_2 = -\sqrt{5}C_{20}$, вызывают изменения тензора инерции Земли ([161], стр. 161)

$$Ma^2\Delta C_{20} = -(\Delta I_{33} - \frac{1}{2}(\Delta I_{11} + \Delta I_{22})),$$

$$Ma^2\Delta C_{21} = -\Delta I_{13}, \quad Ma^2\Delta S_{21} = -\Delta I_{23},$$

$$Ma^2C_{22} = \frac{1}{4}(I_{22} - I_{11}), \quad Ma^2S_{22} = -\frac{1}{2}I_{23}.$$

Здесь I_{ii} – главные моменты инерции, I_{ij} – произведения инерции (см. главу 11.4), M – масса Земли, a – экваториальный радиус.

Их вклад в функции углового момента может быть вычислен по формулам [283, 422]

$$\begin{aligned} \chi_1 &= -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}(1+k'_2)} \frac{1.098R^2M}{C-A} \Delta\bar{C}_{21}, \\ \chi_2 &= -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}(1+k'_2)} \frac{1.098R^2M}{C-A} \Delta\bar{S}_{21}, \end{aligned} \quad (10.1a)$$

$$\chi_3 = -\frac{2\sqrt{5}}{3(1+k'_2)} \frac{0.753R^2M}{C_m} \Delta\bar{C}_{20}, \quad (10.1b)$$

где $k'_2 = -0.3081$ – нагрузочный коэффициент Лява второй степени, $C = I_{33}$ и $A = I_{11}$ – полярный и экваториальный моменты инерции, C_m – главный момент инерции мантии, R – средний радиус Земли. Крышка над коэффициентами Стокса означает их нормализацию: $(C_{nm}, S_{nm}) = k_{nm}(\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm})$, где коэффициент $k_{nm} = \sqrt{\epsilon_m(2n+1)(n-m)!/(n+m)!}$ зависит от $\epsilon_0 = 1$, $\epsilon_{m>0} = 2$ для степени n и порядка m .

Для осевой компоненты $m_3 = -\chi_3 = -\Delta LOD/LOD$ (см. раздел 1.3). Исходя из этого, можно вычислить влияние коэффициента J_2 на длительность суток и прийти к формуле из работы [464], немного отличающейся от (10.1b)

$$m_3 = \frac{\Delta\omega(J_2)}{\omega} = -\Delta J_2 \frac{2Ma^2}{3C}, \quad (10.2)$$

но дающей результат того же порядка.

10.7 Сопоставление трендов движения полюса и изменений C_{21} , S_{21}

Мы вычислили вариации, вызванные C_{21} и S_{21} по данным GRACE и SLR, согласно уравнениям (10.1a), и сравнили их с линейными трендами в ДП $p_1 = x$ и $p_2 = -y$ за последние 15 лет на рис. 10.6 и в таблице 10.3. Уравнение (12.29) пропускает низкочастотный тренд без искажений, поэтому можно не переводить линейный тренд в возбуждение, тем более, что низкочастотная фильтрация приведет к краевым эффектам. По данным ЕОР C01 [497] сделанные нами оценки дрейфа полюса таковы: с 1900 г. он двигался в направлении Северной Америки 64° з.д. со скоростью 3.87 мс дуги в год, а с 2002 произошла смена направления на 5.7° в.д. и скорость увеличилась до 5.04 мс дуги/год. Тренды могут отличаться на разных интервалах времени, см. таблицу 10.3 [327].

Вполне удовлетворительное согласие геофизических возбуждений с трендами ДП с 2003 г., показанное на рис. 10.6, свидетельствует о том, что причиной смены направления дрейфа полюса являются детектируемые спутниками перераспределения масс, происходящие под действием изменений климата. Перед тем как построить график на рис. 10.6, средние были вычтены. Они связаны с начальными условиями и подбираются по ним при интегрировании уравнений Эйлера-Лиувилля. Однако мы не вычитали глобальный вековой дрейф полюса, как в работе [245]. Он, как предполагается, вызван послеледниковым поднятием и должен описываться моделью GIA. Тренд по модели ICE6G_C [401], показанный пунктиром, отклоняется от наблюдаемого тренда. Это говорит о том, что на вековые тенденции в последнее время стали накладываться более быстрые изменения, обусловленные ускоренным таянием ледниковых щитов.

Тренды GIA различны для разных моделей. К примеру, коэффициенты Стокса второй степени в модели Паулсона 2007 [400], рекомендовавшейся к использованию для обработки данных GRACE до 2013 г., не согласуются с более современной моделью Пелтье ICE6G_C [401]. Моделирование послеледникового поднятия, требующее знаний о вязких свойствах астеносферы, все еще вносит неопределенности. Коэффициенты трендов, посчитанные по значениям C_{21} , S_{21} для 16 моделей GIA использованных в [333] представлены в таблице 10.2.

Оценки трендов гидро-атмосферных возбуждений по данным ААМ NCER/NCAR и ОАМ ЕССО представлены в таблице 10.3. Суммарный эффект ОАМ+ААМ (масса+движение) оказался несколько больше, чем эффект атмосферной и океанической массы (АОМ), который вычитается

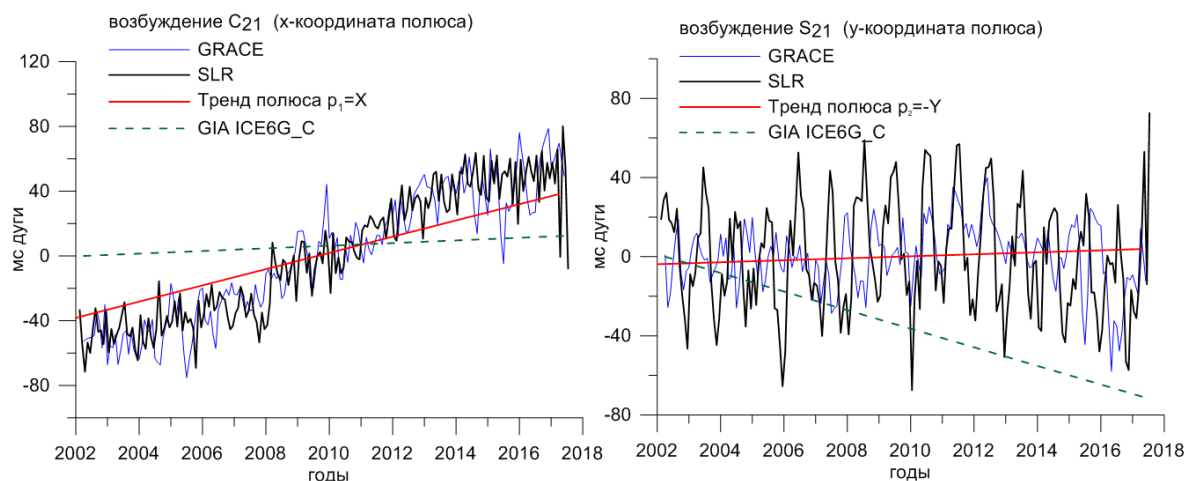


Рис. 10.6: Сравнение трендов в движении полюса с возбуждениями, реконструированными по C_{21} и S_{21} со спутников GRACE и SLR. Среднее вычтено. Пунктиром показаны тренды GIA по модели ICE6G_C [401]. [9].

из данных GRACE при обработке и был добавлен вновь в работе [245].

Наблюдаемое и модельное возбуждения, представленные на рис. 10.6, неплохо согласуются, как и в [245], однако наблюдаются и расхождения. Для χ_1 тренд в p_1 на 3.37 мс дуги в год меньше тренда по данным GRACE. Вычитание OAM+AAM эффектов из ДП и GIA из данных GRACE уменьшает расхождение до 2.20 мс дуги в год. Для χ_2 тренд в p_2 на 0.79 мс дуги в год больше тренда SLR, и на 0.5 мс дуги в год больше тренда GRACE, что находится в пределах погрешности. Однако поправка за OAM+AAM увеличивает расхождение с GRACE до 3.01 мс дуги в год. Эти расхождения могут объясняться тем, что мы не проводили фильтрацию данных JPL GRACE L2 RL05, рядов движения полюса и SLR. Другой источник разногласий – полюсный прилив, который вычитается при предобработке данных GRACE [333]. Мы не проводили такого комплексного исследования, как в [245] и [422], где также были сопоставлены годовые и межгодовые возбуждения. Нами замечено, что согласие между трендами возрастает, если в вычислениях по формулам (10.1a) не выполнять деления на $(1 + k'_2)$. Однако не все массы находятся на поверхности и создают нагрузку, поэтому делать этого мы не стали. Нами также проведено вычисление по формулам для трехосной трехслойной модели Земли, выведенным В. Шеном и Дж. Гуо [333, 288]. Отличие от представленных результатов при этом составило не более 1%.

Таблица 10.2: Величины (мс/год) трендов возбуждения полюса по моделям GIA.

GIA модель	χ_1	χ_2	источник
A_5_R_GEO	0.33	-1.68	
Pel_4_VM2_GEO	-0.57	1.42	[402]
Pel_5_VM2_GEO	1.58	-8.05	[403]
Pel_5_VM4_R_GEO	3.14	-22.40	[488]
Pel_6_GEO	1.74	-7.07	[401]
Pur_6_GEO	0.14	-4.57	[408]
SKM_O_R_GEO	-0.18	0.70	[421]
SVv_3_REF_GEO	-0.67	1.68	[488]
SVv_L_ALT_GEO	-0.04	0.30	[488]
SaS_1_GEO	-0.62	2.01	[488]
SaS_3_GEO	-0.59	1.42	[488]
WaO_EGOD_GEO	2.42	0.09	[457]
WaW_4_GEO	-0.91	1.22	[447]
WaW_5_GEO	-0.81	2.30	[333]
vdW_5_GEO	-0.40	1.88	[333]
vdW_5_R_GEO	0.70	-5.23	[333]
Паулсона	-0.52	+3.09	[400]
Пелтье ICE6G_C	0.08	-4.70	[401]

Таблица 10.3: Скорости дрейфа ДП и тренды в возбуждении (мс дуги в год).

параметр	интервал	χ_1	χ_2	источник
долговременное ДП	1846-2017	1.21 ± 0.05	-2.44 ± 0.05	эта работа
долговременное ДП	1900-2017	1.70 ± 0.08	-3.49 ± 0.08	эта работа
долговременное ДП	1900-2015(?)	0.79 ± 0.2	-2.95 ± 0.74	[245]
современное ДП	2002-2017	5.01 ± 1.39	0.5 ± 1.30	эта работа
современное ДП	2002-2015	5.39 ± 0.2	0.11 ± 0.74	[245]
GRACE	2002-2017	8.38 ± 0.24	-0.005 ± 0.27	эта работа
SLR	2002-2017	8.07 ± 0.24	-0.29 ± 0.46	эта работа
ААМ NCEP давл. IB	2002-2017	0.14 ± 0.06	-0.23 ± 0.08	эта работа
ААМ NCEP давл. NIB	2002-2017	-0.09 ± 0.02	-0.31 ± 0.04	эта работа
ААМ NCEP ветер	2002-2017	-0.62 ± 0.04	-0.71 ± 0.04	эта работа
ОАМ ЕССО давление	2002-2016	0.28 ± 0.03	-0.27 ± 0.05	эта работа
ОАМ ЕССО течения	2002-2016	0.003 ± 0.03	0.07 ± 0.03	эта работа
ОАМ+ОВР IB-м+двл		-0.2 ± 0.06	-1.14 ± 0.08	эта работа
АОМ		-0.03	0.22	[245]

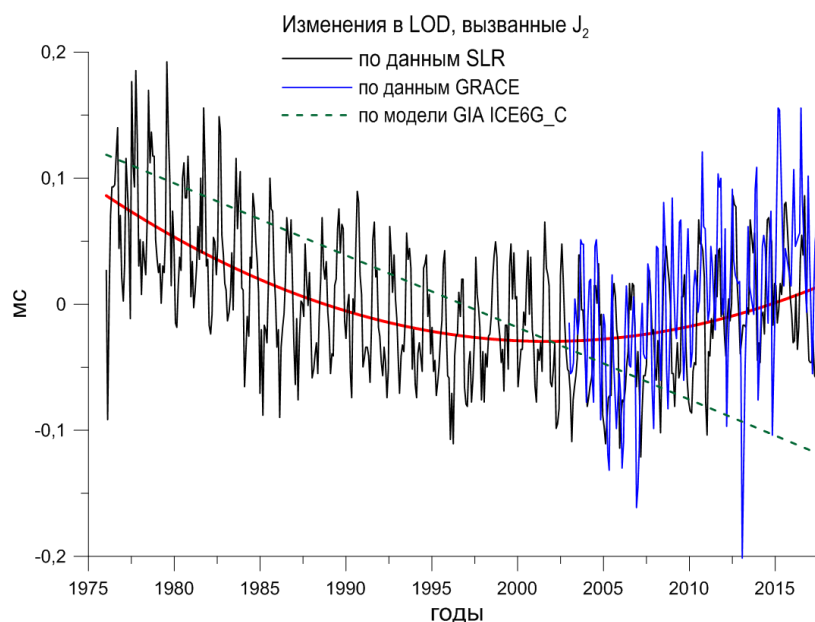


Рис. 10.7: Пересчитанные во влияние на длительность суток LOD ряды коэффициента J_2 по данным SLR с 1976 по 2017 гг. и по данным GRACE с 2003 г. Параболический тренд сменился с убывающего на возрастающий в ~ 2005 г. Пунктиром показан тренд GIA по модели ICE6G_C [401].

10.8 Вариации в скорости вращения Земли и C_{20}

Перейдем к рассмотрению эффектов в скорости вращения Земли. На рис. 10.7 представлен тренд в LOD, индуцированный $J_2 = -\sqrt{5}\bar{C}_{20}$ и вычисленный по формуле (10.2) вместе с подобранным МНК параболическим трендом. Отчетливо видно, что в ~ 2005 г. убывающий тренд сменился на возрастающий [29]. В разделе 10.5 такой тренд был выделен методом МССА [30] и сделано предположение о его квазипериодической, возможно ~ 60 -летней природе. По модели GIA, показанной пунктиром, тренд должен быть линейным и составлять -6.55 мкс/год (модель Паулсона) либо -5.48 мкс/год (модель ICE6G_C) согласно (10.2). Наблюдаемый в 2005 г. разворот тренда, по всей видимости, является следствием таяния ледников, активно идущего в последние десятилетия [290, 293, 305, 360, 393].

На рис. 10.8 пересчитанный во влияние на длительность суток тренд компоненты J_2 (синим) показан вместе с долгосрочным графиком LOD (красным) с 1832 года, реконструированным из наблюдений затмений и покрытий звезд Луной [326] и публикуемым в бюллетене EOP C02. На рисунке представлены также инвертированные колебания температуры

на Земле (черным пунктиром), выделенные по методике 8-й главы, и дипольный магнитный момент после вычитания линейного тренда (зеленым) полученный по формуле

$$m_d = \frac{4\pi}{\mu_0} a^3 \sqrt{(g_1^0)^2 + (g_1^1)^2 + (h_1^1)^2},$$

где μ_0 – магнитная постоянная, g_1^0 , g_1^1 , h_1^1 – коэффициенты Гаусса, взятые с сайта IGRF с шагом в 5-лет [503].

Из рис. 10.8 отлично видно, что долговременный тренд в LOD с некоторой задержкой повторяет изменения магнитного момента. Это можно считать весомым аргументом в пользу связи декадных (60-летних) колебаний LOD с процессами на границе ядро-мантия [373].

Причиной декадных изменений LOD считается обмен угловым моментом между ядром и мантией в недрах Земли. Корреляции с магнитным полем [305] и геомагнитными джерками [338, 370, 371, 441] указывают на то, что имеется связь с перераспределением расплавленного материала в недрах и генерацией магнитного поля.

Сходство декадной температурной климатической моды и скорости вращения планеты было отмечено еще в 1980 г. К. Ламбеком в его монографии [172], но так и не получило объяснения. Мы проверили статистически гипотезу H_0 о том, могут ли вариации магнитного диполя являться общей причиной декадных изменений LOD и вариаций температуры. Суть теста состоит в следующем: предположим ряд z_1 , возможно со сдвигом, является общей причиной некоторой части изменчивости рядов z_2 и z_3 . Это и есть гипотеза H_0 . Чтобы это проверить:

а) выполняется проецирование этих рядов на z_1

$$z_2 = a_2 z_1 + Z_2, \quad z_3 = a_3 z_1 + Z_3,$$

б) H_0 отвергается, если корреляция ряда z_2 с остатками Z_3 и корреляция ряда z_3 с остатками Z_2 значимы, т.е. остатки Z_2 , Z_3 объясняют существенную часть изменчивости исследуемых рядов [449].

Запаздывание кривой LOD относительно вариации магнитного момента Δm_d оценено нами в 13 лет. Методом НМНК мы подобрали 65-летнюю гармонику изменчивости Δm_d и продлив ее на интервал 1850-2018 гг. с запаздыванием, взяли за ряд z_1 общей причины. Мы вычислили коэффициент корреляции z_1 с изменчивостью LOD (z_2), который составил 0.65 ± 0.1 , и с аномалиями температуры (z_3), оказавшийся равный 0.56 ± 0.1 . Корреляции остатков Z_2 с z_3 и Z_3 с z_2 составили лишь 0.03 и 0.04, что позволяет считать гипотезу H_0 , о том что изменения магнитно-

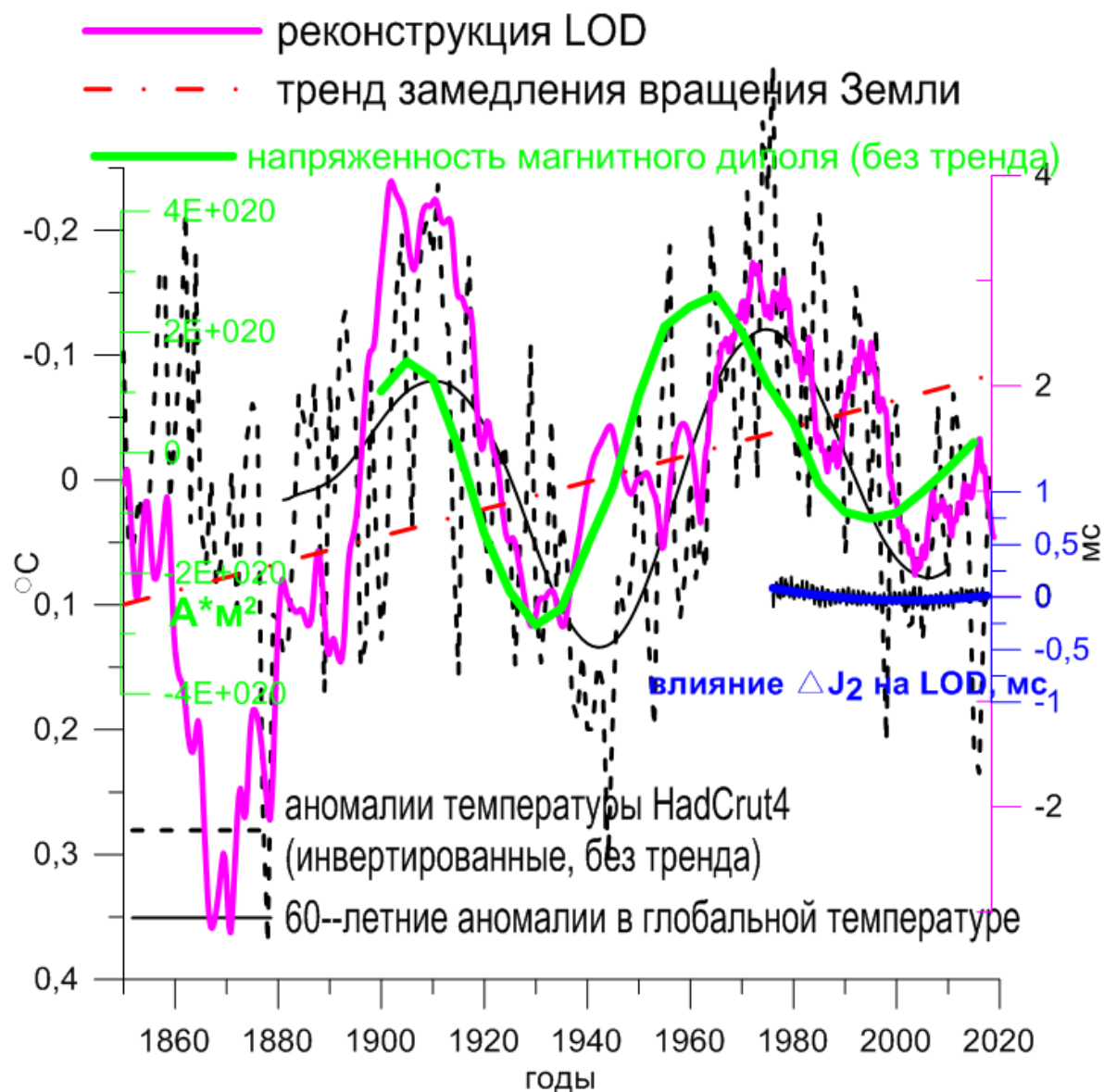


Рис. 10.8: Сравнение вызванных J_2 изменений LOD, аномалий температуры и магнитного дипольного момента с долговременной реконструкцией LOD с 1832 по 2017 г. Тренд LOD (0.013 мс/год) показан красным пунктиром.

го поля могут быть общей причиной как вариаций LOD, так и изменений температуры в 60-летнем цикле, приемлемой.

Вопрос об изменениях LOD и климатических индексах на многолетних интервалах времени поднимается в работе [373], где внутренне ядро выдвигается на роль основного фактора. Но как процессы в недрах могли бы влиять на поверхностные характеристики, такие как температура и уровень моря, остается неясным. Возможно вынос тепла из недр Земли, весьма пространственно неоднородный [83, 123, 292], меняется во времени? Тогда это должны были зафиксировать спутники и наземные измерительные станции. Кроме того, это сказалось бы на сейсмичности. Если вынос дополнительного тепла происходит в океанах, то нагрев глубинных слоев должен был бы быть замечен современными средствами наблюдений и сказался бы на балансе уровня моря. Изменения уровня моря, конечно, влияют на фигуру [336, 432] и тензор инерции Земли, но величины слишком малы, чтобы существенно повлиять на скорость её вращения.

Нами было замечено [10] что декадные вариации LOD с 1962 г. также антикоррелированы с 20-летней компонентой (ГК 2) изменений температуры на Земле. Это было показано на рис. 6.1 слева, где неприливные колебания LOD с 1962 года из бюллетеня EOP C04 [497] сопоставлены с ГК 2 температуры и угловым моментом атмосферы (ААМ). Высоко-частотная (менее года) изменчивость LOD практически полностью объясняется обменом моментом импульса с атмосферой. Однако тренды и декадные колебания ААМ слишком малы (см. рис. 6.5, 6.9, 8.9, табл. 6.2, 10.3) [7, 305]. Объяснить декадные колебания LOD обменом импульсом ни с атмосферой, ни с океаном не удаётся.

Но что, если выявленная корреляция между температурой и скоростью вращения Земли реальна? Тогда эпохи увеличения последней будут сопутствовать росту температуры.

Одна из последних тенденций – это смена ускорения во вращении Земли на замедление в ~ 2003 году. Почти одновременно с этим изменился тренд J_2 . Чтобы объяснить такое поведение LOD посредством изменений J_2 и, в свою очередь, изменениями поверхностных масс, например таянием ледников Антарктиды и Гренландии, потребовалось бы уменьшить знаменатель выражения (10.2) в ~ 20 раз. Без этого вычисленное выше и представленное на рис. 10.7, 10.8 влияние тренда J_2 на LOD составляет лишь 0.1 мс. Даже если использовать в [262] для знаменателя (10.2) значение момента инерции мантии C_m , результат изменится лишь в 1.14 раза. Уменьшить знаменатель (10.2) позволяет смелая гипотеза Сидоренкова и Корсуня [126, 177], согласно которой LOD лишь отражает

проскальзывание литосферы по астеносфере. Момент инерции литосферы C_l примерно в 27 раз меньше C всей Земли. На годовых периодах проскальзывания литосферы по астеносфере происходить не может, но на больших периодах этому может способствовать уменьшение трения под действием приливных вибраций [275]. При таких предположениях, тренд в движении полюса также может оказаться следствием движений земной коры. Такая гипотеза, хотя и способна объяснить некоторые корреляции, вступает в противоречие со значениями моментов инерции, принятых в уравнениях теории прецессии и нутации (приложение А). Она также ведёт к серьезным разночтениям в уже принятых моделях.

Отметим что изменения в J_2 также ведут к изменению периода Чандлера пропорционально относительным изменениям J_2 (12.23). Расчеты дают весьма малую поправку к 433-суточному периоду, – порядка нескольких секунд.

10.9 О корреляциях, остающихся под вопросом

Если относительно сходства скорости вращения Земли и аномалий температуры пока можно сказать лишь то, что эмпирическое сходство на лицо, а причина не ясна. То к выводам о некоторых других замеченных корреляциях следует относиться еще осторожнее.

На рис. 10.9 слева повторно представлены графики сглаженной скорости вращения Земли (отфильтрованной и инвертированной LOD) и 60-летней компоненты ГК 1 изменений глобальной температуры на Земле из раздела 8.2 и работы [9]. Корреляция составляет $r = 0.92 \pm 0.03$. Она значима на уровне 10% даже при вычислении по 6 точкам. В нашем случае, даже с учетом сглаживания, число степеней свободы заведомо больше 10. График проинтегрированного индекса NAO приведен для сравнения с изменениями температуры.

На том же рисунке справа огибающая ЧДП сопоставлена с 60-летней компонентой колебаний уровня моря ГК 1, выделенной в разделе 8.4. Корреляция составляет $r = 0.72 \pm 0.08$, что значимо на 10% уровне при вычислении уже по 10 точкам. Для нашего ряда с числом степеней свободы порядка 130, значимым значением корреляции ($\alpha = 10\%$) является уже 0.2 [280]. Амплитуда ЧДП (рис. 4.1) была исключительно мала в 1930-е годы XX в и стремительно уменьшилась сейчас, в 2010-е [7, 382, 386]. Сопоставление с аномалией температуры было дано на рис. 4.2. Складывалось ощущение, что 80-летняя огибающая ЧДП идет в противофазе с 60-летним циклом АМО. Но тогда, поскольку с последним антикоррелирована LOD, амплитуда ЧДП должна увеличиваться

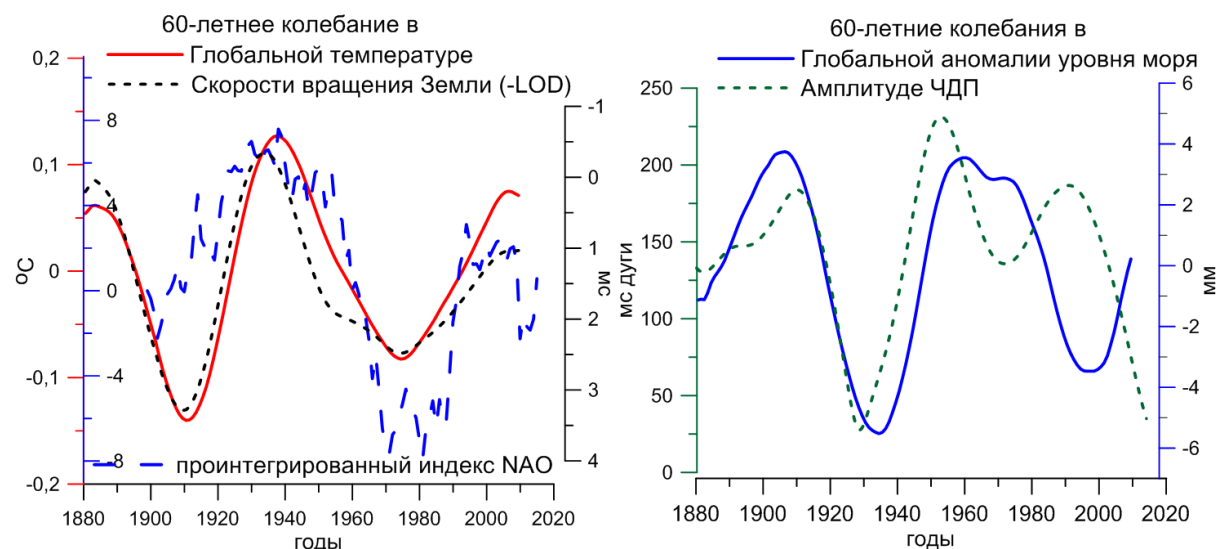


Рис. 10.9: Слева – долгопериодические вариации в скорости вращения Земли (отфильтрованная и инвертированная LOD), проинтегрированный индекс NAO и 60-летняя компонента (ГК 1) изменений температуры на Земле. Справа – огибающая чандлеровского колебания и ГК 1 изменений уровня моря (GMSL A).

одновременно с замедлением скорости вращения Земли. В работе [194] обсуждается корреляция между LOD и амплитудой чандлеровского колебания, как возможное свидетельство дрейфа литосферы по астеносфере. Классическая теория из приложения А говорит, что эффекты взаимного влияния LOD и ДП должны быть очень малы.

Посмотрим на представленное в правой панели рис. 10.9 сходство с другой стороны. В разделе 8.4 упомянута работа [410], в которой предложено считать аномалии температуры производной аномалий уровня моря, согласно формуле (8.1). Если последние коррелированы с амплитудой ЧДП, то, поскольку возбуждение ЧДП, в соответствии с уравнением Эйлера-Лиувилля (3.1), также получается дифференцированием, аномалии температуры должны оказаться коррелированы с огибающей чандлеровского возбуждения. Такая корреляция действительно имеет место и была показана на рис. 3.5 справа как для квази-20-летней, так и для более длительной ~ 80 -летней составляющих. Сходство может быть случайным совпадением, а может быть и нет.

Проведенный нами тест на общую причину по правой части рис. 10.9, где за ряд z_1 общей причины была взята амплитуда ЧДП с 1881 по 2010 гг., а ряды аномалии GMSL A и GMSL B (нефильтрованные отклонения

от параболического тренда, рис. 8.1) принимались за z_2 , z_3 , провалился. Корреляции z_2 , z_3 с z_1 составили 0.43 ± 0.1 и 0.34 ± 0.1 , а невязок Z_2 , Z_3 с z_3 , $z_2 - 0.51 \pm 0.1$ и 0.49 ± 0.1 соответственно. Впрочем тест на общую причину, когда оба ряда z_2 и z_3 , по сути, воспроизводят одну и ту же величину (уровень моря), хотя и полученную по-разному (корреляция между ними $r = 0.61 \pm 0.1$), не совсем правомерен.

В печати регулярно появляются работы, списывающие 60-летние аномалии в климате на влияние планет, например, Юпитера и Сатурна [143, 220], а 10-летние – на Солнечную активность [93, 423]. Мы считаем, что такого рода гипотезы пока нельзя считать доказанными. Кроме того, из анализа аномалий температуры по кольцам долгоживущей калифорнийской сосны и кернам льда, представленном в книге [114], следует, что наблюдаемый сегодня глобальный 60-летний цикл изменчивости температуры несколько веков назад был 200-летним.

Обсудим 20-летние циклы температуры, LOD и чандлеровского возбуждения. Ряд авторов считает, что наблюдаемые изменения спровоцированы приливным влиянием Луны и движением Земли вокруг центра масс системы Земля-Луна [24, 1, 250, 363], возлагая на прецессию лунной орбиты ответственность за квази-20-летние колебания LOD и температуры на Земле. Однако приливные эффекты все хорошо рассчитаны и влияние зональных приливов, к примеру, на LOD, согласно модели IERS [495], находится в пределах долей мс. Если говорить о колебаниях оси Земли, то влияние лунно-солнечного потенциала Λ в уравнении (12.5), на первый взгляд, содержит в себе все лунное влияние и вызывает соответствующие компоненты нутации. Частоты приливных воздействий лежат в диапазоне $[-1.5, -0.5]$ циклов в сутки в ITRS и почти не попадают в диапазон движения полюса. Но не следует забывать, что даже обнуляя внешние силы в однородных уравнениях Эйлера (12.6), мы не избавляемся от геофизических процессов и их реакции на долговременные модуляции приливов. И хотя океанические процессы, как считается, играют относительно небольшую роль в долговременных вариациях LOD (с ними не удастся связать декадные изменения), а существенных приливных изменений в коэффициентах C_{21} , S_{21} и возбуждениях движения полюса не выявлено, следует помнить, что с диссипацией энергии в океане и астеносфере связан тренд замедления вращения Земли (2.4 мс за столетие в LOD по теории, 1.3 мс/век – согласно рис.10.8) [81]. Поэтому нельзя исключить, что 18.6-летняя прецессия, модулируя прилив, меняет темп энерговыделения (таблица 6.2) при приливной диссипации, сказывающийся на LOD, а также перераспределяет массы так, что через тензор инерции это влияет на движение полюса.

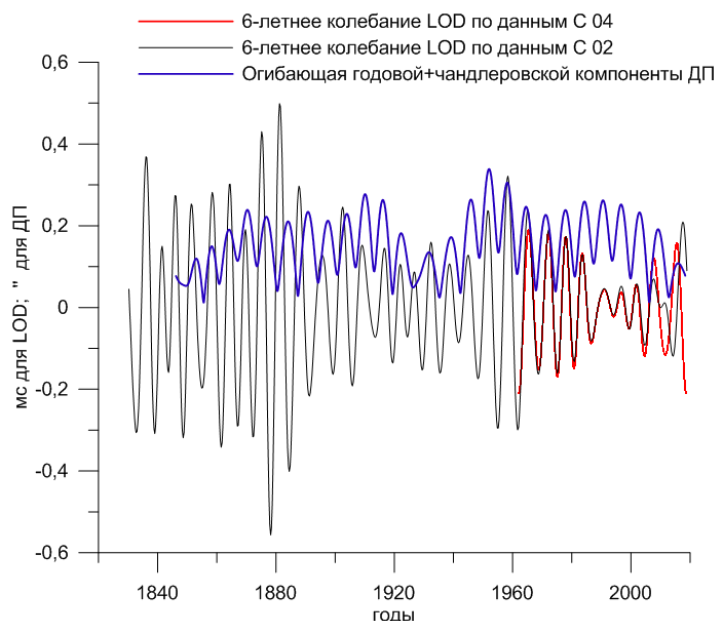


Рис. 10.10: 6-летние колебания LOD выделенные из бюллетеней C02 и C04 и сопоставленные с 6.4-биениями в движении полюса.

Однако оценки геофизических возбуждений показывают, что приливные деформации и изменения приливного потенциала слишком малы, чтобы серьезно повлиять на тензор инерции Земли и вызвать долгопериодические изменения в LOD величиной в мс [133]. К тому же, как уже говорилось, в данных ОАМ и ААМ 18-летних периодичностей не обнаружено, а внешний момент сил на океан и атмосферу даёт поправки к возбуждению лишь на уровне нескольких микросекунд [258]. Изменения наклона оси вращения Земли в 18-летнем цикле нутации составляют лишь $\sim 17''$ [162], что несущественно сказывается на инсоляциях климатических поясов. Влияние асимметричного члена третьего порядка в разложении приливного потенциала также весьма мало.

10.10 О 6-летних колебания LOD

Чрезвычайно интересны 6-летние колебания LOD, которые связываются в работах Бена Чао [277, 354] и др. с резонансными эффектами на границе ядро-мантия. Внешние моменты сил при этом не учитываются. Отфильтрованное методом Пантелеева 6-летнее колебание LOD по данным бюллетеней IERS C02 и C04 представлено на рис. 10.10. Оно демонстрирует перепады амплитуды от 0.01 до 0.4 мс. К. Бизуаром выдвинуто предположение, о том, что эти колебания могут быть связаны

с 6.4-летним биением годового и чандлеровского ДП (полный цикл 12.7 года). Сопоставление биений радиуса движения полюса, вычисленного суммированием ЧДП и годовой волны, с 6-летним сигналом LOD на рис. 10.10 заставляет в этом усомниться. С другой стороны, следует критически относиться и к работам, где 6-летний сигнал LOD используются для оценивания сжатия ядра и других внутренних параметров Земли без учета его изменчивости [308]. Впрочем, это не умоляет теоретической значимости работ. Оцениванию влияния топографических эффектов, магнитного сцепления и трения на границе ядро-мантия в диапазоне прецессии и нутации посвящены работы В. Дехант [161]. Из них следует, что на этой границе могут возникать медленные волны сдвига, способные даже незначительно повлиять на диссипацию энергии и теплоперенос. Топография границы ядро-мантия изучается также в работах Хуана Ченли [339]. Любопытно было бы сравнить теоретические расчеты с экспериментами исследованиями Института механики МГУ, где имеется установка, воспроизводящая волны во вращающейся многослойной жидкости [468].

10.11 Итоги анализа первых коэффициентов геопотенциала

Данные по гравитационному полю по данным SLR и спутников GRACE позволяют отслеживать изменения первых коэффициентов гравитационного потенциала Земли, дают непосредственную информацию об изменениях тензора инерции Земли и открывают возможность изучения влияния перераспределения масс на вращение планеты.

Данные SLR в течение последних четырех десятилетий обеспечивают долгосрочные стабильные определения начала ITRF. Геоцентр определяется по наблюдениям сети станций слежения, расположенных на твердой поверхности Земли. Результаты SLR наиболее близки к смещениям, прогнозируемым по моделям. В первой части главы был проведен анализ смещений геоцентра по данным Международной службы лазерной локации ILRS с 1992.87 по 2017.13 гг. На основе МССА были проанализированы три компоненты вектора смещений геоцентра (X , Y , Z). Сделан вывод, что компоненты X и Y изменяются в значительно меньшей степени, чем Z , что может быть связано с худшей точностью определения последней. Были вычислены линейные тренды (см. таблицу 10.1) и определены скорости смещений, составляющие 0.03, -0.07, -0.1 мм/год для X , Y , и Z координат, соответственно. Т.о., относительно принятой на данный момент земной системы координат ITRF 2014, смещение геоцентра,

в основном, направлено по оси Z к южному полюсу. Было выявлено, рис. 10.3, что в сферической системе координат смещения геоцентра группируются в некоторой выделенной полосе широт, наклоненной к экватору. Это требует дополнительного изучения. С помощью Фурье-анализа были получены спектры координат геоцентра, периодичности в которых соответствуют всевозможным эффектам от глобальных перераспределений масс океана, ледников, воды, снега и др.

МССА был применен к временному ряду колебаний коэффициента J_2 , что позволило выделить как ранее известные [290] закономерности, так и обнаружить новые. В частности, выделены компоненты с периодами 0.5 года, 1 год, 8, 10 и 20 лет связаны с сезонными и декадными перераспределениями масс океана, атмосферными колебаниями и воздействием лунных приливов. Важным результатом видится обнаружение тренда, сменившего знак в ~ 2005 г. И, хотя продолжительность данных пока еще недостаточна для окончательного вывода, мы рискнули предположить, что это может быть проявлением колебания с предполагаемым периодом около 60 лет.

Изменения в коэффициентах C_{21} , S_{21} были пересчитаны во влияние на движение полюса, а в J_2 – на LOD. Влияние на LOD составило порядка 0.2 мс на протяжении 40 лет. Этого недостаточно, чтобы объяснить смену вращения Земли с ускоряющегося на замедляющийся, которая произошла в ~ 2003 г.

После пересчета C_{21} и S_{21} в функции углового момента (возбуждения) и их сравнения с трендами движения полюса, было установлено, что они находятся в хорошем согласии. Это позволяет заключить, как и в [245], что изменения климата, влияющие на распределение масс, таяние льдов, изменение водного баланса суши, напрямую определяют дрейф полюса Земли. Если послеледниковое поднятие GIA определяет вековые тренды, то декадный дрейф определяется климатическими процессами. В свете этого вывода становится особенно актуальным вопрос взаимосвязи изменений климата и вращения Земли.

Сделанные в диссертации сопоставления приводит нас к выводу, что изменения во вращении Земли (ее скорости LOD и амплитуде ЧДП) могут быть взаимосвязаны с многолетними климатическими колебаниями, прослеживающимися в температуре на Земле и уровне моря. Ведь само слово “климат” в переводе с греческого означает наклон [122]. Оно этимологически связано с наклоном пути Солнца к горизонту и направлением оси вращения Земли.

Глобальные климатические индексы, такие как температура и уровень моря, ведут себя на удивление схоже с характеристиками вращения

Земли. Почему же до сих пор считается, что эта связь слишком туманна, [305], а её возможный механизм ускользает из поля зрения исследователей? Легче всего откеститься от проблемы, сказав, что достоверность некоторых корреляций вызывает сомнения, особенно если они получены по сглаженным рядам, имеющим всего несколько перепадов, недостаточно продолжительным для суждения о медленных процессах [280]. Судить об ансамбле явлений со статистических позиций легче, чем доискиваться причин конкретного явления. И, хотя в природе все имеет свою причину, выяснять причины наблюдаемых декадных колебаний, например амплитуды ЧДП, берутся далеко не все.

Система по-настоящему сложна: циркуляция в системе оболочек Земли изменчива, действует множество обратных связей, не все параметры хорошо известны, а процессы наблюдаемы. Если для шкал времени в миллионы лет гипотеза Миланковича о влиянии астрономических факторов, в т.ч. вращения Земли, на климата более или менее принимается [98], то на интервале в столетие такая гипотеза сталкивается как с недостаточной продолжительностью наблюдений необходимой точности, так и с проблемой больших откликов на малые воздействия. Для анализа этих проблем требуется широкий, междисциплинарный взгляд, при большом внимании к деталям. В областях наук, где моделирование множества воздействий, определяющих ход результирующего процесса, на разных шкалах и масштабах затруднено, применяют статистический подход [80, 320, 321]. Даже климатологи говорят, что погоду трудно предсказать, поскольку здесь стоит вопрос о фазе колебания, а иметь дело с климатом легче, поскольку здесь речь уже идет о статистических характеристиках. Такой подход приемлем и в геофизике.

На основе выявленных корреляций можно сказать, что между вращением Земли и происходящими на ней климатическими процессами имеется, по крайней мере, информационная взаимосвязь, которую можно использовать для повышения точности прогнозирования ПВЗ и климата Земли. Поэтому мы предлагаем включить ПВЗ в перечень Важных климатических переменных ECV.

И хотя мы и не можем сейчас установить причинно-следственный механизм, мы склонны считать, что отмеченные на рис. 6.1, 10.9 сходства могут иметь под собой физические основания и достойны дальнейшего изучения.

Глава 11

Статистический анализ прогнозов ПВЗ

*Всё начнётся и тут же кончается. Звёздно и хрупко.
Снежно кружит Земля. По орбите плывёт колесо.
Б. Кутенков*

11.1 О прогнозировании ПВЗ

Прогнозирование параметров вращения Земли (ПВЗ) очень важно для средств космической навигации и глобального позиционирования, для преобразования между земной и небесной системами координат и для высокоточных наблюдений на астрономических обсерваториях. Погрешность в 1 мс LOD на экваторе приводит к ошибке координат в 49 см. Игнорирование движения полюса, диапазон которого доходит до 12 м, приводит к ошибке такого же порядка уже через полгода. Точность современных наблюдений намного выше точности теоретических моделей вращения Земли. Поэтому прогнозирование ПВЗ опирается не столько на них, сколько на аппроксимационные математические модели. Однако разработка физических моделей также крайне важна. Исследования вращения Земли, проводимые в нашей и других работах, способствуют объяснению явлений, происходящих на планете и в ближнем космосе, улучшают координатное обеспечение, и, по нашему мнению, даже могут повысить прогнозируемость изменений климата на планете [429].

В данной главе мы представим статистическое исследование прогнозов ПВЗ: координат полюса x и y , и скорости вращения Земли, задаваемой параметрами UT1-UTC либо LOD, – выполнявшихся в течение пяти лет ежедневно в рамках международного конкурса EOPC PPP (Earth Orientation Parameters of Prediction Pilot Project) [486], проводившегося USNO (U.S. Naval Observatory) начиная с 2011 года. Прогнозы из-

начально были разработаны для конкурса EOP PSS (Earth Orientation Parameters Prediction Comparison Campaign), инициированного В. Кошем в Варшаве, и проводившегося в 2005-2009 гг., результаты которого были опубликованы в [3].

В качестве исходных данных использовались суточные ряды ПВЗ из бюллетеня EOP C04, содержащего комбинированные решения, точнее специальная версия этого бюллетеня, содержащая сведения вплоть до текущей даты [498]. Прогнозы строились на 90 дней вперед. Статистика вычислялась на основе сравнения выполненных прогнозов с поступавшими позднее данными из того же бюллетеня [499]. Подробнее о современных наблюдениях ПВЗ можно узнать в главе 1 (рис. 1.1) и на сайте EOP PC [497], где публикуются данные по вращению Земли.

Прогнозирование выполнялось в ГАИШ МГУ методами авторегрессии (AR), средней квадратической коллокации (LSC) и нейронными сетями (NNET). Шанхайской обсерваторией (SHAO) предоставлялись ежесуточные прогнозы на основе МНК и авторегрессии AR [448]. Мы самостоятельно комбинировали три прогноза AR, LSC, NNET, сделанные в ГАИШ МГУ, и Шанхайский прогноз SHAO в комбинированное решение COMB, характеристики которого наиболее интересны. Программный пакет для прогнозирования был создан с использованием C++, Pascal, Matlab, GSL, Fortran. Статистический анализ реализован на языке пакета Matlab. Ниже мы представим результаты этого анализа в виде таблиц, графиков и цветовых карт.

Подробно познакомиться с разнообразными методами, использованными нами [16, 11, 51], а также другими авторами, можно в работах [3, 246, 247, 358, 385, 350, 414, 429, 430, 458, 459, 463]. Многие из методов сравнивались в рамках конкурса EOP PSS [3]. Оптимальные результаты для скорости вращения Земли и движения полюса показал фильтр Калмана с использованием прогнозов ААМ, высокую точность дали также нейронные сети и МНК+АР метод.

Одной из задач инициированного USNO конкурса EOPC PPP была проверка, насколько комбинированный прогноз будет лучше отдельно взятых прогнозов. Он действительно оказался лучшим. Была опубликована предварительная статья [348], однако результаты конкурса так и не появились в печати, итоговая статистика предоставлялась лишь онлайн [486].

В России мониторингом и прогнозированием ПВЗ занимается Главный метеорологический центр Государственной службы времени и частоты ГСВЧ ВНИИФТРИ [475], прогнозы этого центра, публикуемые в бюллетене А на полтора месяца вперед, давно не улучшались. В Китае большой

интерес к прогнозам проявляет Космическое агентство КНР. В последнее время появляется много работ китайских ученых, посвященных проблеме улучшения прогнозов [446, 448].

Прогнозы, анализ которых представлен в данной главе, были запрошены Парижской обсерваторией для предоставления на сайте ЕОР РС. Представленный ниже статистический анализ позволил не только выявить преимущества и недостатки методов, но и наметить пути их улучшения.

11.2 Об использованных методах прогнозирования

Прогнозирование рядов ПВЗ, как уже говорилось, реализовано четырьмя методами: авторегрессией (AR), средней квадратической коллокацией (LSC), нейронными сетями (NNET), и комбинацией МНК+АР методов в прогнозах Шанхайской обсерватории (SHAO). На их основе строилась комбинация (COMB). Рассмотрим их подробнее.

11.2.1 Метод наименьших квадратов

Полиномиальный тренд и гармонические колебания неизменно присутствуют во временных рядах [95]. Исследуемые нами ряды ПВЗ – координаты полюса x и y , ряд UT1-UTC и LOD, – содержат тренды и гармоническую составляющую, которая может быть выделена спектральным анализом (рис. 1.5) [3, 266]. Для прогнозирования мы использовали следующую модель, параметры которой оценивались методом наименьших квадратов

$$X_i = a + bt + c \sin\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) + d \cos\left(\frac{2\pi t}{T_1}\right) + e \sin\left(\frac{2\pi t}{T_2}\right) + f \cos\left(\frac{2\pi t}{T_2}\right), \quad (11.1)$$

где t – время, a, b, c, d, e, f – неизвестные амплитуды, подлежащие оценке. Для UT1-UTC и LOD основными периодическими компонентами, за вычетом приливов, выполнявшемся по модели МСВЗ [493], являются годовое и полугодовое колебания $T_1 = 365.24$, $T_2 = 182.62$ суток. Для ДП (x, y) оцениваются амплитуды годовой гармоник и чандлеровского колебания с периодом $T_2 = 435.00$ суток. Однако, поскольку амплитуда ЧДП переменна, а его период оценивается в разных работах в пределах от 430 до 437 дней, в методе AR мы сделали T_2 также свободным параметром. Для подбора чандлеровского колебания на 6-летнем базовом интервале нами использовался нелинейный МНК. Таким образом, в рамках модели

(11.1) в методе AR варьировались не только амплитуды и фазы¹, но и период ЧДП. В прогнозах ШАО этого не делалось.

11.2.2 Авторегрессия

После того, как детерминированная часть временных рядов смоделирована и вычтена, для остаточных разностей можно использовать стохастическую модель. Если выбран интервал, на котором временной ряд предполагается квазистационарным, то на нем может быть использована модель авторегрессии AR [118, 266]. Для стационарной случайной последовательности X_i , $i = 1, 2, \dots, N$ она выражается следующим образом

$$X_i = \sum_{j=1}^p \alpha_j X_{i-j} + v_i,$$

здесь v_i – белый шум с нулевым средним значением, p – порядок модели, α_j – коэффициенты авторегрессии, которые можно определить путем решения уравнений Юла-Уокера в ходе рекурсии Левинсона-Дурбина [156]. Оптимальный порядок p может быть определен по критерию конечной ошибки предсказания (FPE) Акаике [248].

11.2.3 Средняя квадратическая коллокация

Средняя квадратическая коллокация (LSC) – метод матричной регрессии, широко используемый в геодезической съемке и при комбинировании измерений силы тяжести [95, 385]. На его основе, в частности, планируется вычислить геоид с точностью до 1 мм [450]. Пусть наблюдательная модель задана в виде $\mathbf{l} = \mathbf{t} + \mathbf{n}$, где $\mathbf{t}$ – полезный сигнал, $\mathbf{n}$ – шум, который предполагается некоррелированным с сигналом. Если мы знаем ковариационные матрицы наблюдений $\mathbf{Q}_{ll}$ и шума $\mathbf{Q}_{nn}$, то можно получить кросс-ковариационную матрицу полезного сигнала $\mathbf{Q}_{tt} = \mathbf{Q}_{ll} - \mathbf{Q}_{nn}$. Разобьем вектор полезного сигнала $\mathbf{t}$ на часть $\mathbf{x}$, содержащую значения до настоящего момента времени, и вектор $\mathbf{f}$ будущих значений, тогда матрица $\mathbf{Q}_{fx}$ может быть получена как левая нижняя часть $\mathbf{Q}_{tt}$, а вектор сигнала в будущем может быть оценен как

$$\hat{\mathbf{f}} = \mathbf{Q}_{fx} \mathbf{Q}_{xx}^{-1} \mathbf{l}$$

Автоковариационная функция может быть оценена по наблюдениям или смоделирована.

¹Сумма $\sin$ и $\cos$ может быть представлена как $\cos$ с фазовой задержкой [26].

11.2.4 Нейронные сети

Нейронные сети (NNET) – мощный математический инструмент. Они появились в 1960-х годах с развитием исследований мозга [26, 3, 146]. Математические модели нейрона восходят к работам Мак-Каллока и Питтса (1943) и Розенблатта (1957) [103]. Нейронные сети активно используются при прогнозировании [429, 446, 444]. Простой нейрон может быть представлен формулой $y = f(\sum_{i=0}^n w_i x_i)$, где w_i – веса, $w_0 = 1$ соответствует поляризации, $x_0 = b$, $x_1 \dots x_n$ являются входными векторными значениями, f является передаточной функцией (функцией активации). Один нейрон производит один скалярный выход y . Нейроны могут быть организованы в слои. Каждый нейрон в слое имеет один и тот же входной вектор и функцию активации, он производит один элемент (компоненту) выходного вектора этого слоя. Размерность выходного вектора равна числу нейронов слоя. Выходной сигнал одного слоя последовательно поступает на вход следующего слоя и т.д. Так, трехслойная сеть может быть представлена выражением

$$Y = f_3(W_3 f_2(W_2 f_1(W_1 X))).$$

Здесь неизвестными параметрами являются весовые матрицы W_i . Они должны быть подобраны в процедуре итеративного обучения, посредством сравнения известных (желаемых) ответов с ответами, даваемыми сетью на входные данные обучающей последовательности (ОП). Ошибка распространяется по сети в обратном направлении и изменяет её веса. Этот процесс обучения так и называется – обратным распространением ошибки. При этом требуется, чтобы все функции активации в сети были дифференцируемыми. Сеть обучается предоставлять верные ответы для входных сигналов ОП, затем тестируется и используется на реальных данных.

На этапе обучения мы сформировали вектора ОП, содержащие по 100 отсчетов ряда за предыдущий период. По таким выборкам из 6.4-летнего интервала, предшествующего текущему моменту, сеть обучалась предсказывать следующий отсчет ряда, который считался желаемым откликом. На этапе функционирования требовалось, чтобы сеть спрогнозировала следующие 90 точек, для этого каждая следующая спрогнозированная точка рекурсивно присоединялась к входному вектору. Такой тип поточечного предсказания был реализован в нашем методе трёхслойной нейронной сетью из 15 нейронов, организованных по слоям как (7,7,1) [16].

11.2.5 Прогнозы Шанхайской обсерватории

В прогнозах Шанхайской обсерватории SHAO для подбора амплитуд гармоник использовался МНК. При этом как годовой период, так и период Чандлера задавались априорно. Остаточную стохастическую компоненту китайские коллеги прогнозировали авторегрессионным методом, но несколько отличным от нашего AR [448]. Вследствие этого, прогнозы Шанхайской обсерватории порой оказывались лучшими и при комбинировании улучшали статистику. Файлы с параметрами x , y , UT1-UTC ежедневно выкладывались на сервер [512]. Параметр LOD не прогнозировался.

11.2.6 Комбинированные прогнозы

Для получения комбинированных прогнозов использовались прогнозы, полученные всеми четырьмя вышеописанными методами AR, LSC, NNET, SHAO. Веса конкретных прогнозов в комбинации определялись исходя из погрешностей ME и RMSE (см. далее) вычисленных на интервале 01.2011-03.2012 по формуле:

$$w_l(t_i) = \frac{k}{ME_l(t_i)^2 + RMSE_l(t_i)^2} \quad (11.2)$$

где l обозначает метод прогноза, нормировочный коэффициент k был выбран так, чтобы выполнялось соотношение $\sum_l w_l(t_i) = 1$. При приближении к $t_i = 0$ ошибки могут стремиться к нулю, что может потребовать некоторой регуляризации формулы (11.2). Однако в нашем случае этого не потребовалось, поскольку погрешность последнего значения из свежего бюллетеня EOP C04 всегда отлична от нуля. Для всех представленных решений COMB веса были вычислены в 2012 г. и с тех пор не менялись. Пересчет весов по многолетней накопленной статистике может в будущем улучшить свойства комбинированного решения.

11.3 Статистический анализ результатов

11.3.1 Погрешности ME и RMSE

Среди показателей точности прогнозирования часто используется *средняя ошибка*, Mean Error (ME)

$$ME_i = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (p_j^i - o_j^i),$$

и *средняя квадратическая ошибка*, Root Mean Squared Error (RMSE)

$$RMSE_i = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (p_j^i - o_j^i)^2},$$

где o обозначает наблюдения, p – предсказание, i – номер прогнозируемой точки (интервал в будущем), j пробегает значения от 1 до n – числа прогнозов, используемых для вычисления статистики. В формуле для МЕ разности могут быть заменены модулем разности, тогда такая величина называется *средней абсолютной ошибкой* MAE (Mean Absolute Error). Если взять квадрат RMSE, то получится *средний квадрат ошибки* MSE (Mean Squared Error) – аналог дисперсии. Мы использовали МЕ и RMSE, чтобы охарактеризовать расхождение между прогнозами и реальными данными. Отличие между МЕ и RMSE состоит в том, что в МЕ учитывается знак отклонения, в то время как RMSE берется его квадрат. Эти две характеристики, по сути, – смещение и корень из дисперсии, то что в англоязычной литературе называют ассурасу и precision. МЕ характеризует смещение среднего, в то время как в RMSE характеризует разброс значений относительно него. МЕ может колебаться вблизи нуля, принимая отрицательные и положительные значения, RMSE – монотонно возрастающая функция времени (горизонта), отсчитываемого от начала прогнозирования в будущее [463]. При выборе той или иной характеристики может быть установлен компромисс, как в (11.2).

11.3.2 Пример отдельного прогноза

Бюллетень ЕОР С04 вплоть до последнего дня [498] использовался в качестве источника входных данных для всех прогнозов, выполнявшихся на 90 дней в будущее. Статистика рассчитывалась на основе сравнения прогнозов с реальными данными из этого бюллетеня, поступившими позже. На рис. 11.2 представлены графики прогнозов ПВЗ, начинающихся с конкретной даты 16.06.2016 (57555 MJD).

Они иллюстрируют поведение временных рядов ПВЗ в конкретном частном случае. На графиках видно, что все методы прогнозирования неплохо воспроизводят поведение ПВЗ. Однако разногласие с реальными, полученными позже наблюдениями (показанными пунктиром), растет со временем. Комбинированный прогноз (красный) всегда находится между кривыми для других прогнозов.

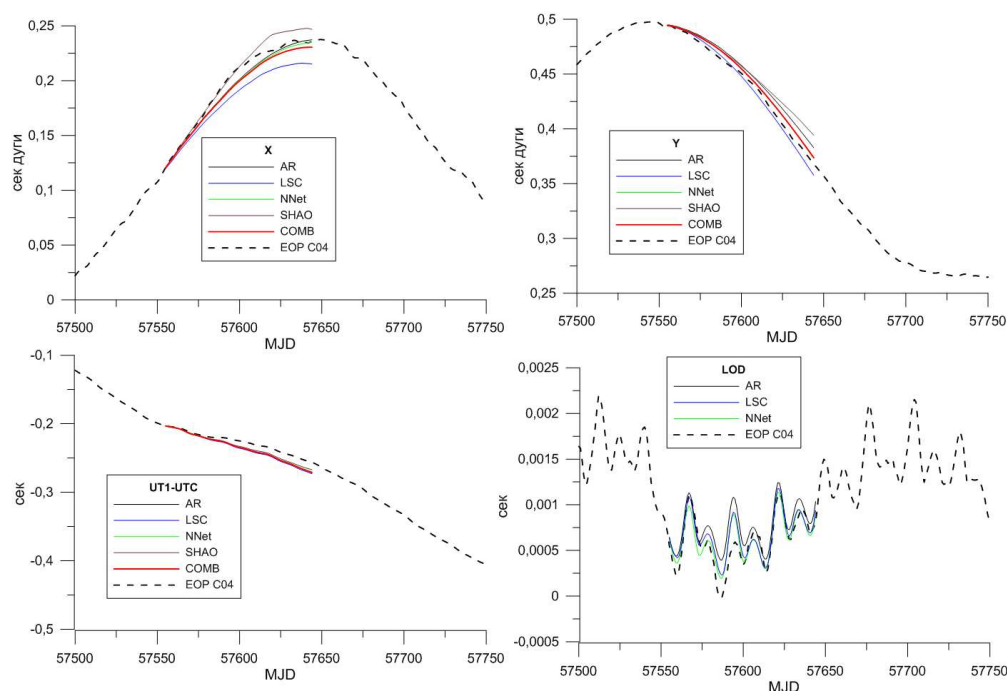


Рис. 11.1: Вверху: сравнение прогнозов x и y координат полюса начиная с 16.06.2016 (57555 MJD). Внизу: – для UT1-UTC, LOD.

11.3.3 Анализ отклонения прогнозов от наблюдений

На рис. 11.2 – для x -координаты, рис. 11.3 – для y -координаты, рис. 11.4 – для UT1-UTC и рис. 11.5 – для LOD представлены графики отклонений прогнозов ПВЗ от реальных наблюдений из бюллетеня EOP C04 в виде пучков кривых для методов AR, LSC, NNET, SHAO и их комбинации по данным на годовом интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728). Такого рода графики не только позволяют проиллюстрировать точность тех или иных методов, но и помогают выявить случаи нештатного срабатывания программ прогнозирования. Эти случаи, перечисленные в приложении Д, были исключены из рассмотрения, чтобы не исказить статистику.

На цветных картах на рис. 11.6, 11.7 представлены расхождения прогнозов x и y координат полюса и наблюдений на интервале 21.01.2012 – 24.05.2017 (MJD 57388-57896). Цветом показана величина отклонения в мс дуги. По горизонтальной оси отмечены даты начала прогнозирования, по вертикальной оси – горизонт прогноза от первого (вверху) до девяностого дня (внизу) в будущем. Хорошо видно чередование зон легкой и сложной предсказуемости. Оно связано с тем, что ряды нестационарны и существуют интервалы времени, когда прогнозы осуществить слож-

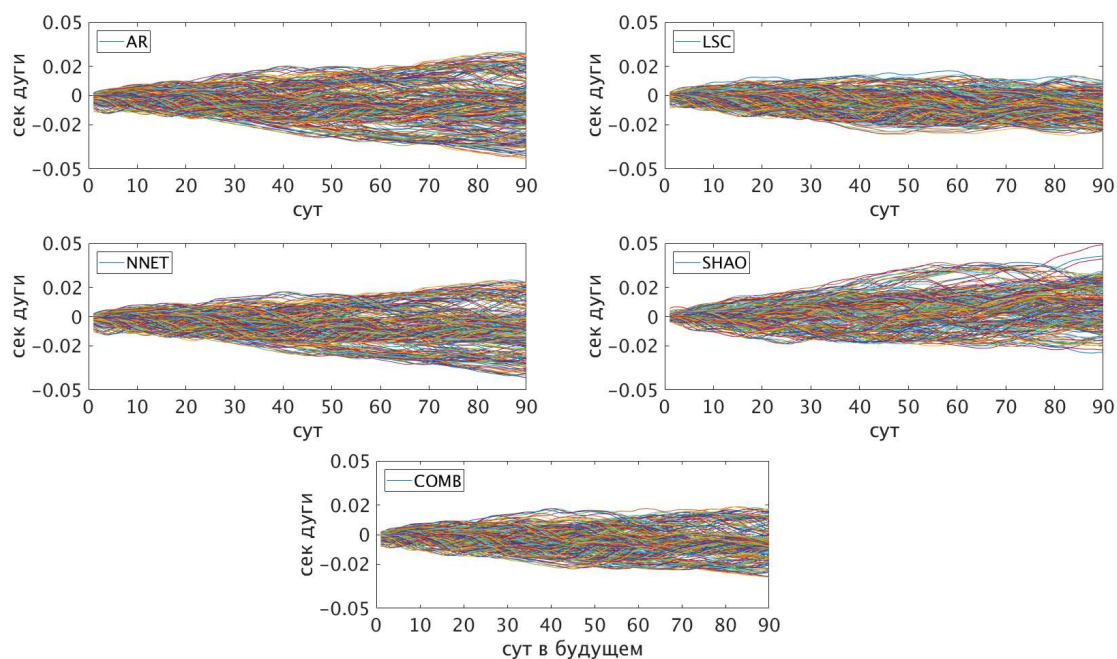


Рис. 11.2: Расхождения прогнозов x-координаты полюса, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).

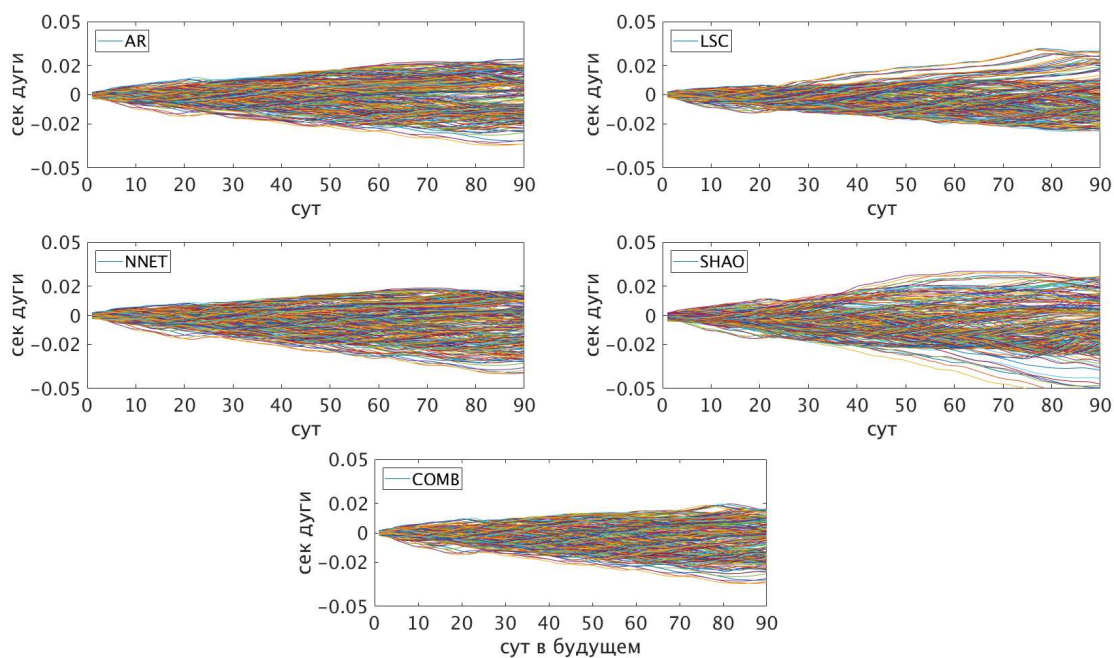


Рис. 11.3: Расхождения прогнозов y-координаты полюса, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).

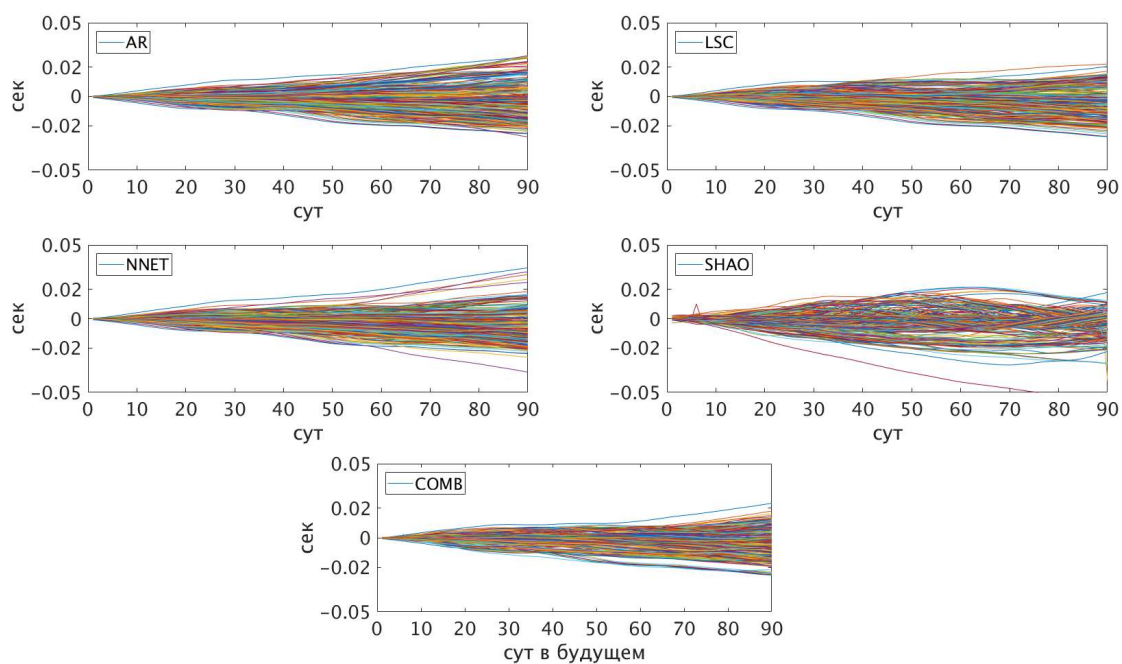


Рис. 11.4: Расхождения прогнозов UT1-UTC, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).

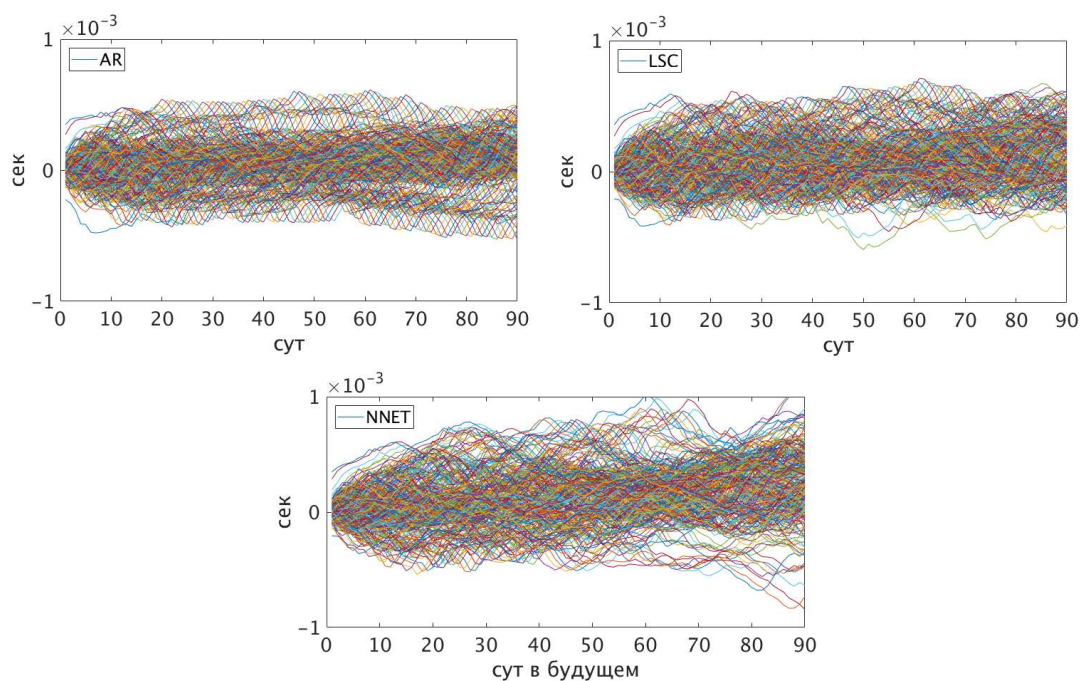


Рис. 11.5: Расхождения прогнозов LOD, выполненных методами AR, LSC, NNET на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).

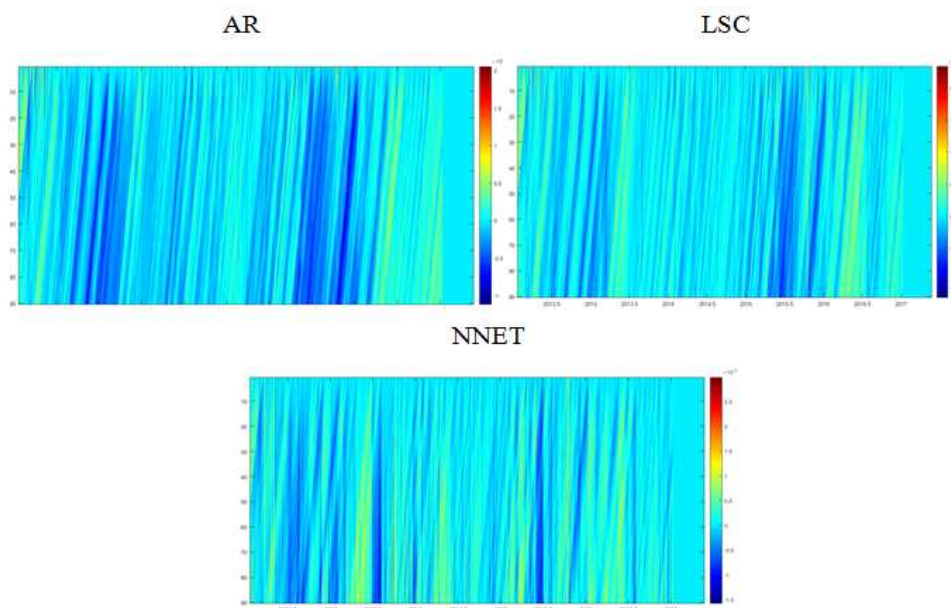


Рис. 11.6: Цветовые карты отклонений прогнозов LOD, полученных методами AR, LSC, NNET, от наблюдений на интервале 21.01.2012 – 23.05.2017 (MJD 55947-57896).

нее. Даты с трудной предсказуемостью смещаются по диагоналям снизу вверх, по мере появления внутри горизонта прогноза. По вертикальным линиям одного цвета можно выявить исключенные даты, когда прогнозы не выполнялись. Такая ситуация возникала либо из-за отсутствия соответствующего прогноза ШНАО, либо из-за сбоев в подаче электроэнергии/интернета в ГАИШ. Мы заполняли такие пропущенные дни на графике нулями (в статистику они не попадали). Благодаря цветовым картам отклонений были не только выявлены даты наибольших погрешностей, но и осуществлен поиск ошибок данных и выполнена их правка/исключение.

На рисунке 11.8 представлена общая статистика ME и RMSE для прогнозов x и y координат полюса, полученных разными методами, рассчитанная на интервале 21.01.2012 – 24.05.2017 (MJD 55947-57896) с шагом в один день (за исключением дней, когда прогноз штатно выполнить не удалось). На рисунке 11.9 представлены ME и RMSE для прогнозов UT1-UTC и LOD. Для LOD комбинация отсутствует, т.к. этот параметр не прогнозировался Шанхайской обсерваторией. Комбинированный прогноз всякий раз усредняет среднюю ошибку ME других прогнозов, а его RMSE находится на уровне точности лучших из использованных прогнозов.

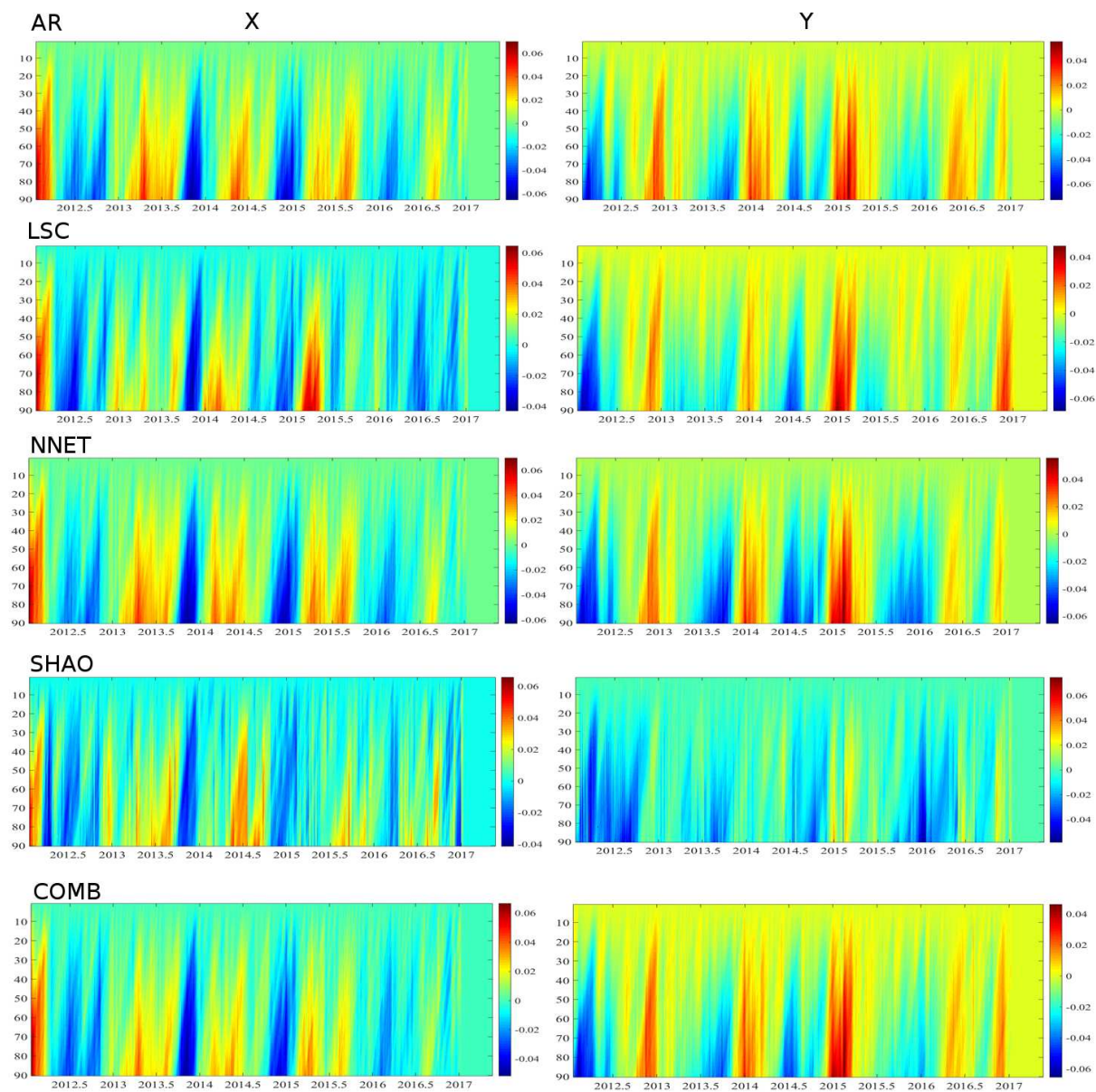


Рис. 11.7: Цветовые карты отклонений прогнозов x , y , UT1-UTC, полученных методами AR, LSC, NNET, SHAO, COMB, от наблюдений на интервале 21.01.2012 – 24.05.2017 (55947-57896 MJD).

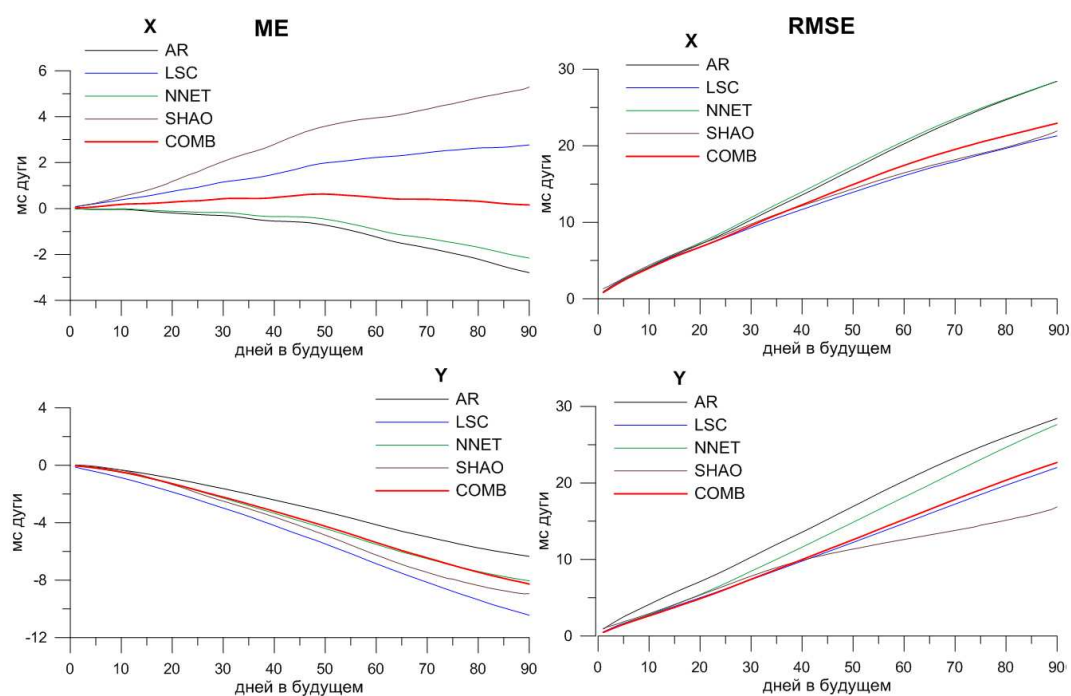


Рис. 11.8: Средняя ошибка ME слева и среднеквадратическая ошибка RMSE справа для координат полюса x, y по прогнозам методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2012–24.05.2017 (MJD 57388–57896)

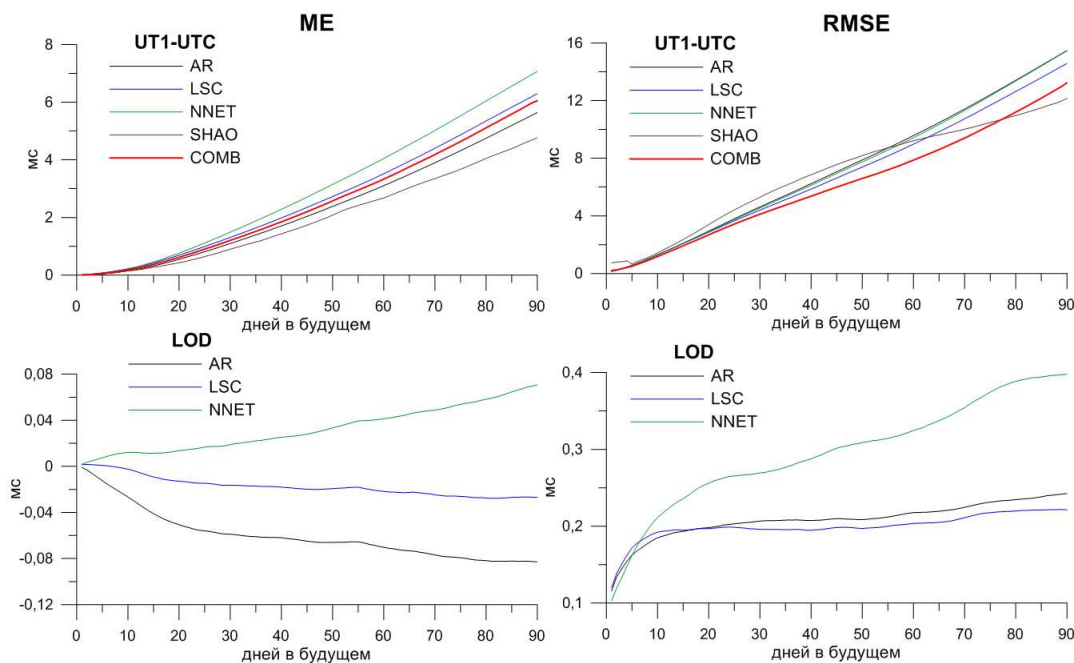


Рис. 11.9: То же что и на рис. 11.8, но для UT1-UTC и LOD.

Таблица 11.1: Сравнение точности нашего комбинированного прогноза COMB и прогноза бюллетеня А МСВЗ USNO на интервале 2013-2017 гг.

горизонт сутки	x	USNO x мс дуги	y	USNO y мс дуги	UT1-UTC 0.0001 сек	USNO UT1-UTC 0.0001 сек
1	0.8	0.3	0.5	0.2	2.0	0.6
5	2.4	1.9	1.5	1.3	5.0	2.2
10	4.0	3.4	2.6	2.4	11.7	4.9
20	6.8	6.1	4.9	4.0	26.8	19.4
40	12.3	10.5	10.0	7.0	53.6	48.1
90	22.9	19.0	22.7	14.0	132.3	119.6

Таблица 11.2: Сравнение точности нашего комбинированного прогноза COMB и прогноза бюллетеня А МСВЗ USNO за 2016 г.

горизонт сутки	x	USNO x мс дуги	y	USNO y мс дуги	UT1-UTC 0.0001 сек	USNO UT1-UTC 0.0001 сек
1	1.3	0.3	0.5	0.2	1.0	1.3
5	2.6	2.1	1.5	1.4	4.5	2.2
10	3.7	3.5	2.5	2.5	10.8	6.6
20	5.1	5.0	3.9	4.5	24.0	20.0
40	7.8	7.5	7.1	8.2	43.4	45.2
90	9.8	7.9	12.2	15.2	95.3	91.3

Сравнение с бюллетенем А МСВЗ

Для сопоставления в таблице 11.1 представлена статистика нашего комбинированного прогнозов COMB и статистика бюллетеня А МСВЗ, поставляемого USNO [494]. Статистика USNO вычислялась нами по данным из архива [518] с 2013 по 2017 гг. (за исключением 2016), она соответствует статистике, представленной в пояснительной записке МСВЗ [494].

В таблице 11.2 представлено сравнение нашего прогноза COMB за один 2016 год со статистикой бюллетеня А МСВЗ из таблицы 3а раздела 3.5.2 годового отчета МСВЗ 2016 [493]. Последняя существенно превосходит точность прогнозов за предыдущий 2015 год и погрешности прогнозов USNO, перевычисленные в работе [306]. Значения RMSE в таблицах 11.1, 11.2 даны для 1, 5, 10, 20, 40, 90 суток в будущем.

Из таблиц видно, что, хотя наши комбинированные прогнозы уступают по точности прогнозам USNO за период 2012-2017 гг., но по порядку величины они такие же. Для 2016 года, таблица 11.2, наш прогноз для u и UT1-UTC на горизонте более 20 дней опережает и без того необыкновенно точный прогноз бюллетеня А. И это при том, что мы, в отличие от USNO, не используем прогнозы возбуждающих функций.

Подчеркнем, что поскольку нами использован текущий бюллетень ЕОР С04 как источник данных для прогнозирования, ошибка для 1-го дня прогнозирования зависит от погрешности данных в этом бюллетене. С поступлением новых данных наблюдений значения в бюллетене ЕОР С04 уточняются, итоговые величины могут существенно скорректироваться. Статистика прогнозов, построенных на итоговых данных, может быть значительно лучше, чем статистика прогнозов реального времени, основанных на текущем бюллетене, но такого рода прогнозы будут лишь симуляцией.

11.4 Выводы по выполнявшимся прогнозам

Проведен анализ статистики для более чем 32400 прогнозов² реального времени, выполненных с 2012 по 2017 года в ГАИШ и SHAO четырьмя методами, основанными на LS, AP, LSC и NNET, а также комбинированного прогноза, полученного на основе весов, вычисленных по формуле (11.2) за период 2011-2012 гг.

Анализ показал, что погрешность результатов, в особенности для комбинированного прогноза COMB, сопоставима по порядку величины

²1800 суток $\times$ [4+1(COMB) метода $\times$ 3 параметра + 3 метода $\times$ 1 параметр (LOD)]

с прогнозами USNO, публикующимися в бюллетене А МСВЗ. Для статистики, вычисленной для 2016 года по u и UT1-UTC, наш метод даже превысил точность бюллетеня А на горизонте > 20 суток. Мы предлагаем наш комбинированный Российско-Китайский прогноз заинтересованным потребителям. Он может быть использован в космической геодезии, навигации, для прецизионных астрономических наблюдений.

Намечены пути улучшения прогнозов, которые могут быть основаны на пересчете весов комбинации, включении прогнозных данных ОАМ и ААМ [487], а также прогнозе огибающей ЧДП. В ходе исследований были разработаны программные пакеты (приложение Е) для работы с большими 4-D массивами рядов ПВЗ, которые в случае необходимости можно будет приспособить и к другим, например экономическим приложениям.

Заключение

*Шар земной, устав вращаться,
Может вдруг с цепи сорваться
Иль ко всем чертям взорваться,
Превратив живое в тлен.
Ничему не удивляться,
Ничему не удивляться
Никогда не должен истый джентльмен.
Наум Олев*

Изменения в продолжительности суток и положении оси вращения Земли имеют чрезвычайно важное значение для геодезии, астрометрии, навигации. Данные о вращении Земли, наряду с данными о фигуре Земли и гравитационном поле, относят к столпам, на которых стоит геодезия. Отклонения полюса, достигающие 5-8 метров, и вариации скорости вращения Земли, достигающие нескольких миллисекунд LOD, необходимо отслеживать и моделировать, в частности, для установления связи между земной TRS и небесной CRS системами координат. В представленной работе мы рассматривали LOD и движение полюса (геофизические эффекты с периодами вне интервала $[-1.5, -0.5]$ циклов в сутки в ITRS) на интервале 160 лет и практически не касались (кроме главы 7) вынужденной лунно-солнечной прецессии и нутации (астрономические эффекты с периодом более двух суток в ICRS).

О вариациях параметров вращения Земли мы кратко сообщили в первой главе работы. Прогнозирование этих вариаций затруднено тем, что они являются сводным откликом на множественные процессы, происходящие в океане, атмосфере и твердой Земле. Как известно, такие процессы носят комплексный, зачастую нестационарный характер, их трудно моделировать и предсказывать, а недостаток наблюдательных данных по ним стал восполняться лишь в последние десятилетия, с расширением сетей наземных станций и появлением спутниковых наблюдений. В наше время анализ больших геофизических, климатических и других научных данных является передовой линией научного фронта. Земля с её взаимодействующими оболочками – весьма “сложная система”. Недаром академик В.В. Адушкин, первый директор Института динамики гео-

сфер РАН, отметил, что те, кто в прошлом занимались теорией ядерного взрыва, сегодня переключились на изменения климата. Именно это направление требует создания больших физических моделей, по сложности сравнимых разве что с моделированием взрыва сверхновой.

До последнего времени особенности вращения Земли, отражающие процессы в оболочках Земли, интересовали геофизиков лишь как дополнительный канал информации о внутреннем строении планеты. Внимание климатологов они привлекали в связи с теорией Миланковича [256], согласно которой глобальные оледенения на Земле (рис. 8.6) связаны с астрономическими факторами: вариациями параметров орбиты, изменением наклона оси вращения Земли и ее прецессией. Для объяснения того, как слабые по амплитуде воздействия вызывают заметные отклики, как шумы, накапливаясь, переключают состояние системы из одного климатического режима в другой, была специально разработана теория стохастического резонанса.

Одной из целей представленной работы было заинтересовать специалистов широкого класса и, в свете собранных данных, привлечь их внимание к особенностям вращения Земли, позволяющим судить о прямых и обратных взаимосвязях в океане, атмосфере, недрах.

Классическая теория вращения Земли вынесена в приложение А, где выведены уравнения Эйлера-Лиувилля, показано, как учет полюсного прилива и диссипации позволяет получить значение чандлеровской частоты, лучше совпадающей с наблюдениями. Там же дан более подробный, чем в [161, 375, 376], вывод системы уравнений Мэтьюса и др., описывающей колебания оси вращения трехслойной Земли с мантией, жидким внешним и твердым внутренним ядром. Эти уравнения используются для вычисления резонансных мод, включающих ЧДП, околоосуточную свободную нутацию ядра, прямую свободную нутацию ядра и колебание внутреннего ядра. Две последних моды пока еще не обнаружены в наблюдениях. Передаточная функция, основанная на этой модели, используется для вычисления амплитуд прецессии и нутации в рамках теории МАС 2000 для реальной Земли, на основе рассчитанных амплитуд для модели твердой Земли.

Отталкиваясь от классической теории, мы обобщили уравнение Эйлера-Лиувилля на случай трехосной Земли, неравномерно покрытой океанами в главе 2. В рамках нового обобщенного уравнения были вычислены и проинтерпретированы геодезические возбуждения. В главе 5 выполнено их сопоставление с геофизическими возбуждениями, вычисленными по данными об угловом моменте океана и атмосферы. Согласие в прямом чандлеровском диапазоне оказалось весьма высоким, но недо-

статочным в ретроградном диапазоне.

Методика выделения чандлеровского колебания и вычисления возбуждающих функции для него была разработана в главах 3, 4. При этом использовался подход к методам решения обратных задач, как к обобщенным задачам фильтрации. Корректирующая фильтрация Пантелеева, описанная в приложении В, оказалась неплохим регуляризующим алгоритмом. В главе 4 мы построили модели огибающей ЧДП и его возбуждения. Доказали наличие 20-летней модуляции амплитуды возбуждения, связанной с 40-летней волной в амплитуде ЧДП (рис. 4.6).

Глава 6 посвящена изучению зональной компоненты атмосферного углового момента и его влияния на LOD. Данные на широтно-долготной сетке обработаны методом многоканального сингулярного спектрального анализа МССА, описанным в приложении Г. Изучены тренды, сезонные компоненты изменчивости, выделена мода ветров и давлений, связанная с Эль-Ниньо Южным колебанием.

В главе 7 нами доказано влияние лунного прилива на атмосферный угловой момент на недельном и двухнедельном периодах в GCRS. Выявлено расщепление приливной гармоник O_1 в атмосфере под действием 18.6-летней регрессии узлов Лунной орбиты.

В главе 8 методом МССА выделены составляющие колебаний экваториального углового момента океана ОАМ. МССА позволил с легкостью разделять основные компоненты изменчивости многомерного временного ряда и отфильтровывать шумы, показал высокую продуктивность при анализе геофизических полей. Результаты независимо подтверждаются МНК, Фурье-анализом и другими методами.

Применение МССА к данным GRACE в главе 9 оказалось весьма продуктивным. Были вычислены тренды в перераспределении масс по данным GRACE, построены карты трендов и периодических составляющих гравитационного поля по всему миру и локально, в бассейнах крупных рек России. Продемонстрирован неоценимый вклад космических гравиметрических миссий в гидрологию, океанологию, гляциологию. Хорошее согласие с данными GRACE показали измерения абсолютными гравиметрами ГАБЛ-М на главном гравиметрическом пункте бывшего СССР в Московской обсерватории на Красной Пресне, представленные на рис. 9.7.

В главе 10 показано, что дрейф полюса хорошо согласуется с возбуждающими функциями, полученными из космической гравиметрии по коэффициентам C_{21} S_{21} . Это свидетельствует о влиянии на движение полюса перераспределений масс океана и суши, таяния ледниковых щитов Гренландии и Антарктиды, вызванное климатическими изменениями. В

этой же главе исследовано движение геоцентра, изменения J_2 , 6-летние и декадные вариации LOD.

В главе 11 сделаны оценки статистических свойств прогнозов ПВЗ и их комбинации, выполнявшихся в течение нескольких лет (2012-2017) в ГАИШ МГУ и Шанхайской астрономической обсерватории. И хотя точность наших прогнозов (таблица 11.1) порой уступает точности бюллетеня А МСВЗ, формируемого в USNO, все же она оказалась весьма высокой. Прогнозы можно улучшить, если учесть шестисуточные прогнозы ААМ, публикуемых в Центре Гемгольца GFZ в Потсдаме [487]. Кроме того, модель огибающей чандлеровского колебания с минимумами в 1840-х, 1930-х и 2010-х годах, представленная в главе 4, позволяет улучшить точность долгосрочного прогноза.

Дополнительно к главе 8 сделан небольшой экскурс в проблему изменений климата. Обсуждается роль океана, основные моды климатических колебаний, такие как Северо-Атлантическое колебание, ЭНЮК, Многолетнее Атлантическое колебание. Исследованы аномалии температуры и уровня моря. В главе 10 тенденции в глобальной температуре на Земле сопоставлены с LOD и магнитным полем [48, 44]. Выявлено сходство изменений скорости вращения Земли и квази-60-летних колебаний температуры, минимум ОАР₂ы которого приходятся на 1880-х, 1940-х и 2000-х гг. Отмечено сходство амплитуды чандлеровского колебания (огибающей) с вариациями уровня моря (рис. 10.9).

Не исключено, что связанные колебания передаются через малый параметр от одного звена системы к другому [87, 82, 115]. При этом энергия может перекачиваться, например, от многолетних атмосферных климатических мод или колебаний в ядре, к чандлеровскому колебанию и LOD и обратно. Для разработки таких гипотез необходима совместная запись дифференциальных уравнений для разномасштабных процессов, описывающих колебания в ядре, атмосфере, океанах, ДП, LOD, подобно тому, как это сделано в приложении А для трехслойной Земли. Возможно, здесь потребуются формализм уравнений Гамильтона и понятия об адиабатических инвариантах [111]. Некоторые рассуждения на этот счет представлены в разделе 4.6. Проверка таких гипотез потребует еще больших исследовательских усилий. Но уже сейчас, на наш взгляд, в многомерный индекс активности планеты ECV необходимо включить ПВЗ.

Велика роль Луны в формировании нашей планеты и протекании процессов на ней. Само формирование Луны, как считается, связанное со столкновением с протопланетой Тейей, несомненно повлияло на наклон оси Земли, определило режим вращения планеты и её климат. Приливное замедление вращения Земли, стабилизация положения оси, разнообраз-

разные приливные эффекты, синхронизация геофизических процессов с орбитальными периодами в системе Земля-Луна – всё это составляет крайне интересные исследовательские темы, далеко выходящие за рамки нашей работы.

Дальнейшее прояснение механизма взаимосвязей между оболочками Земли, ее вращением и климатом потребует накопления более полных наблюдательных данных о глобальных процессах в океане, атмосфере и недрах Земли. Поэтому так волнует ученых размещение буйков системы Арго в океане, расширение сетей GPS, сейсмо- и метеонаблюдений, успешный ввод в строй гравиметрических спутников GRACE FO [25, 245], запуск которых осуществлен 22 мая 2018 г. а данные уже начали поступать. Немало интересного дадут исследования вращения других планет Солнечной Системы, например, результаты миссии InSight по изучению вращения Марса с сантиметровой точностью.

Представим на минуту, что Земля оказалась одиночной изолированной планетой. На нее не действуют внешние потенциалы, нет приливов, она не получает энергию от Солнца, меняющуюся в годовом цикле, замерзли океан и атмосфера, исчезли климатические пояса, Луна не оказывает приливного воздействия... В этом случае вся активность планеты замрёт и ее ось также перестанет дрожать, вариации во вращении Земли исчезнут, поскольку исчезнут источники их энергии. Некоторое время еще будут активны внутренние источники тепла, но они, как и свободные колебания оси, со временем затухнут. Сохранится лишь вращение и движение по инерции. Некому станет изучать такой мир...

К счастью, наша планета многообразна, изменчива, активна. Вращение Земли реагирует на внешние космические факторы, разнообразные процессы в оболочках. Исследования астрономов и геофизиков дают возможность проникнуть в тайны недр планеты, отследить перераспределения масс, изменения циркуляции океана и атмосферы, глубже понять, как живет наша планета в необъятных просторах Космоса и как все происходящее в нём взаимосвязано.

Приложения

Приложение А

Аспекты теории вращения Земли

*Aussi vrai qu'avec un peu d'amour on fait tourner la terre
Aussi vrai que tes yeux sont ma seule lumiere.
“Mon credo”, Mireille Mathieu*

Кинематические соотношения в подвижной и неподвижной системах координат

Координаты и скорости

Зададим репер неподвижной системы координат $O\xi_1\xi_2\xi_3$ и репер подвижной системы $Cx_1x_2x_3$. Пусть вектор $\mathbf{R}_C$ задает движение начала координат подвижной системы в неподвижной системе (большими буквами здесь будем обозначать вектора в неподвижной системе отсчета), а вектор $\mathbf{r}$ задает положение выбранной точки тела M относительно подвижной системы. С помощью оператора $\mathbf{\Gamma}$ группы вращений, приводящего ориентацию осей системы $Ox_1x_2x_3$ к системе $O\xi_1\xi_2\xi_3$, положение точки M в неподвижной системе можно выразить как [192]

$$\mathbf{R}_M = \mathbf{R}_C + \mathbf{\Gamma}\mathbf{r}.$$

Очевидно, что скорость изменения этого вектора в неподвижной системе задается выражением

$$\mathbf{V}_a = \dot{\mathbf{R}}_M = \dot{\mathbf{R}}_C + \dot{\mathbf{\Gamma}}\mathbf{r} + \mathbf{\Gamma}\dot{\mathbf{r}}.$$

Можно доказать [192], что оператор $\mathbf{A} = \mathbf{\Gamma}^{-1}\dot{\mathbf{\Gamma}}$ является кососимметрическим ($\mathbf{A} = -\mathbf{A}^T$) оператором, задаваемым матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_1 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix},$$

действие которого может быть представлено в виде умножения на вектор угловой скорости ω

$$\mathbf{A}\mathbf{r} = (\omega \times \mathbf{r}),$$

где ω является собственным вектором введенного оператора при нулевом собственном значении. Тогда скорость в неподвижной системе координат задается выражением

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_C + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{\Gamma}^{-1}\dot{\mathbf{\Gamma}})\mathbf{r} + \mathbf{\Gamma}\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{V}_C + \mathbf{\Gamma}(\omega \times \mathbf{r})\mathbf{r} + \mathbf{\Gamma}\dot{\mathbf{r}}.$$

Обозначив относительную скорость $\mathbf{V}_r = \mathbf{\Gamma}\dot{\mathbf{r}}$ и переносную скорость $\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_C + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{\Gamma}^{-1}\dot{\mathbf{\Gamma}})\mathbf{r}$, получим, что абсолютная скорость выбранной точки M в неподвижной системе координат есть сумма переносной и относительной скоростей

$$\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_e + \mathbf{V}_r.$$

В подвижной системе $Cx_1x_2x_3$ это выражение можно записать, сделав преобразование $\mathbf{\Gamma}^{-1}$

$$\mathbf{v}_a = \mathbf{v}_e + \mathbf{v}_r,$$

где $\mathbf{v}_r = \dot{\mathbf{r}}$ – относительная и $\mathbf{v}_e = \mathbf{\Gamma}^{-1}\mathbf{V}_C + (\omega \times \mathbf{r})$ – переносная скорости точки в подвижной системе.

Если тело твердое, то по определению расстояние между его точками в процессе движения не меняется, тогда для всех точек тела в подвижной системе координат $\dot{\mathbf{r}} = 0$, и справедлива запись

$$\mathbf{V}_M = \mathbf{V}_E = \mathbf{V}_C + \mathbf{\Gamma}(\omega \times \mathbf{r}) = \mathbf{V}_C + (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{R}),$$

где $(\omega \times \mathbf{r}) = \mathbf{A}\mathbf{r}$, а переход к выраженным в неподвижной системе заглавным векторам делается посредством $\mathbf{\Gamma}\omega = \mathbf{\Omega}$ и $\mathbf{\Gamma}\mathbf{r} = \mathbf{R}$. Переходя в подвижную систему координат с помощью преобразования $\mathbf{\Gamma}^{-1}$, получаем

$$\mathbf{v}_M = \mathbf{v}_C + (\omega \times \mathbf{r}).$$

Хотя выражения для неподвижной и подвижной систем сходны, всегда следует четко различать – в каких системах отсчета заданы входящие в них вектора и каковы их координатные представления. В принятых выше обозначениях заглавные и прописные символы, а также явная запись оператора $\mathbf{\Gamma}$ способствуют этому.

Если задано несколько промежуточных подвижных систем координат, то в ходе последовательных переходов от одной к другой необходимо

корректно записывать преобразования между ними и суммировать переносные и относительные линейные и угловые скорости, возникающие при дифференцировании выражения типа

$$\mathbf{R}_M = \mathbf{R}_1 + \mathbf{\Gamma}_1(\mathbf{r}_2 + \mathbf{\Gamma}_2(\mathbf{r}_3 + \mathbf{\Gamma}_3(\mathbf{r}_4 + \dots))).$$

Если начала всех систем совпадают и неподвижны, то такое преобразование сведется к последовательности поворотов

$$\mathbf{R} = \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{\Gamma}_2 \mathbf{\Gamma}_3 \dots \mathbf{r},$$

которые можно свести к трем поворотам на углы Эйлера, подробно описанным в обширной литературе по механике [105, 111, 113, 192], на углы Крылова и т.п.

Ускорения

Вычислим ускорение в неподвижной системе координат для точек твердого тела

$$\ddot{\mathbf{R}}_M = \ddot{\mathbf{R}}_C + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{\Gamma}^{-1}\dot{\mathbf{\Gamma}})(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) + \mathbf{\Gamma}(\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}).$$

Это выражение можно переписать, введя для ускорения символ $\mathbf{W}$, а для углового ускорения обозначение $\boldsymbol{\varepsilon} = \dot{\boldsymbol{\omega}}$

$$\mathbf{W}_M = \mathbf{W}_C + \mathbf{\Gamma}(\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})) + \mathbf{\Gamma}(\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}).$$

Переходя в подвижную систему, получим формулу Ривальса

$$\mathbf{w}_M = \mathbf{w}_C + (\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})) + (\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}).$$

Первый член в ней связан с поступательным ускорением начала подвижной системы, рассматриваемым из неё же $\mathbf{w}_C = \mathbf{\Gamma}^{-1}\ddot{\mathbf{R}}_C$, второй член – осестремительное ускорение, пропорциональное расстоянию d от оси вращения $\mathbf{w}_{ax} = \boldsymbol{\omega}^2 d$, а третий член – вращательное или угловое ускорение $\mathbf{w}_{rot} = (\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r})$. Напомним, что выше речь шла об ускорении точки M твердого тела. Если же тело деформируемое, то расстояния между его точками могут меняться. Тогда, в добавок к описанным выше трем членам, вклад в $\mathbf{W}_M$ дадут еще два члена

$$\mathbf{W}_M = \mathbf{W}_C + \mathbf{\Gamma}(\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})) + \mathbf{\Gamma}(\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{r}) + 2\mathbf{\Gamma}(\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}}) + \mathbf{\Gamma}\ddot{\mathbf{r}}, \quad (12.1)$$

связанные с относительным $\mathbf{w}_r = \dot{\mathbf{r}}$ и добавочным кориолисовым $\mathbf{w}_c = 2(\boldsymbol{\omega} \times \dot{\mathbf{r}})$ ускорениями.

Центробежное и кориолисово ускорения

В литературе [174] абсолютное ускорение для точек вращающегося тела нередко дают в следующих, (12.2), отличающихся от введенных выше, обозначениях. Будем считать, что начало подвижной системы координат не смещается $\mathbf{v}_c = 0$ и $\mathbf{w}_c = 0$, скорость вращения постоянна $\varepsilon = 0$, тогда малое перемещение любого элемента массы относительно неподвижной системы складывается из перемещения $\Delta \mathbf{r}$, связанного с переносным движением (вращением тела вокруг оси) и относительным перемещением $\delta \mathbf{r}$, вызванным изменением локального радиуса-вектора в связанной с телом подвижной системе координат

$$\Delta \mathbf{r} = \delta \mathbf{r} + \mathbf{r}.$$

Соотношение для скоростей принимает вид

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}),$$

где знаком частной производной не вполне удачно обозначена относительная скорость. В этих обозначениях дважды применив оператор

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\boldsymbol{\omega} \times \cdot) \quad (12.2)$$

можно получить абсолютное ускорение

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} + 2 \left(\boldsymbol{\omega} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t} \right) + (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}).$$

Это соотношение для ускорения во вращающейся системе координат $Sx_1x_2x_3$ аналогично (12.1), если не забывать о предположении равенства нулю $\mathbf{w}_c$ и ε . Переносим члены в правую часть, тем самым вводя в рассмотрение силы инерции, во вращающейся неинерциальной системе координат ускорение точки можно переписать как

$$\frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} - 2(\boldsymbol{\omega} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial t}) - (\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}),$$

или

$$\mathbf{w}_r = \mathbf{w}_M - \mathbf{w}_c - \mathbf{w}_{ax}.$$

Здесь $\mathbf{w}_r = \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2}$ – ускорение в системе движущегося объекта, $\mathbf{w}_M = \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$ – ускорение во вращающейся системе координат, обусловленное движением относительно неё точки М, а два члена, связанные с неинерциальностью выбранной системы, – это центробежное ускорение $-\mathbf{w}_{ax} = -(\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})$ и ускорение Кориолиса $-\mathbf{w}_c = -2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) = 2(\mathbf{v} \times \boldsymbol{\omega})$.

Уравнение Лагранжа вращения твердого тела

Рассмотрим движение твердого вращающегося тела в неподвижной системе координат в соответствии с [111]. Ниже мы отступим от введенного выше предложения об использовании заглавных и строчных обозначений для векторов в неподвижной и подвижной системах, комментарии к чему будут даны в разделе 11.4. Пусть все точки тела движутся вместе с центром масс со скоростью $\mathbf{V}$ и одновременно вращаются с угловой скоростью $|\omega| = d\phi/dt$ вокруг оси, вдоль которой направлен вектор ω . Кинетическая энергия такого недеформируемого тела может быть записана в виде

$$T = \frac{1}{2} \sum m(\mathbf{V} + (\omega \times \mathbf{R}))^2 = \frac{1}{2} \sum mV^2 + \sum m\mathbf{V}(\omega \times \mathbf{R}) + \frac{1}{2} \sum m(\omega \times \mathbf{R})^2,$$

где суммирование ведется по всем элементарным массам и, по сути, эквивалентно интегрированию по dm . В первом члене V^2 выносится за сумму, которая дает полную массу тела $M = \sum m$. Второй член обращается в ноль при выборе начала координат в центре инерции тела, поскольку

$$\sum m\mathbf{V}(\omega \times \mathbf{R}) = \sum m\mathbf{R}(\mathbf{V} \times \omega) = (\mathbf{V} \times \omega) \sum mR.$$

В третьем члене можно раскрыть квадрат векторного произведения и получить

$$T = \frac{MV^2}{2} + \frac{1}{2} \sum m(\omega^2 R^2 - (\omega \cdot \mathbf{R})^2).$$

Первый член связан с поступательным движением тела как целого, которое описывается движением его центра масс. Мы опустим эту составляющую, если будем считать, что центр масс тела неподвижен. Сосредоточим внимание на вращении тела и втором члене кинетической энергии. Его можно представить в виде

$$T = \frac{1}{2} I_{ik} \omega_i \omega_k,$$

где использовано правило суммирования Эйнштейна для повторяющихся индексов проекции угловой скорости ω_i на оси декартовой системы $Sx_1x_2x_3$, которые назовем (x, y, z) и введен тензор (матрица) инерции

$$I = \begin{bmatrix} \sum m(y^2 + z^2) & -\sum mxy & -\sum mxz \\ -\sum mxy & \sum m(x^2 + z^2) & -\sum myz \\ -\sum mxz & -\sum myz & \sum m(x^2 + y^2) \end{bmatrix}. \quad (12.3)$$

Если выбрать оси системы координат направленными вдоль главных осей инерции, тензор инерции получит диагональный вид $I = \text{diag}\{I_1, I_2, I_3\}$ и кинетическая энергия запишется в виде

$$T = \frac{1}{2}I_1\omega_1^2 + I_2\omega_2^2 + I_3\omega_3^2.$$

Функция Лагранжа для тела, вращающегося во внешнем потенциале U имеет вид

$$L = T - U.$$

Уравнение Лагранжа для угловой координаты ϕ

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \omega} = \frac{\partial L}{\partial \phi}$$

дает уравнение вращения твердого тела в неподвижной системе отсчета

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = \mathbf{\Lambda}, \quad (12.4)$$

где $\mathbf{H} = \sum m(\mathbf{R} \times \mathbf{V})$ - момент импульса тела ($H_i = \frac{\partial L}{\partial \omega_i} = I_{ik}\omega_k$), а $\mathbf{\Lambda} = -\frac{\partial U}{\partial \phi}$ - момент внешних сил. Функция Лагранжа и уравнения движения более общего вида могут быть получены с учетом упругих деформаций и диссипативных сил по методике В.Г. Вильке, развиваемой А.В. Шатиной и Е.В. Шерстневым [66, 229].

Динамические уравнения Эйлера

Приведенное выше уравнение (12.4) представляет собой уравнение вращения твердого тела, центр масс которого покоится относительно неподвижной системы отсчета. Здесь и далее отступаем от требования использовать заглавные буквы для обозначения векторов в неподвижной системе, выдвинутого выше. Применяя оператор (12.2), перейдем во вращающуюся систему отсчета. Уравнение (12.4) запишется в виде

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H}) = \mathbf{\Lambda}, \quad (12.5)$$

где $\mathbf{H}$ - вектор момента импульса, $\boldsymbol{\omega}$ - вектор угловой скорости, а $\mathbf{\Lambda}$ - суммарный момент внешних сил, представленный во вращающейся системе отсчета (т.е. уже после преобразования Γ^{-1}). Предполагая оси

(x, y, z) подвижной системы направленными по главным осям инерции, получим три уравнения Эйлера

$$\begin{aligned} I_1 \frac{d\omega_1}{dt} + (I_3 - I_2)\omega_2\omega_3 &= \Lambda_1, \\ I_2 \frac{d\omega_2}{dt} + (I_1 - I_3)\omega_3\omega_1 &= \Lambda_2, \\ I_3 \frac{d\omega_3}{dt} + (I_2 - I_1)\omega_1\omega_2 &= \Lambda_3. \end{aligned} \quad (12.6)$$

В данной работе мы практически не будем касаться теории прецессии и нутации, в которой момент внешних сил со стороны Луны, Солнца и планет вызывает колебания оси Земли в инерциальном пространстве. Нас будут интересовать, в основном, движения полюса с периодами более двух суток в Земной системе координат. Положим $\mathbf{\Lambda} = 0$, что приведет к однородной системе уравнений Эйлера

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{I_3 - I_2}{I_1}\omega_2\omega_3 &= 0, \\ \frac{d\omega_2}{dt} + \frac{I_1 - I_3}{I_2}\omega_3\omega_1 &= 0, \\ \frac{d\omega_3}{dt} + \frac{I_2 - I_1}{I_3}\omega_1\omega_2 &= 0. \end{aligned}$$

Считая Землю абсолютно твердой и двухосной, с равными экваториальными моментами инерции $I_1 = A$, $I_2 = B$ и осевым $I_3 = C$, получим уравнение для осевой компоненты в виде

$$\frac{d\omega_3}{dt} = 0,$$

что говорит о постоянстве угловой скорости $\omega_3 = \Omega$. Для смещений оси в плоскости xOy получим уравнения Эйлера в простейшем виде

$$\frac{d\omega_1}{dt} = -\sigma_e\omega_2, \quad \frac{d\omega_2}{dt} = \sigma_e\omega_1,$$

где частота Эйлера

$$\sigma_e = \Omega \frac{C - \frac{A+B}{2}}{\frac{A+B}{2}}.$$

Объединяя эти уравнения посредством комплексной записи

$$\frac{d(\omega_1 + i\omega_2)}{dt} = i\sigma_e(\omega_1 + i\omega_2),$$

получаем Эйлерово решение для свободной прецессии оси вращения твердого тела с постоянной амплитудой $a = |\omega_1 + i\omega_2|$

$$(\omega_1 + i\omega_2) = ae^{i\sigma_e t}.$$

Период такой прецессии для Земли должен быть равен $2\pi/\sigma_e \approx 305$ суток. Однако, Чандлер обнаружил, что период свободных колебаний полюса Земли составляет около 433 суток, а вынужденных – год.

Уравнения Эйлера-Лиувилля

Земля не является абсолютно твёрдым телом. Для объяснения отклонений в скорости ее вращения и колебаний оси необходимо рассмотреть уравнения Эйлера-Лиувилля, учитывающие деформации неупругой Земли. Вводя в рассмотрение переменные компоненты тензора инерции Земли I_{ij} и относительный момент импульса $\mathbf{h} = \sum(m\mathbf{r} \times \mathbf{v})$, запишем для переменного момента импульса

$$\mathbf{H} = \mathbf{I}\omega + \mathbf{h}.$$

Подставляя в исходное неоднородное уравнение (12.5), получим

$$\dot{\mathbf{I}}\omega + \mathbf{I}\dot{\omega} + \dot{\mathbf{h}} + (\omega \times \mathbf{I}\omega) + (\omega \times \mathbf{h}) = \mathbf{\Lambda}, \quad (12.7)$$

где точкой обозначена производная в подвижной системе, $\partial/\partial t$. Распишем компоненты производных

$$\frac{\partial I_{ik}\omega_k}{\partial t} = \dot{I}_{ik}\omega_k + I_{ik}\dot{\omega}_k,$$

где используется суммирование Эйнштейна. Суммируя их с компонентами векторного произведения

$$\begin{aligned} (\omega \times \mathbf{I}\omega)_1 &= \omega_2 I_{3k}\omega_k - \omega_3 I_{2k}\omega_k, \\ (\omega \times \mathbf{I}\omega)_2 &= \omega_3 I_{1k}\omega_k - \omega_1 I_{3k}\omega_k, \\ (\omega \times \mathbf{I}\omega)_3 &= \omega_1 I_{2k}\omega_k - \omega_2 I_{1k}\omega_k, \end{aligned}$$

приходим к развернутым выражениям для левых частей уравнений (12.7) для x -компоненты

$$I_{11}\dot{\omega}_1 + I_{12}\dot{\omega}_2 + I_{13}\dot{\omega}_3 + \dot{I}_{11}\omega_1 + \dot{I}_{12}\omega_2 + \dot{I}_{13}\omega_3 + \omega_2 h_3 - \omega_3 h_2 + \\ + \omega_2 I_{31}\omega_1 + \omega_2 I_{32}\omega_2 + \omega_2 I_{33}\omega_3 - \omega_3 I_{21}\omega_1 - \omega_3 I_{22}\omega_2 - \omega_3 I_{23}\omega_3 + \dot{h}_1,$$

для y -компоненты

$$I_{21}\dot{\omega}_1 + I_{22}\dot{\omega}_2 + I_{23}\dot{\omega}_3 + \dot{I}_{21}\omega_1 + \dot{I}_{22}\omega_2 + \dot{I}_{23}\omega_3 + \omega_1 h_3 - \omega_3 h_1 + \\ + \omega_3 I_{11}\omega_1 + \omega_3 I_{12}\omega_2 + \omega_3 I_{13}\omega_3 - \omega_1 I_{31}\omega_1 - \omega_1 I_{32}\omega_2 - \omega_1 I_{33}\omega_3 + \dot{h}_2,$$

и для z -компоненты

$$I_{31}\dot{\omega}_1 + I_{32}\dot{\omega}_2 + I_{33}\dot{\omega}_3 + \dot{I}_{31}\omega_1 + \dot{I}_{32}\omega_2 + \dot{I}_{33}\omega_3 + \omega_2 h_1 - \omega_1 h_2 + \\ + \omega_1 I_{21}\omega_1 + \omega_1 I_{22}\omega_2 + \omega_1 I_{23}\omega_3 - \omega_2 I_{11}\omega_1 - \omega_2 I_{12}\omega_2 - \omega_2 I_{13}\omega_3 + \dot{h}_3.$$

Большинство членов в записанных выше выражениях пренебрежимо малы и могут быть опущены:

I) Ввиду малости компонент ω_1 , ω_2 , их квадраты и перекрестные произведения можно считать пренебрежимо малыми

$$\omega_1^2 = \omega_2^2 = \omega_1\omega_2 = 0.$$

II) Считая малыми внедиагональные элементы тензора инерции, их произведения на компоненты ω_1 , ω_2 , угловой скорости будем также считать пренебрежимо малыми

$$I_{13}\omega_1 = I_{13}\omega_2 = I_{12}\omega_1 = I_{12}\omega_2 = I_{23}\omega_1 = I_{23}\omega_2 = 0.$$

III) Изменения произведений инерции во времени будем считать медленными и их произведения на малые компоненты скорости пренебрежимо малыми

$$\dot{I}_{13}\omega_1 = \dot{I}_{13}\omega_2 = \dot{I}_{12}\omega_1 = \dot{I}_{12}\omega_2 = \dot{I}_{23}\omega_1 = \dot{I}_{23}\omega_2 = 0.$$

IV) Положим также, что диагональные компоненты тензора инерции неизменны, и за отклонения во вращении Земли отвечают лишь асимметрии в распределении масс

$$\dot{I}_{ii} = 0.$$

V) Относительные моменты инерции также малы, поэтому их произведения на малые компоненты вектора скорости $\omega_i h_j$ можно отбросить.

С использованием таких предположений, получаем для осевой компоненты

$$I_{33}\dot{\omega}_3 = \Lambda_3, \quad (12.8)$$

а для экваториальных компонент

$$I_{11}\dot{\omega}_1 + \dot{I}_{13}\omega_3 + \omega_2(I_{33} - I_{22})\omega_3 - \omega_3^2 I_{23} + \dot{h}_1 - \omega_3 h_2 = \Lambda_1, \quad (12.9)$$

$$I_{22}\dot{\omega}_2 + \dot{I}_{23}\omega_3 + \omega_3(I_{11} - I_{33})\omega_1 + \omega_3^2 I_{13} + \dot{h}_2 + \omega_3 h_1 = \Lambda_2. \quad (12.10)$$

В теории вращения Земли поправки к скорости вращения Земли малы и для вектора мгновенной угловой скорости принята параметризация

$$\omega_0 + \delta\omega = \Omega \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1 + m_3 \end{bmatrix}, \quad (12.11)$$

где $\Omega = 7.2921150(1)10^{-5}$ рад/сек – средняя угловая скорость вращения Земли. Введенные компоненты m_i относятся к связанной с Землей системе координат ITRS и могут интерпретироваться как направляющие косинусы мгновенного вектора угловой скорости вращения Земли.

Тензор инерции Земли I_{ij} почти диагонален. Вводя малые поправки δI к нему, запишем

$$\mathbf{I} + \delta\mathbf{I} = \begin{bmatrix} A + c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & B + c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & C + c_{33} \end{bmatrix}. \quad (12.12)$$

Тогда, на основе линеаризованных уравнений (12.8-12.10), осевая компонента вектора вращения Земли определяется выражением

$$\Omega\omega_3 + \Omega\dot{c}_{33} + \dot{h}_3 = \Lambda_3,$$

а поведение экваториальных компонент задается уравнениями

$$A\Omega\dot{m}_1 + m_2\Omega^2(C - A) - \Omega^2 c_{23} + \Omega\dot{c}_{13} + \dot{h}_1 - \Omega h_2 = \Lambda_1,$$

$$A\Omega\dot{m}_2 - m_1\Omega^2(C - A) + \Omega^2 c_{13} + \Omega\dot{c}_{23} + \dot{h}_2 + \Omega h_1 = \Lambda_2.$$

Используя комплексные обозначения $m = m_1 + im_2$, $c = c_{13} + ic_{23}$, $h = \dot{c}_{13} + i\dot{c}_{23}$, $\Lambda = \dot{\Lambda}_1 + i\dot{\Lambda}_2$ приходим к их комплексной записи

$$A\Omega\dot{m} - i(C - A)\Omega^2 m + \Omega\dot{c} + i\Omega^2 c + \dot{h} + i\Omega h = \Lambda \quad (12.13)$$

и комплексному уравнению Эйлера-Лиувилля для движения полюса

$$\frac{i}{\sigma_e}\dot{m} + m = \Psi, \quad (12.14)$$

где $\sigma_e = \Omega \frac{C-A}{A}$ – все та же Эйлера частота, что и в классическом случае, а в правой части стоит возбуждающая функция $\Psi = \Psi_1 + i\Psi_2$.

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= \frac{1}{\Omega^2(C - A)} \left(\Omega^2 c_{13} + \Omega \dot{c}_{23} + \dot{h}_2 + \Omega h_1 - \Lambda_2 \right), \\ \Psi_2 &= \frac{1}{\Omega^2(C - A)} \left(\Omega^2 c_{23} - \Omega \dot{c}_{13} - \dot{h}_1 + \Omega h_2 + \Lambda_1 \right). \end{aligned}$$

Для осевой компоненты уравнение Эйлера-Лиувилля дает

$$\dot{m}_3 = \dot{\Psi}_3, \quad (12.15)$$

$$\Psi_3 = \frac{1}{\Omega^2 C} \left(-\Omega^2 c_{33} - \Omega \dot{h}_3 + \Omega \int_0^t \Lambda_3 dt \right).$$

Если ввести функции экваториального углового момента импульса

$$\chi = \frac{c}{(C - A)} + \frac{h}{\Omega(C - A)}, \quad (12.16)$$

уравнение (12.26) можно переписать в виде

$$\frac{i}{\sigma_e}\dot{m} + m = \chi - \frac{i}{\Omega}\dot{\chi} + i\frac{\Lambda}{\Omega^2(C - A)},$$

Перейдем в уравнениях от координат мгновенной оси вращения (12.11), где фигурирует m , к координатам полюса $p = x - iy$. Чтобы отделить движения полюса от прецессии и нутации вводят небесное промежуточное начало СІР, совершающее движение под действием внешнего момента сил Λ . Координаты p определяют отклонения мгновенного полюса в земной системе именно относительно СІР. Связь с m следует из кинематических уравнений Эйлера в виде

$$m = p - \frac{i}{\Omega}\dot{p}. \quad (12.17)$$

Поскольку на движения полюса внешний момент Λ не влияет, он не входит в χ , с учетом этого можно записать

$$\frac{i}{\sigma_e} \dot{p} + p = \frac{c}{(C - A)} + \frac{h}{\Omega(C - A)} = \chi^{mass} + \chi^{motion} = \chi. \quad (12.18)$$

Заметим, что в силу выполняющегося в частотной области соотношения,

$$m(\sigma) = \left(1 + \frac{\sigma}{\Omega}\right) p(\sigma) \quad (12.19)$$

мгновенный полюс вращения будет мало отличаться от СР для периодов более нескольких десятков суток в Земной системе отсчета. Тогда для чандлеровской частоты можно считать $m \approx p$ и, пренебрегая внешним моментом и производными $\dot{c}$ и $\dot{h}$ приблизить $\Psi \approx \chi$. Такое приближение использовано нами в главах 2 и 5.

На осевой компоненте переход к СР не сказывается. Уравнение (12.15) переписывается через функцию аксиального момента импульса $\chi_3 = -\Psi_3$, если положить $\Lambda_3 = 0$, как

$$\dot{m}_3 = -\dot{\chi}_3. \quad (12.20)$$

Чандлеровское колебание полюса

Для того, чтобы понять, почему наблюдаемая чандлеровская частота отличается от Эйлеровой, необходимо рассмотреть полюсный прилив, возникающий из-за отклонения оси вращения Земли, и вызванную им деформацию. Центробежный потенциал в точке Земли $P(x, y, z)$ на расстоянии r от ее центра O на угловом (полярном) расстоянии от северного полюса оси вращения $\theta = 90 - \phi$ (ϕ – широта) имеет вид (см. раздел 11.4)

$$U_{cf} = -\frac{1}{2}\Omega^2 r^2 \sin^2 \theta = -\frac{1}{2}\Omega^2 r^2 + \frac{1}{2}\Omega^2 r^2 \cos^2 \theta.$$

Направляющие косинусы орта $\mathbf{e}_{OP}$ выражаются в виде

$$Ox \wedge OP = \frac{x}{r} \quad Oy \wedge OP = \frac{y}{r} \quad Oz \wedge OP = \frac{z}{r}.$$

Вследствие отклонения мгновенной оси вращения Земли, угол между нею и направлением на точку P меняется, он может быть получен из скалярного произведения единичных направляющих ортов

$$\cos \theta = (\mathbf{e}_\Omega \cdot \mathbf{e}_{OP}),$$

откуда, перемножая направляющие косинусы, получим

$$r \cos \theta = xm_1 + ym_2 + z(1 + m_3).$$

Отбрасывая члены второго порядка малости, запишем центробежный потенциал с точностью до первого порядка в виде

$$U_{cf} = -\frac{1}{2}\Omega^2(x^2 + y^2) + \Omega^2 z(m_1 x + m_2 y).$$

Первый член здесь - классический центробежный потенциал, а вторая компонента определяет потенциал полюсного прилива. Он вызывает деформацию Земной поверхности, описываемую вторым числом Лява k_2 . Связанное с этим изменение потенциала имеет вид

$$U_i = k_2 \Omega^2 z(m_1 x + m_2 y).$$

С учетом непрерывности потенциала и его градиента на границе, определяемой радиусом Земли R , общее решение уравнения Лапласа для приливного потенциала до второго порядка представляется в виде

$$\left(Ar^2 + \frac{B}{r^3} P_2(\cos \theta) \right) = U_i + U_e.$$

Отношение внутреннего и внешнего потенциалов в правой части

$$U_e = \frac{R^5}{r^5} U_i.$$

Воспользуемся формулой Мак Куло, связывающей потенциал трехосного эллипсоида массы M с его моментами инерции [174],

$$U = -G \frac{M}{r} - G \frac{A + B + C - 3I}{2r^3}, \quad (12.21)$$

где $I = Am_1^2 + Bm_2^2 + C(1+m_3)^2 - 2Km_1m_2 - 2Hm_2(1+m_3) - 2J(1+m_3)m_1$ – момент инерции относительно мгновенной оси вращения Земли $\vec{\omega}$, а величины K, H, J – произведения инерции. Из сравнения коэффициентов при произведениях направляющих косинусов в формуле (12.21) с выражением для U_e становится ясно, что вызванные полюсным приливом изменения в тензоре инерции выражаются в виде [95]

$$c_{13} = -H = \frac{k_2 \Omega^2 R^5 m_1}{3G}, \quad c_{23} = -J = \frac{k_2 \Omega^2 R^5 m_2}{3G}.$$

Откуда, в комплексных обозначениях $c = c_{13} + ic_{23}$, $m = m_1 + im_2$, имеем

$$c = \frac{k_2}{k_s}(C - A)m.$$

Здесь второе число Лява $k_2 \cong 0.3$ в числителе делится на вековое число Лява $k_s = 3G(C - A)/\Omega^2 R^5 \cong 0.94$, см. таблицу 2.1.

Подстановка вызванных полюсным приливом деформаций в (12.13) дает

$$\Omega \left[A + \frac{k_2}{k_s}(C - A) \right] \dot{m} - i\Omega^2(C - A) \left(1 - \frac{k_2}{k_s} \right) m = 0$$

откуда получаем уравнение свободной чандлеровской нутации

$$\dot{m} - i\sigma_c m = 0, \quad (12.22)$$

с модифицированной чандлеровской частотой

$$\sigma_c = \Omega \frac{(C - A)(1 - k_2/k_s)}{A + (k_2/k_s)(C - A)}, \quad (12.23)$$

которая значительно ближе к наблюдаемой ($\sigma_c \approx 1.43\sigma_e$).

Для того, чтобы описать фазовую задержку на небольшой угол $\varepsilon \approx \sin \varepsilon$ в реологии используют комплексные коэффициенты [85]. Вводя комплексное число Лява

$$\tilde{k}_2 = k_2^{re} + ik_2^{im} = k_2(1 + i\varepsilon), \quad (12.24)$$

чандлеровскую частоту делают комплексной, представляя её в виде

$$\sigma_c = \sigma_e \frac{(1 - \frac{\tilde{k}_2}{k_s})}{(1 + e\frac{\tilde{k}_2}{k_s})} = 2\pi f_c \left(1 + \frac{i}{2Q} \right). \quad (12.25)$$

Здесь $e = (C - A)/A$ – динамическое сжатие, f_c – действительная чандлеровская частота, Q – добротность. Точные значения этих величин неизвестны и оцениваются по наблюдениям. Согласно оценкам, сделанным Вилсоном и Висенте [438], $f_c = 0.843$ цикла в год, $Q = 175$.

Уравнение Лиувилля при этом записывается с чандлеровской частотой и модифицированной правой частью

$$\frac{i}{\sigma_c} \dot{m} + m = \frac{\Psi^{pure}}{1 - \frac{\tilde{k}_2}{k_s}}, \quad (12.26)$$

что напоминает (12.14).

Переход к записи, аналогичной (12.18) для координат полюса p , делается посредством введения эффективных функций углового момента импульса

$$\chi_e^{mass} = \frac{1 + k'_2}{1 - \tilde{k}_2/k_s} \chi^{mass}, \quad \chi_e^{motion} = \frac{1}{1 - \tilde{k}_2/k_s} \chi^{motion}. \quad (12.27)$$

Они отличаются от χ в (12.16) коэффициентами, учитывающими вязкоупругие свойства Земли и влияние полюсного прилива. Знаменатель $1 - \tilde{k}_2/k_s$ присутствует в выражениях для обеих компонент. В числителе для компоненты массы использован множитель $(1 + k'_2)$, где $k'_2 \sim -0.3$ – нагрузочный коэффициент Лява (см. табл. 2.1). Итоговый множитель для компоненты массы по модулю имеет величину ~ 1.6 , а для компоненты движения ~ 1.1 , (см. раздел 8.5). Небольшие разногласия возможны, в зависимости от использованных значений коэффициентов. С использованием эффективных функций углового момента выражение

$$p - i\sigma_c \dot{p} = \chi_e^{mass} + \chi_e^{motion} \quad (12.28)$$

приводится к подобному (12.18) виду [173, 172]

$$\frac{i}{\sigma_c} \frac{dp(t)}{dt} + p(t) = \chi^{tot}(t), \quad (12.29)$$

Это и есть наиболее часто встречающаяся запись уравнения Эйлера-Лиувилля для движения полюса, в правой части которой стоит комплексная эффективная функция углового момента $\chi^{tot} = \chi_1^{tot} + i\chi_2^{tot} = \chi_e^{mass} + \chi_e^{motion}$.

Уравнения Эйлера-Лиувилля в матричном виде

Запишем динамическую модель вращающейся Земли (12.29) в матрично-векторном виде в терминах пространства состояний

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{G}\mathbf{p} + \mathbf{F}\chi^{tot}, \quad (12.30)$$

где $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}$, $\chi^{tot} = \begin{pmatrix} \chi_1^{tot} \\ \chi_2^{tot} \end{pmatrix}$, а матрицы легко получить в виде

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} -\beta & -\alpha \\ \alpha & -\beta \end{pmatrix} = -\mathbf{F},$$

где α и β – действительная и мнимая части чандлеровской частоты

$$\sigma_c = \alpha + i\beta = 2\pi f_c + i\frac{\pi f_c}{Q}.$$

Решение уравнения $\det |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{G}| = 0$ дает характеристические числа системы (12.30)

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm i\alpha.$$

Переходная матрица системы может быть найдена в виде

$$\Phi(t, t_0) = \Theta(t)\Theta^{-1}(t_0),$$

где $\Theta(t) = \mathbf{HJ}(t)c$ – фундаментальная матрица решений однородной системы. Пусть константа $c = 1$. Матрица $\mathbf{H}$, столбцами которой являются собственные вектора $\mathbf{G}$ (вычисляются из условия $(\lambda_i \mathbf{I} - \mathbf{G})\mathbf{h}_i = 0$), может быть получена в виде

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix}.$$

Матрица $\mathbf{J}(t)$, по диагонали которой стоят линейно независимые компоненты решения, имеет вид

$$\mathbf{J}(t) = \begin{pmatrix} e^{\lambda_1 t} & 0 \\ 0 & e^{\lambda_2 t} \end{pmatrix}.$$

Вычисления дают для переходной матрицы (12.30) выражение [95]

$$\Phi(t, t_0) = e^{-\beta(t-t_0)} \begin{pmatrix} \cos \alpha(t-t_0) & -\sin \alpha(t-t_0) \\ \sin \alpha(t-t_0) & \cos \alpha(t-t_0) \end{pmatrix}.$$

Учет ядра, комментарии об обозначениях

Для дальнейшего уточнения значения Чандлеровского периода σ_c и модели в целом необходима более реалистичная модель Земли и учет влияния внешнего жидкого, а затем и внутреннего твердого ядра.

Вращение Земли с жидким ядром рассматривалось во многих работах [159, 288, 353]. Ниже мы подробно разберём, как выводятся уравнения из приложения В статьи Мэтьюса и др. [376]. Уравнения динамики внешнего сжимаемого стратифицированного осесимметричного жидкого ядра лежат в основе аппроксимации Сасао-Окубо-Саито (СОС) [244]. Они основаны на работах Пуанкаре [243], где он предложил метод учёта жидкого эллипсоидального ядра внутри планеты и рассмотрел поток жидкости в нем, возникающий под действием вращения планеты, с наложенными на него граничными условиями. В СОС-аппроксимации вещество ядра предполагается находящимся в гидростатическом равновесии под действием сил давления, притяжения и центробежных сил.

Объяснение формализма SOS-теории и работ Мэтьюса, Хэрринга и Баффета [376] дано более подробно в книге [161]. Во второй части приложения В статьи [376] сделан ряд выводов для проверки СОС-аппроксимации, там же получены выражения для моментов сил давления и гравитационного взаимодействия на внутреннее твердое ядро с константами взаимодействия $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$. Соответствующие уравнения будут даны в разделе 11.4.

Для получения уравнений необходимо разобраться в обозначениях [334], а для их понимания – в природе величин. В книге [161] основное уравнение для момента импульса дается в неподвижной и вращающейся системах в виде

$$\left(\frac{d\mathbf{H}}{dt}\right)_S = \mathbf{L}, \quad \frac{d\mathbf{H}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H} = \mathbf{\Gamma},$$

где S обозначает производную в инерциальной (небесной) системе координат, $\boldsymbol{\Omega}$ – вектор угловой скорости вращения подвижной системы относительно неподвижной, $\mathbf{L}$ и $\mathbf{\Gamma}$ – один и тот же вектор внешнего момента сил (ранее – Λ), но выраженный в небесной и земной системах координат. Для момента импульса $\mathbf{H}$ обозначение в обоих случаях одинаково, что может вызывать путаницу. В книге [159] рекомендуется подчеркнуть обозначение вектора $\mathbf{H}$, отнесенного к вращающейся системе. Вместо обозначения абсолютной производной $\left(\frac{d}{dt}\right)_S = \frac{d}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times$ часто используется введенное в разделе 11.4 обозначение $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \times$ [174]. В учебнике Ландау и Лифшица [111] вместо частной производной использована штрихованная производная $\frac{d'}{dt}$. Ниже мы воспользуемся обозначением $\frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times$ для абсолютной производной, как в книге [177].

В то же время наилучшим нам кажутся обозначения, введенные в разделе 11.4 этой главы и в [192]. С использованием прописных векторов в неподвижной системе $O\xi_1\xi_2\xi_3$, строчных – во вращающейся системе

$Cx_1x_2x_3$ и оператора поворота Γ для преобразования между ними, выражения закона изменения углового момента импульса получаются в виде

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = \mathbf{L}, \quad \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \omega \times \mathbf{h} = \mathbf{l}.$$

Где $\omega = \Gamma^{-1}\Omega$, $\mathbf{h} = \Gamma^{-1}\mathbf{H}$, $\mathbf{l} = \Gamma^{-1}\mathbf{L}$. Несмотря на ясность этих представлений, мы не можем себе позволить их использовать, поскольку в теории вращения Земли уже установился ряд общепринятых обозначений для тех или иных величин. Так, например, $\mathbf{h}$ используется для относительного углового момента и т.п.

Несообразности в обозначениях могут вести к неправильному пониманию при выводе уравнений для жидкого внешнего ядра. Так, уравнения Навье-Стокса для движения жидкости могут быть выведены двумя способами, которые мы называем классическим и способом Мэтьюса [376]. В первом способе абсолютная производная $\frac{D}{Dt} = \frac{d}{dt} + \Omega \times$ уже включает материальную производную $\frac{d}{dt}$, и векторное произведение $\Omega \times$, связанное с конвективной частью движения, вызванной вращением внешнего жидкого ядра, также включено.

В методе Мэтьюса материальная производная обозначается заглавными буквами $\frac{D}{Dt}$, и конвективная часть должна быть домножена на $\Omega \times$ для преобразования величин в инерциальную систему. Таким образом, абсолютная скорость и ускорение могут быть получены одно- или двукратным применением оператора $(\frac{D}{Dt} + \Omega \times)$. Материальная производная в обоих случаях может быть представлена оператором $\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_f \cdot \nabla)$, как принято в гидродинамике. Абсолютная производная $\frac{D}{Dt}$ в традиционном подходе включает составляющую $\Omega \times$, в то время как в методе Мэтьюса обозначенная $\frac{D}{Dt}$ материальная производная не включает ее. Оба метода, при правильном применении дают один и тот же результат. Однако, на наш взгляд, использование оператора традиционного метода – проще, его мы и будем применять в следующем разделе.

Прежде чем начать вывод, договоримся, что как и в статье [376] угловая скорость внешнего жидкого ядра Ω_f будет отличаться от угловой скорости мантии Ω на малую относительную поправку ω_f

$$\Omega_f = \omega_f + \Omega, \quad (12.31)$$

а линейная скорость в жидком ядре $\mathbf{v}_f$ будет отличаться от поля скоростей, связанного с чистым вращением, на малую величину $\mathbf{v}$, поскольку граница ядро-мантия эллипсоидальна, а скорость на границе должна быть строго тангенциальной

$$\mathbf{v}_f = \omega_f \times \mathbf{r} + \mathbf{v}. \quad (12.32)$$

Вывод уравнения для момента импульса жидкого ядра

Дважды применив оператор абсолютной производной к радиус-вектору движущейся частицы, запишем уравнение Навье-Стокса, описывающее движение в жидком ядре

$$\begin{aligned}\frac{D\mathbf{r}}{Dt} &= \frac{d\mathbf{r}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} = \mathbf{v}_f + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}, \\ \frac{D^2\mathbf{r}}{Dt^2} &= \frac{D}{Dt}(\mathbf{v}_f + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) = \frac{d\mathbf{v}_f}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_f + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{v}_f + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) \\ &= \frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial t} + (\mathbf{v}_f \cdot \nabla) \mathbf{v}_f + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}_f + \dot{\boldsymbol{\Omega}} \times \mathbf{r} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r} = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \phi_g,\end{aligned}\quad (12.33)$$

которое совпадает с выражением (B1) приложения В работы Мэтьюса и др. [376]. Третий член в левой части – это член Кориолиса, четвертый член – вращательное ускорение, связанное с изменением угловой скорости, последний член – центробежное ускорение.

Получим формулу (B2) из [376], используя (12.31), из соотношения

$$\begin{aligned}& 2\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} \\ &= \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} \\ &= \boldsymbol{\Omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} - \boldsymbol{\omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}).\end{aligned}\quad (12.34)$$

Преобразуя средние члены уравнения по известным правилам для смешанного произведения $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$, $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times \mathbf{c} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b} - (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})\mathbf{a}$, перераспределяя члены, запишем

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} &= (\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{r})\boldsymbol{\omega}_f - (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\omega}_f)\mathbf{r} - ((\boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{r})\boldsymbol{\omega}_f - \\ &- (\boldsymbol{\omega}_f \cdot \mathbf{r})\boldsymbol{\Omega}) = (\boldsymbol{\omega}_f \cdot \mathbf{r})\boldsymbol{\Omega} - (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\omega}_f)\mathbf{r} = (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\Omega}) \times \boldsymbol{\omega}_f = \boldsymbol{\omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}).\end{aligned}\quad (12.35)$$

Подстановка в (12.34) дает:

$$\begin{aligned}& 2\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) - (\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} = \boldsymbol{\Omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) \\ &+ \boldsymbol{\omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}) - \boldsymbol{\omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) = \boldsymbol{\Omega}_f \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) - \boldsymbol{\omega}_f \times (\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r}) = \\ &= \nabla \phi_c(\boldsymbol{\Omega}_f) - \nabla \phi_c(\boldsymbol{\omega}_f),\end{aligned}\quad (12.36)$$

что точно совпадает с формулой (B2) приложения В статьи Мэтьюса и др. Центробежный потенциал в правой части и соответствующая сила равны:

$$\phi_c(\boldsymbol{\Omega}) = -\frac{1}{2} |\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}|^2, \quad \nabla \phi_c(\boldsymbol{\Omega}) = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}. \quad (12.37)$$

Центробежный потенциал $\phi_c(\mathbf{\Omega})$ вращения с угловой скоростью $\mathbf{\Omega}$, дается формулой (В4а) приложения В [376]. На основе полученных выше результатов, учитывая (12.32), (12.34), получаем (В3) из (В1):

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v}_f \cdot \nabla) \mathbf{v}_f + 2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v} + \dot{\mathbf{\Omega}}_f \times \mathbf{r} + (\mathbf{\Omega} \times \boldsymbol{\omega}_f) \times \mathbf{r} - \nabla \phi_c(\boldsymbol{\omega}_f) = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla \phi^f, \quad (12.38)$$

где потенциал тяжести жидкого ядра, вызванный притяжением и вращением с угловой скоростью $\mathbf{\Omega}_f$, дается выражением

$$\phi^f = \phi_g + \phi_c^f = \phi_g + \phi_c(\mathbf{\Omega}_f). \quad (12.39)$$

Мы не обсуждаем здесь то, до какой степени выполняется гипотеза о гидростатическом равновесии вещества под действием сил тяжести и давления, позволяющая принять (В5):

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \nabla P_0 - \nabla \phi_0, \quad \text{где} \quad \phi_0 = \phi_{g0} + \phi_c(\mathbf{\Omega}_0), \quad (12.40)$$

здесь нулевые индексы обозначают величины в условиях равновесия. Эта гипотеза понадобится далее в (12.50). Выражение для момента импульса жидкого внешнего ядра, считая плотность не меняющейся во времени, запишем как:

$$\mathbf{H}_f = \int_V \mathbf{r} \times \rho \frac{D\mathbf{r}}{Dt} dV = \int_V \mathbf{r} \times \rho (\mathbf{v}_f + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) dV. \quad (12.41)$$

Теорема Рейнольдса для движения непрерывной среды позволяет перенести производную под интегралом на второй член – вектор импульса:

$$\frac{D}{Dt} \int_V \mathbf{r} \times \rho \mathbf{v} dV = \int_V \frac{D}{Dt} (\mathbf{r} \times \rho \mathbf{v}) dV = \int_V \mathbf{r} \times \rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} dV. \quad (12.42)$$

Отсюда

$$\frac{D\mathbf{H}_f}{Dt} = \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{H}_f = \int_V \mathbf{r} \times \rho \frac{D}{Dt} (\mathbf{v}_f + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) dV. \quad (12.43)$$

Абсолютная производная под интегралом уже была нами получена (12.33), подстановка правой части этого выражения дает:

$$\frac{d\mathbf{H}_f}{dt} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{H}_f = - \int_V \mathbf{r} \times (\nabla P + \rho \nabla \phi_g) dV, \quad (12.44)$$

– это уравнение (B9) приложения В статьи Мэтьюса и др. Произведение $\mathbf{\Omega} \times \mathbf{H}_f$ может быть раскрыто как

$$\mathbf{\Omega} \times \mathbf{H}_f = \mathbf{\Omega} \times \int_V \mathbf{r} \times \rho(\mathbf{v}_f + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) dV = \int_V \rho \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{r} \times \mathbf{v}_f) dV + \int_V \rho \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) dV. \quad (12.45)$$

Второй член равен

$$\int_V \rho \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) dV = - \int_V \rho \mathbf{r} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{\Omega} dV = \int_V \rho \mathbf{r} \times (\mathbf{\Omega} \times \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) dV, \quad (12.46)$$

т.о., помещая (12.45) в левую часть (12.43), приходим к следующему результату (уравнению (B8) работы [376])

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} &= \frac{D\mathbf{H}_f}{Dt} - \mathbf{\Omega} \times \mathbf{H}_f = \\ &= \int_V \rho \left(\mathbf{r} \times \left[\frac{\partial \mathbf{v}_f}{\partial t} + (\mathbf{v}_f \cdot \nabla) \mathbf{v}_f + 2\mathbf{\Omega} \times \mathbf{v}_f + \dot{\mathbf{\Omega}} \times \mathbf{r} \right] + \mathbf{\Omega} \times (\mathbf{v}_f \times \mathbf{r}) \right) dV. \end{aligned} \quad (12.47)$$

Поскольку момент импульса, связанный с остаточной скоростью $\mathbf{v}$ в поле скоростей $\mathbf{v}_f = \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r} + \mathbf{v}$ (12.32), обнуляется в системе средних осей Тиссерана, можно считать

$$\int_V \rho(\mathbf{r} \times \mathbf{v}) dV = 0,$$

приходим к выражению для момента импульса внешнего жидкого ядра

$$\mathbf{H}_f = \int_V \mathbf{r} \times \rho(\mathbf{v}_f + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) dV = \int_V \mathbf{r} \times \rho(\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{r} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}) dV = \int_V \rho(\mathbf{r} \times \boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) dV,$$

и для его абсолютной производной

$$\begin{aligned} \frac{D\mathbf{H}_f}{Dt} &= \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{H}_f = \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} + \boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{H}_f - \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{H}_f = \\ &= - \int_V \mathbf{r} \times (\nabla P + \rho \nabla \phi_g) dV, \end{aligned} \quad (12.48)$$

где векторное произведение может быть выписано в виде

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{H}_f &= \boldsymbol{\Omega}_f \times \int_V \rho \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) dV = - \int_V \rho \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) \times \boldsymbol{\Omega}_f dV \\ &= \int_V \rho \mathbf{r} \times (\boldsymbol{\Omega}_f \times \boldsymbol{\Omega}_f \times \mathbf{r}) dV = \int_V \rho \mathbf{r} \times \nabla \phi_c(\boldsymbol{\Omega}_f) dV. \end{aligned} \quad (12.49)$$

Переносим последнее из правой части (12.48), получаем итоговое выражение

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} - \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{H}_f &= - \int_V \mathbf{r} \times (\nabla P + \rho \nabla \phi_g + \rho \nabla \phi_c(\boldsymbol{\Omega}_f)) dV = \\ &= - \int_V \mathbf{r} \times (\nabla P + \rho \nabla \phi^f) dV = \gamma. \end{aligned} \quad (12.50)$$

Если пренебречь правой частью γ , а также всеми негравитационными и не связанными с градиентами давления силами на границе ядро-мантия, как то электромагнитные и др., что и делается в СОС-аппроксимации [244], получим уравнение для момента импульса внешнего ядра (15В) [376] вида:

$$\frac{d\mathbf{H}_f}{dt} - \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{H}_f = 0. \quad (12.51)$$

Это уравнение лежит в основе модели Земли с жидким ядром. Оно было получено Сасао с соавторами [244] для стратифицированного ядра, лежит в основе СОС-аппроксимации и совпадает с уравнением, полученным А. Пуанкаре для однородного несжимаемого эллипсоидального ядра [243]. Большой вклад в разработку уравнений внес также М.С. Молоденский [240].

Вывод уравнений вращения трехслойной Земли

В данном разделе мы выведем систему уравнений, описывающую вращение Земли с жидким внешним и твердым внутренним ядром. Будем исходить из следующей системы уравнений, представленной в работах Мэтьюса, Дехант, Сасао и др. [161, 244, 376]

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H} = \boldsymbol{\Gamma}, \quad (12.52a)$$

$$\frac{d\mathbf{H}_f}{dt} - \boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{H}_f = 0, \quad (12.52b)$$

$$\frac{d\mathbf{H}_s}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_s = \boldsymbol{\Gamma}_s, \quad (12.52c)$$

первое из уравнений относится ко всей Земле с мантией, второе – к жидкому (индекс f), а третье – к твердому (индекс s) ядру. Моменты инерции твердого и жидкого ядер равны

$$\mathbf{H}_f = [C_f] \boldsymbol{\Omega}_f, \quad \mathbf{H}_s = [C_s] \boldsymbol{\Omega}_s,$$

где $\mathbf{\Omega}_s, \mathbf{\Omega}_f$ – их относительные угловые скорости, а $[C_s], [C_f]$ – их матрицы инерции

$$[C_s] = A_s[\mathbf{I}] + (C_s - A_s)\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 + \sum_{ij} c_{ij}^s \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j,$$

$$[C_f] = A_f[\mathbf{I}] + (C_f - A_f)\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 + (C' - A')(\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3) + \sum_{ij} c_{ij}^f s_{ij}^f \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j.$$

Момент инерции мантии можно получить, вычтя из момента инерции всей Земли моменты инерции жидкого и твердого ядер

$$\mathbf{H} = [C]\mathbf{\Omega} + [C_f](\mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega}_f) + [C_s](\mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega}_s),$$

здесь

$$[C] = A[\mathbf{I}] + (C - A)\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 + ((C_s - A_s) - (C' - A'))(\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3) + \sum_{ij} c_{ij}^f \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j,$$

а $c_{ij}^s, c_{ij}^f, c_{ij}, (C' - A')(\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3), ((C_s - A_s) - (C' - A'))(\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3)$ – величины первого порядка малости.

Вывод уравнений для твердого ядра

Запишем матрицу инерции для внутреннего твердого ядра с малыми поправками к диагональной форме

$$[C_s] = \begin{bmatrix} A_s + c_{11}^s & c_{12}^s & c_{13}^s \\ c_{21}^s & B_s + c_{22}^s & c_{23}^s \\ c_{31}^s & c_{32}^s & C_s + c_{33} + (C_s - A_s)\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 \end{bmatrix}. \quad (12.53)$$

Угловая скорость твердого ядра равна

$$\mathbf{\Omega}_s = \mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_s = \mathbf{\Omega}_0 \begin{bmatrix} m_1 + m_1^s \\ m_2 + m_2^s \\ 1 + m_3 + m_3^s \end{bmatrix}. \quad (12.54)$$

Подставляя в формулу $\mathbf{H}_s = [C_s]\mathbf{\Omega}_s$, с учетом того, что $\mathbf{i}'_3 = \mathbf{n}_s + \mathbf{i}_3$, $\mathbf{n}'_s = (n_{s1}, n_{s2}, 0)^T$, и считая $A_s = B_s = C_s$ (осевое сжатие остается), отбрасывая члены второго порядка малости, получим

$$[H_s] = \mathbf{\Omega}_0 \begin{bmatrix} A_s(m_1 + m_1^s) + c_{13}^s \\ A_s(m_2 + m_2^s) + c_{23}^s \\ A_s(1 + m_3 + m_3^s) + c_{33}^s + A_s \mathbf{e}_s(\mathbf{n}_s + \mathbf{i}_3) \end{bmatrix}. \quad (12.55)$$

Запишем формулу для векторного произведения

$$\begin{aligned} \mathbf{\Omega}_s \times \mathbf{H}_s &= \mathbf{\Omega}_0^2 \begin{bmatrix} A_s m_2 + A_s e_s m_2 - A_s(m_2 + m_2^s) - c_{23}^s \\ A_s(m_1 + m_1^s) + c_{13}^s - A_s m_1 - A_s e_s m_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{\Omega} \times \Omega_0 A_s e_s \mathbf{n}_s = \\ &= \mathbf{\Omega}_0^2 \begin{bmatrix} A_s e_s m_2 - A_s m_2^s - c_{23}^s \\ A_s m_1^s + c_{13}^s - A_s e_s m_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{\Omega}_0^2 \begin{bmatrix} -A_s e_s n_{s2} \\ -A_s e_s n_{s1} \\ 0 \end{bmatrix} = \\ &= \mathbf{\Omega}_0^2 \begin{bmatrix} A_s e_s m_2 - A_s m_2^s - A_s e_s n_{s2} - c_{23}^s \\ A_s m_1^s - A_s e_s m_1 - A_s e_s n_{s1} + c_{13}^s \\ 0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Учитывая то, что $A_s + A_s e_s = C_s$ и

$$A_s e_s \Omega_0 \frac{d\mathbf{n}_s}{dt} = A_s e_s \Omega_0 \mathbf{m}_s \times \mathbf{i}_3 = A_s e_s \Omega_0^2 (m_2^s \mathbf{i}_1 - m_1^s \mathbf{i}_2),$$

получаем левую часть уравнения (12.52с) для твердого внутреннего ядра

$$\begin{aligned} & \frac{d\mathbf{H}_s}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}_s = \\ & = \begin{bmatrix} A_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(m_1 + m_1^s) + \Omega_0 \frac{dc_{13}^s}{dt} + \Omega_0^2 (A_s e_s (m_2 + m_2^s) - A_s m_2^s - A_s e_s n_{s2} - c_{23}^s) \\ A_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(m_2 + m_2^s) + \Omega_0 \frac{dc_{23}^s}{dt} + \Omega_0^2 (A_s m_1^s - A_s e_s (m_1 + m_1^s) - A_s e_s n_{s1} + c_{13}^s) \\ C_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(1 + m_3 + m_3^s) + \Omega_0 \frac{dc_{33}^s}{dt} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Теперь рассмотрим правую часть уравнения для момента сил, действующего на твердое ядро. Запишем его через параметры α_j , введенные в [376], и описывающие взаимодействие внутреннего ядра и остальной Земли ([161] стр. 291)

$$\Gamma_s = A_s e_s \Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times [-\alpha_1(m + m_f) + \alpha_2 \mathbf{n}_s - \alpha_3 \phi] + \Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times \mathbf{c}_3^s.$$

Члены в квадратных скобках дают

$$\begin{aligned} A_s e_s \Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times [-\alpha(m + m_f)] &= A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_1 [\mathbf{i}_1(m_2 + m_2^f) - \mathbf{i}_2(m_1 + m_1^f)] = \\ &= A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_1 \begin{bmatrix} (m_2 + m_2^f) \\ -(m_1 + m_1^f) \\ 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$A_s e_s \Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times \alpha_2 \mathbf{n}_s = A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_2 (n_{s1} \mathbf{i}_2 - n_{s2} \mathbf{i}_1) = A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_2 \begin{bmatrix} -n_{s2} \\ n_{s1} \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_s e_s \Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times (-\alpha_3 \phi) = A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_3 (\phi_2 \mathbf{i}_1 - \phi_1 \mathbf{i}_2) = A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_3 \begin{bmatrix} \phi_2 \\ -\phi_1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Объединяя члены, получим для вектора момента сил

$$\Gamma_s = A_s e_s \Omega_0^2 \begin{bmatrix} \alpha_1(m_2 + m_2^f) - \alpha_2 n_{s2} + \alpha_3 \phi_2 \\ -\alpha_1(m_1 + m_1^f) + \alpha_2 n_{s1} - \alpha_3 \phi_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \Omega_0^2 \begin{bmatrix} -c_{23}^s \\ c_{13}^s \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Таким образом, покомпонентные уравнения для колебаний оси твердого ядра имеют вид

$$\begin{aligned} A_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(m_1 + m_1^s) + \Omega_0 \frac{dc_{13}^s}{dt} + \Omega_0^2 (A_s e_s (m_2 + m_2^s) - A_s m_2^s - A_s e_s n_{s2} - c_{23}^s) = \\ = A_s e_s \Omega_0^2 [\alpha_1(m_2 + m_2^f) - \alpha_2 n_{s2} + \alpha_3 \phi_2] - \Omega_0^2 c_{23}^s, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(m_2 + m_2^s) + \Omega_0 \frac{dc_{23}^s}{dt} + \Omega_0^2 (A_s m_1^s - A_s e_s (m_1 + m_1^s) - A_s e_s n_{s1} + c_{13}^s) = \\ = A_s e_s \Omega_0^2 [-\alpha_1(m_1 + m_1^f) + \alpha_2 n_{s1} - \alpha_3 \phi_1] + \Omega_0^2 c_{13}^s, \end{aligned}$$

и для его скорости вращения

$$C_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(1 + m_3 + m_3^s) + \Omega_0 \frac{dc_{33}^s}{dt} = 0.$$

Уравнение колебания оси можно записать в комплексном виде, введя обозначения $\tilde{m} = m_1 + im_2$, $\tilde{m}_s = m_1^s + im_2^s$, $\tilde{m}_f = m_1^f + im_2^f$, $c_3^s = c_{13}^s + ic_{23}^s$, $\tilde{n}_s = n_{s1}^s + in_{s2}^s$, $\tilde{\phi}_s = \phi_1^s + i\phi_2^s$

$$\begin{aligned} A_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(\tilde{m} + \tilde{m}_s) + \Omega_0 \frac{dc_3^s}{dt} - i\Omega_0^2 A_s e_s (\tilde{m} + \tilde{m}_s) + i\Omega_0^2 A_s \tilde{m}_s + \Omega_0^2 i A_s e_s \tilde{n}_s + \\ + i\Omega_0^2 c_3^s = A_s e_s \Omega_0^2 [\alpha_1(\tilde{m} + \tilde{m}_f) - \alpha_2 \tilde{n}_s + \alpha_3 \tilde{\phi}] + i\Omega_0^2 c_3^s. \end{aligned}$$

Дальнейшее преобразование можно сделать, подставляя $e_s m_s = \frac{d\tilde{n}_s}{dt} = -i\Omega_0 \tilde{m}_s$

$$\begin{aligned} A_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(\tilde{m} + \tilde{m}_s) + \Omega_0 \frac{dc_3^s}{dt} + A_s e_s \Omega_0 \frac{d\tilde{n}_s}{dt} - i\Omega_0^2 A_s e_s \tilde{m} + i\Omega_0^2 A_s \tilde{m}_s + i\Omega_0^2 A_s e_s \tilde{n}_s + \\ + i\Omega_0^2 c_3^s = A_s e_s \Omega_0^2 [\alpha_1(\tilde{m} + \tilde{m}_f) - \alpha_2 \tilde{n}_s + \alpha_3 \tilde{\phi}] + i\Omega_0^2 c_3^s. \end{aligned}$$

Вывод уравнений для жидкого ядра

Аналогичным образом распишем уравнение для внешнего ядра (12.52b). Тензор инерции следует записать в виде

$$[C_f] = A_f[\mathbf{I}] + (C_f - A_f)\mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3 + (C' - A')(\mathbf{i}_3\mathbf{i}_3 - \mathbf{i}'_3\mathbf{i}'_3) + \sum_{ij} c_{ij}^f \mathbf{i}_i \mathbf{i}_j.$$

С использованием параметров сжатия мантии e' и ядра e_f , можно записать $C' - A' = A'e'$, $C_f - A_f = A_f e_f$, тогда придём к виду

$$[C_f] = \begin{bmatrix} A_f + c_{11}^f & c_{12}^f & c_{13}^f \\ c_{21}^f & B_f + c_{22}^f & c_{23}^f \\ c_{31}^f & c_{32}^f & C_f + c_{33}^f + A_f e_f + A' e' (\mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}'_3 \mathbf{i}'_3) \end{bmatrix}, \quad (12.56)$$

в котором, в двухосном приближении будем считать $A_f = B_f = C_f$ равными. Угловая скорость имеет вид

$$\boldsymbol{\Omega}_f = \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\omega}_f = \boldsymbol{\Omega}_0(\mathbf{i}_3 + m + m_f) = \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} m_1 + m_1^f \\ m_2 + m_2^f \\ 1 + m_3 + m_3^f \end{bmatrix}. \quad (12.57)$$

Поскольку $\mathbf{H}_f = [C_f]\boldsymbol{\Omega}_f$, с учетом того, что $\mathbf{n}_s = \mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3 = (n_{s1}, n_{s2}, 0)^T$, $(\mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}'_3 \mathbf{i}'_3)\mathbf{i}_3 = \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3 \cdot \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}'_3 (n_s + \mathbf{i}_3)\mathbf{i}_3 = \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}'_3 = -\mathbf{n}_s$, отбрасывая члены второго порядка малости, получим

$$[H_f] = \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} A_f(m_1 + m_1^f) + c_{13}^f \\ A_f(m_2 + m_2^f) + c_{23}^f \\ (A_f + A_f e_f)(1 + m_3 + m_3^f) + c_{33}^f - A' e' \mathbf{n}_s \end{bmatrix}. \quad (12.58)$$

Так как

$$\boldsymbol{\omega}_f = \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} m_1^f \\ m_2^f \\ m_3^f \end{bmatrix}, \quad (12.59)$$

векторное умножение даёт

$$\boldsymbol{\omega}_f \times \mathbf{H}_f = \boldsymbol{\Omega}_0^2 \begin{bmatrix} (A_f + A_f e_f) m_2^f \\ -(A_f + A_f e_f) m_1^f \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для производной момента инерции получим

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{H}_f}{dt} &= \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} A_f \frac{d}{dt}(m_1 + m_1^f) + \frac{dc_{13}^f}{dt} \\ A_f \frac{d}{dt}(m_2 + m_2^f) + \frac{dc_{23}^f}{dt} \\ (A_f + A_f e_f) \frac{d}{dt}(m_3 + m_3^f) + \frac{dc_{33}^f}{dt} \end{bmatrix} - A' e' \boldsymbol{\Omega}_0 \frac{d\mathbf{n}_s}{dt} = \\ &= \boldsymbol{\Omega}_0 \begin{bmatrix} A_f \frac{d}{dt}(m_1 + m_1^f) + \frac{dc_{13}^f}{dt} - A' e' \frac{dn_{s1}}{dt} \\ A_f \frac{d}{dt}(m_2 + m_2^f) + \frac{dc_{23}^f}{dt} - A' e' \frac{dn_{s2}}{dt} \\ A_f (1 + e_f) \frac{d}{dt}(m_3 + m_3^f) + \frac{dc_{33}^f}{dt} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Комбинируя полученные формулы, получаем три уравнения баланса углового момента внешнего ядра в виде

$$A_f \frac{d}{dt}(m_1 + m_1^f) + \frac{dc_{13}^f}{dt} - A' e' \frac{dn_{s1}}{dt} - \boldsymbol{\Omega}_0 (A_f + A_f e_f) m_2^f = 0,$$

$$A_f \frac{d}{dt}(m_2 + m_2^f) + \frac{dc_{23}^f}{dt} - A' e' \frac{dn_{s2}}{dt} + \boldsymbol{\Omega}_0 (A_f + A_f e_f) m_1^f = 0,$$

$$A_f (1 + e_f) \frac{d}{dt}(m_3 + m_3^f) + \frac{dc_{33}^f}{dt} = C_f \frac{d}{dt}(m_3 + m_3^f) + \frac{dc_{33}^f}{dt} = 0.$$

С учетом того, что $A'e' = \alpha_1 A_s e_s$, в комплексных обозначениях $\tilde{m} = m_1 + im_2$, $\tilde{m}_f = m_1^f + im_2^f$, $c_3^f = c_{13}^f + ic_{23}^f$, $\tilde{n}_s = n_{s1} + in_{s2}$, два первых уравнения принимают вид

$$A_f \frac{d}{dt}(\tilde{m} + \tilde{m}_f) + \frac{dc_3^f}{dt} - \alpha_1 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + i\Omega_0 A_f (1 + e_f) \tilde{m}_f = 0.$$

Вывод уравнений для всей Земли с мантией

Выведем теперь уравнения для всей Земли, состоящей из мантии, внешнего жидкого и внутреннего твердого ядра. Тензор инерции запишем в виде

$$[C] = A[\mathbf{I}] + (C - A)\mathbf{i}_3\mathbf{i}_3 + [(C_s - A_s) - (C' - A')](\mathbf{i}_3'\mathbf{i}_3' - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3) + \sum_{ij} c_{ij}^f \mathbf{i}_i\mathbf{i}_j.$$

Как и прежде $\mathbf{n}_s = \mathbf{i}_3' - \mathbf{i}_3$ и $((C_s - A_s) - (C' - A')) = A_s e_s - A' e' = \alpha_3 A_s e_s$, тогда

$$[C] = \begin{bmatrix} A + c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & B + c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & C + c_{33} + Ae + \alpha_3 A_s e_s (\mathbf{i}_3'\mathbf{i}_3' - \mathbf{i}_3\mathbf{i}_3) \end{bmatrix}. \quad (12.60)$$

Считая, что

$$\mathbf{H} = C\boldsymbol{\Omega} + C_f(\boldsymbol{\Omega}_f - \boldsymbol{\Omega}) + C_s(\boldsymbol{\Omega}_s - \boldsymbol{\Omega}),$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\Omega}_0 + \omega = \Omega_0 \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ 1 + m_3 \end{bmatrix}, \quad (12.61)$$

с учетом соотношений $\mathbf{n}_s = \mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3 = (n_{s1}, n_{s2}, 0)^T$, $(\mathbf{i}'_3 \mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3) \mathbf{i}_3 = \mathbf{i}'_3(n_s + \mathbf{i}_3) \mathbf{i}_3 - \mathbf{i}_3 \mathbf{i}_3 \cdot \mathbf{i}_3 = \mathbf{i}'_3 - \mathbf{i}_3 = \mathbf{n}_s$, найдем

$$[C]\Omega = \Omega_0 \begin{bmatrix} Am_1 + c_{13} \\ Am_2 + c_{23} \\ A(1+e)(1+m_3) + c_{33} + \alpha_3 A_s e_s \mathbf{n}_s \end{bmatrix}. \quad (12.62)$$

Используя представленные выше тензоры инерции твердого внутреннего ядра (12.53) и жидкого внешнего ядра (12.56), полагая равными $A_f = B_f = C_f$, $A_s = B_s = C_s$ (сжатие учтено e_f и e_s), произведения матриц инерции на соответствующие малые поправки к вектору угловой скорости можно записать в виде

$$[C_f](\Omega_f - \Omega) = \Omega_0 \begin{bmatrix} A_f m_1^f \\ A_f m_2^f \\ A_f(1+e_f)m_3^f \end{bmatrix}, \quad (12.63)$$

$$[C_s](\Omega_s - \Omega) = \Omega_0 \begin{bmatrix} A_s m_1^s \\ A_s m_2^s \\ A_s(1+e_s)m_3^s \end{bmatrix}. \quad (12.64)$$

Откуда

$$\begin{aligned}
[H] &= \mathbf{\Omega}_0 \begin{bmatrix} Am_1 + c_{13} \\ Am_2 + c_{23} \\ A(1+e)(1+m_3) + c_{33} + \alpha_3 A_s e_s \mathbf{n}_s \end{bmatrix} + \mathbf{\Omega}_0 \begin{bmatrix} A_f m_1^f \\ A_f m_2^f \\ A_f(1+e_f)m_3^f \end{bmatrix} + \\
&+ \mathbf{\Omega}_0 \begin{bmatrix} A_s m_1^s \\ A_s m_2^s \\ A_s(1+e_s)m_3^s \end{bmatrix} = \\
&= \mathbf{\Omega}_0 \begin{bmatrix} Am_1 + A_f m_1^f + A_s m_1^s + c_{13} \\ Am_2 + A_f m_2^f + A_s m_2^s + c_{23} \\ A(1+e)(1+m_3) + A_f(1+e_f)m_3^f + A_s(1+e_s)m_3^s + c_{33} + \alpha_3 A_s e_s \mathbf{n}_s \end{bmatrix} = \\
&= \mathbf{\Omega}_0 \begin{bmatrix} Am_1 + A_f m_1^f + A_s m_1^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s1} + c_{13} \\ Am_2 + A_f m_2^f + A_s m_2^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s2} + c_{23} \\ A(1+e)(1+m_3) + A_f(1+e_f)m_3^f + A_s(1+e_s)m_3^s + c_{33} \end{bmatrix}.
\end{aligned}$$

Выписывая векторное произведение

$$\mathbf{\Omega} \times \mathbf{H} = \mathbf{\Omega}_0^2 \begin{bmatrix} A(1+e)m_2 - (Am_2 + A_f m_2^f + A_s m_2^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s2} + c_{23}) \\ -A(1+e)m_1 + Am_1 + A_f m_1^f + A_s m_1^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s1} + c_{13} \\ 0 \end{bmatrix}$$

и производную

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} = \Omega_0 \begin{bmatrix} A\frac{dm_1}{dt} + A_f\frac{dm_1^f}{dt} + A_s\frac{dm_1^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{dn_{s1}}{dt} + \frac{dc_{13}}{dt} \\ A\frac{dm_2}{dt} + A_f\frac{dm_2^f}{dt} + A_s\frac{dm_2^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{dn_{s2}}{dt} + \frac{dc_{23}}{dt} \\ A(1+e)\frac{dm_3}{dt} + A_f(1+e_f)\frac{dm_3^f}{dt} + \frac{dc_{33}}{dt} \end{bmatrix},$$

с использованием выражения для момента сил

$$\Gamma_s = Ae\Omega_0^2 \mathbf{i}_3 \times \phi = Ae\Omega_0^2 \begin{bmatrix} \phi_2 \\ -\phi_1 \\ 0 \end{bmatrix} + \Omega_0^2 \begin{bmatrix} -c_{23}^s \\ c_{13}^s \\ 0 \end{bmatrix},$$

полное уравнение (12.52а) с правой частью

$$\frac{d\mathbf{H}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H} = \boldsymbol{\Gamma}$$

может быть выписано в координатах как

$$A\frac{dm_1}{dt} + A_f\frac{dm_1^f}{dt} + A_s\frac{dm_1^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{dn_{s1}}{dt} + \frac{dc_{13}}{dt} + \\ + \Omega_0 [A(1+e)m_2 - (Am_2 + A_fm_2^f + A_sm_2^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s2} + c_{23})] = \Omega_0^2 Ae\phi_2,$$

$$A\frac{dm_2}{dt} + A_f\frac{dm_2^f}{dt} + A_s\frac{dm_2^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{dn_{s2}}{dt} + \frac{dc_{23}}{dt} + \\ + \Omega_0 [-A(1+e)m_1 + Am_1 + A_fm_1^f + A_sm_1^s + \alpha_3 A_s e_s n_{s1} + c_{13}] = -\Omega_0^2 Ae\phi_1,$$

$$A(1+e)\frac{dm_3}{dt} + A_f(1+e_f)\frac{dm_3^f}{dt} + \frac{dc_{33}}{dt} = C\frac{dm_3}{dt} + C_f\frac{dm_3^f}{dt} + \frac{dc_{33}}{dt} = 0.$$

Переходя к комплексным обозначениям $\tilde{m} = m_1 + im_2$, $\tilde{m}_f = m_1^f + im_2^f$, $\tilde{m}_s = m_1^s + im_2^s$, $c_3^f = c_{13}^f + ic_{23}^f$, $\tilde{n}_s = n_{s1} + in_{s2}$, $\tilde{\phi} = \phi_1 + i\phi_2$, два уравнения для смещения оси принимают вид одного комплексного

$$A\frac{d\tilde{m}}{dt} + A_f\frac{d\tilde{m}_f}{dt} + A_s\frac{d\tilde{m}_s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + \frac{dc_3}{dt} - \\ - i\Omega_0 A(1+e)\tilde{m} + i\Omega_0 (A_f\tilde{m}_f + A_s\tilde{m}_s + \alpha_3 A_s e_s \tilde{n}_s + c_3) = -i\Omega_0^2 Ae\tilde{\phi},$$

что после вычитания членов приобретает итоговый вид

$$A \frac{d\tilde{m}}{dt} + A_f \frac{d\tilde{m}^f}{dt} + A_s \frac{d\tilde{m}^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + \frac{dc_3}{dt} - \\ - i\Omega_0 A e \tilde{m} + i\Omega_0 (A_f \tilde{m}_f + A_s \tilde{m}_s + \alpha_3 A_s e_s \tilde{n}_s + c_3) = -i\Omega_0^2 A e \tilde{\phi}.$$

Система уравнений для колебания осей мантии, внешнего и внутреннего ядер

Запишем все три уравнения (12.52a), (12.52b), (12.52c) для осевых компонент, описывающих колебания осей вращения мантии, жидкого и твердого ядер, в полученной выше комплексной форме

$$A \frac{d\tilde{m}}{dt} + A_f \frac{d\tilde{m}^f}{dt} + A_s \frac{d\tilde{m}^s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + \frac{dc_3}{dt} - \\ - i\Omega_0 A e \tilde{m} + i\Omega_0 (A_f \tilde{m}_f + A_s \tilde{m}_s + \alpha_3 A_s e_s \tilde{n}_s + c_3) = -i\Omega_0^2 A e \tilde{\phi},$$

$$A_f \frac{d}{dt}(\tilde{m} + \tilde{m}_f) + \frac{dc_3^f}{dt} - \alpha_1 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + i\Omega_0 A_f (1 + e_f) \tilde{m}_f = 0. \quad (12.65)$$

$$A_s \Omega_0 \frac{d}{dt}(\tilde{m} + \tilde{m}_s) + \Omega_0 \frac{dc_3^s}{dt} + A_s e_s \Omega_0 \frac{d\tilde{n}_s}{dt} - i\Omega_0^2 A_s e_s \tilde{m} + i\Omega_0^2 A_s \tilde{m}_s + i\Omega_0^2 A_s e_s \tilde{n}_s + \\ + i\Omega_0^2 c_3^s = A_s e_s \Omega_0^2 [\alpha_1 (\tilde{m} + \tilde{m}_f) - \alpha_2 \tilde{n}_s + \alpha_3 \tilde{\phi}] + i\Omega_0^2 c_3^s.$$

К ним добавляется четвертое уравнение, задающее направление оси твёрдого ядра $\mathbf{i}_s$ в связанной с мантией системе координат

$$\frac{d\mathbf{i}_s}{dt} = \boldsymbol{\omega}_s \times \mathbf{i}_s \simeq \boldsymbol{\omega}_s \times \mathbf{i}_3,$$

откуда

$$\frac{d\mathbf{n}_s}{dt} = \Omega_0 \tilde{m}_s \times \mathbf{i}_3,$$

и четвертое уравнение получается в виде

$$\frac{d\tilde{n}_s}{dt} = -i\Omega_0 \tilde{m}_s. \quad (12.66)$$

В выражениях выше добавки к главному моменту инерции параметризуются так:

$$c_3 = A[\kappa(\tilde{m} - \tilde{\phi}) + \xi \tilde{m}_f + \varsigma \tilde{m}_s] \\ c_3^f = A_f[\gamma(\tilde{m} - \tilde{\phi}) + \beta \tilde{m}_f + \delta \zeta \tilde{m}_s]$$

$$c_3^s = A_s[\theta(\tilde{m} - \tilde{\phi}) + \chi\tilde{m}_f + \nu\zeta m_s].$$

По модели Земли PREM $\frac{A_f}{A} \approx 1/9$, $\frac{A_s}{A} \approx 1/1400$, $e = 0.003247$, $e_f = 0.002548$, $\kappa = 0.001039$, $\gamma = 0.001965$, $\theta = 0.000222$, $\xi = 0.000222$, $\beta = 0.000616$, а параметры $\chi, \varsigma, \zeta, \delta, \nu$ по модулю меньше 10^{-4} ([161], стр. 284, 292). Подставляя в первое уравнение c_3 , получим

$$\begin{aligned} & A(1 + \kappa)\frac{d\tilde{m}}{dt} + (A_f + A\xi)\frac{d\tilde{m}_f}{dt} + (A_s + A\varsigma)\frac{d\tilde{m}_s}{dt} + \alpha_3 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} - \\ & - i\Omega_0 A(e - \kappa)\tilde{m} + i\Omega_0(A_f + A\xi)\tilde{m}_f + i\Omega_0(A_s + A\varsigma)\tilde{m}_s + i\Omega_0 \alpha_3 A_s e_s \tilde{n}_s = \\ & = -i\Omega_0 A(e - \kappa)\tilde{m} + A\kappa \frac{d\tilde{\phi}}{dt}. \end{aligned}$$

Вводя частоту $\sigma\Omega_0$, можно представить каждую из переменных на этой частоте как колебание с определенной амплитудой в виде $\tilde{\phi} \rightarrow \tilde{\phi}e^{i\sigma\Omega_0 t}$, $\tilde{n}_s \rightarrow \tilde{n}_s e^{i\sigma\Omega_0 t}$, $(\tilde{m}, \tilde{m}_f, \tilde{m}_s)^T \rightarrow (\tilde{m}, \tilde{m}_f, \tilde{m}_s)^T e^{i\sigma\Omega_0 t}$. Тогда производная в частотной области запишется как $\frac{d}{dt} = i\sigma\Omega_0$, и можно составить следующее соотношение

$$\begin{aligned} & i\Omega_0[A(1 + \kappa)\sigma\tilde{m} + (A_f + A\xi)\sigma\tilde{m}_f + (A_s + A\varsigma)\sigma\tilde{m}_s + \alpha_3 A_s e_s \sigma\tilde{n}_s - A(e - \kappa)\tilde{m} + \\ & + (A_f + A\xi)\tilde{m}_f + (A_s + A\varsigma)\tilde{m}_s + \alpha_3 A_s e_s \tilde{n}_s] = i\Omega_0 A[(1 + \sigma)\kappa - e]\tilde{\phi}, \end{aligned}$$

далее преобразующееся к виду

$$\begin{aligned} & A[(1 + \kappa)\sigma - (e - \kappa)]\tilde{m} + (A_f + A\xi)(1 + \sigma)\tilde{m}_f + (A_s + A\varsigma)(1 + \sigma)\tilde{m}_s + \\ & + \alpha_3 A_s e_s (1 + \sigma)\tilde{n}_s = A[(1 + \sigma)\kappa - e]\tilde{\phi}, \end{aligned}$$

и, окончательно, после деления на A , сводящееся к

$$\begin{aligned} & [\sigma + \kappa(1 + \sigma) - e]\tilde{m} + (A_f/A + \xi)(1 + \sigma)\tilde{m}_f + (A_s/A + \varsigma)(1 + \sigma)\tilde{m}_s + \\ & + (1 + \sigma)\alpha_3 e_s A_s/A \tilde{n}_s = [(1 + \sigma)\kappa - e]\tilde{\phi}. \end{aligned}$$

Это соотношение даст нам первую строку матричной передаточной функции.

Подставляя c_3^f во второе уравнение (12.65) для внешнего жидкого ядра, получим

$$A_f \frac{d}{dt}(\tilde{m} + \tilde{m}_f) + \frac{dc_3^f}{dt} - \alpha_1 A_s e_s \frac{d\tilde{n}_s}{dt} + i\Omega_0 A_f(1 + e_f)\tilde{m}_f = A_f \gamma \frac{d\tilde{\phi}}{dt},$$

или в частотной области

$$i\Omega_0[A_f(1 + \gamma)\sigma\tilde{m} + A_f((1 + \beta)\sigma + (1 + e_f))\tilde{m}_f + A_f\delta\sigma\tilde{m}_s - \alpha_1 A_s e_s \sigma\tilde{n}_s] = i\Omega_0 A_f \gamma \sigma \tilde{\phi}.$$

Сокращая $i\Omega_0 A_f$, получим второе уравнение системы

$$[(1 + \gamma)\sigma\tilde{m} + ((1 + \beta)\sigma + (1 + e_f))\tilde{m}_f + \delta\sigma m_s - \alpha_1 A_s/A_f e_s \sigma \tilde{n}_s] = \gamma\sigma\tilde{\phi}.$$

Третье уравнение для внутреннего твердого ядра при подстановке в него c_3^s дает

$$\begin{aligned} \Omega_0 A_s(1 + \theta)\frac{d\tilde{m}}{dt} + \Omega_0 A_s(1 + \nu)\frac{d\tilde{m}_s}{dt} + \Omega_0 A_s \chi \frac{d\tilde{m}_f}{dt} + A_s e_s \Omega_0 \frac{d\tilde{n}_s}{dt} - \\ - i\Omega_0^2 [\alpha_3 A_s e_s \tilde{m} - \alpha_1 A_s e_s \tilde{m}_f - A_s \tilde{m}_s - A_s e_s (1 - \alpha_2) \tilde{n}_s] = \\ = -i A_s e_s \Omega_0^2 \alpha_3 \tilde{\phi} + \Omega_0 A_s \theta \frac{d\tilde{\phi}}{dt}. \end{aligned}$$

Откуда, подставляя колебания на частоте $\sigma\Omega_0$ (переходя в область частот) и сокращая на Ω_0^2 , получим

$$\begin{aligned} A_s[(1 + \theta)\sigma - \alpha_3 e_s]\tilde{m} + A_s(\chi\sigma - \alpha_1 e_s)\tilde{m}_f + A_s[(1 + \nu)\sigma + 1]\tilde{m}_s + \\ + A_s e_s(\sigma + 1 - \alpha_2)\tilde{n}_s = A_s(\theta\sigma - e_s \alpha_3)\tilde{\phi}, \end{aligned}$$

что, после сокращения на A_s , дает третье уравнение системы

$$\begin{aligned} [(1 + \theta)\sigma - \alpha_3 e_s]\tilde{m} + (\chi\sigma - \alpha_1 e_s)\tilde{m}_f + [(1 + \nu)\sigma + 1]\tilde{m}_s + \\ + e_s(\sigma + 1 - \alpha_2)\tilde{n}_s = (\theta\sigma - e_s \alpha_3)\tilde{\phi}. \end{aligned}$$

Наконец, наиболее простое четвертое уравнение (12.66), при переходе в частотную область, дает

$$\tilde{m}_s + \sigma\tilde{n}_s = 0. \quad (12.67)$$

Все четыре выведенных уравнения могут быть записаны в матричном виде

$$\mathbf{M}\mathbf{x}(\sigma) = \tilde{\phi}\mathbf{y}(\sigma), \quad (12.68)$$

где вектора на входе и на выходе

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} (1 + \sigma)\kappa - e \\ \gamma\sigma \\ \theta\sigma - e_s \alpha_3 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \tilde{m} \\ \tilde{m}_f \\ \tilde{m}_s \\ \tilde{n}_s \end{bmatrix},$$

$\tilde{\phi}$ – внешнее возмущение, а матрица (передаточная функция) динамической системы $\mathbf{M}$ имеет вид

$$\begin{bmatrix} \sigma + \kappa(1 + \sigma) - e & (A_f/A + \xi)(1 + \sigma) & (A_s/A + \varsigma)(1 + \sigma) & (1 + \sigma)\alpha_3 e_s A_s/A \\ (1 + \gamma)\sigma & (1 + \beta)\sigma + (1 + e_f) & \delta\sigma & -\alpha_1 A_s/A_f e_s \sigma \\ (1 + \theta)\sigma - \alpha_3 e_s & (\chi\sigma - \alpha_1 e_s) & (1 + \nu)\sigma + 1 & e_s(\sigma + 1 - \alpha_2) \\ 0 & 0 & 1 & \sigma \end{bmatrix}.$$

Эта четырехкомпонентная динамическая система (12.68) является основой для исследований вращения трехслойной Земли. Решение однородной системы [135] из условия $\det \mathbf{M} = 0$, с учетом лишь членов первого порядка, приводит к четырем собственным частотам

$$\sigma_1 = \sigma_{CW} = \frac{A}{A_m}(e - \kappa),$$

$$\sigma_2 = \sigma_{NDFW} = -1 - \left(1 + \frac{A_f}{A}\right)(e_f - \beta),$$

$$\sigma_3 = \sigma_{PFCN} = -1 - \left(1 + \frac{A_s}{A}\right)(\alpha_2 e_s + \nu),$$

$$\sigma_4 = \sigma_{ICW} = (1 - \alpha_2)e_s.$$

Из них первая – чандлеровская (CW) с периодом около 433 суток в земной системе отсчета, вторая – околосуточная свободная нутация (NDFW) с ретроградным периодом 456 суток в небесной системе, третья – прямая свободная нутация ядра (PFCN) с периодом около 476 суток в небесной системе, четвертая – колебание внутреннего ядра (ICW) с ожидаемым периодом 2400 суток в небесной системе отсчета [161]. Две последние резонансные моды пока еще не обнаружены в наблюдениях. Собственные частоты зависят от сжатия соответствующих оболочек ($e = (C - A)/A$, $e_f = (C_f - A_f)/A_f$ и т.д.) и параметров, задающих упругие свойства оболочек и их взаимодействия.

Поскольку амплитуды нутаций реальной вязко-упругой трехслойной Земли вычисляются умножением амплитуд нутаций твердой Земли [237] на передаточную функцию системы [50, 72, 297], вблизи четырех перечисленных резонансных частот они усиливаются. Эти частоты являются

резонансными, т.к. детерминант $\det \mathbf{M}$, попадая в знаменатель, определяет полюса передаточной функции.

Несмотря на то, что в нашей работе мы не развиваем теорию прецессии и нутации, позволим себе несколько комментариев в её отношении. Современная теория IAU2000, хотя и основана на описанной выше модели и формализме, развитием Мэтьюсом, Хэрингом, Баффетом, является полуэмпирической. Многие параметры в ней подбираются на основе наблюдений, что приводит, в некоторых случаях, даже к нарушениям фундаментальных принципов³. В рамках такого формализма возникают некоторые сложности при учёте возбуждений от океана и атмосферы, а также приливов от планет, члены Оппольцера для которых остаются весьма велики [313]. Альтернативным подходом является Гамильтонов подход [312], впрочем, тоже имеющий свои ограничения, связанные, в частности, с трудностью определения вклада в функцию Гамильтона энергии жидких и вязко-упругих слоёв, диссипации в них и т.д.

³С. Пасынком упоминались сомнительные показатели некоторых возрастающих экспонент и нарушение законов сохранения [72]. По мнению председателя теоретической секции по вращению Земли, Хосе Феррандиша, высказанному в личном разговоре, Мэтьюс завел теорию нутации “не туда”, работы Молоденского по ней мало кто понимает, а самые верные идеи по-прежнему принадлежат Пуанкаре.

Приложение Б

Оконное преобразование

*А я сибирскою зарёю ранней,
Забыв про город, тонущий в пыли,
Лежу на сердце родины бескрайней
И слушаю вращение Земли.
А. Козырев*

Для случаев, когда спектральный состав сигнала меняется во времени, вместо классического Фурье-анализ разработан следующий подход. Сопоставим сигналу $f(t)$ двумерную функцию – *оконное преобразование*

$$S_g f(\omega, t) = (f \cdot g_{\omega, t}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g_{\omega, t}^* d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(\tau - t) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (12.69)$$

где $g_{\omega, t} = g(\tau - t) e^{i\omega\tau}$, а $g(t)$ – временное окно, локализирующее $f(t)$ по аргументу (модулирующее амплитуду колебания $e^{i\omega t}$). Преобразование, где в качестве окна используется функция Гаусса $g(t) = e^{-\frac{t^2}{\alpha^2}}$, носит имя Габора. Параметр α определяет меру временного разрешения окна σ_t^2 , связанную с частотным разрешением σ_ω^2 соотношением Гейзенберга [26]. Квадрат модуля оконного преобразования Габора $|S_g f(\omega, t)|^2$ характеризует энергию сигнала в частотно-временной окрестности (ω, t) .

Базис, составленный функциями $g_{\omega, t}$ полон, хотя и избыточен. Для любой f из $L_2^C(R)$ можно записать аналог формулы Планшереля

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_g f_1(\omega, t) S_g^* f_2(\omega, t) d\omega dt = 2\pi \|g\|^2 (f_1 \cdot f_2), \quad (12.70)$$

а значит восстановить функцию по её разложению $S_g f(\omega, t)$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi \|g\|^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} S_g f(\omega, t) g_{\omega, t} d\omega dt,$$

здесь $\|g\|^2$ – полная энергия окна. Процедура восстановления устойчива.

Спектральный анализ в скользящем временном окне широко используется, в частности, в геофизике под названием *спектрально-временного анализа* (СВАН). Его применение имеет некоторые масштабные особенности. Если представить на плоскости (ω, t) частотно-временное разрешение оконного преобразования (12.69) *прямоугольником Гейзенберга* с

центром в (ω_0, t_0) и сторонами $(2\sigma_\omega, 2\sigma_t)$, то вид этого прямоугольника не будет зависеть от частоты и сдвига. Спектральное разрешение жестко связано с длиной окна, которое постоянно. Оконное преобразование не обладает свойством адаптироваться к сигналу на разных частотах. Этот недостаток преодолен в вейвлет-преобразовании [26]. Если в оконном преобразовании (12.69) зафиксировать время, то мы получим преобразование Фурье сигнала, локализованного в окне $g(t)$. Если же зафиксировать частоту $\omega = \omega_0$, то для симметричной $g(t)$ преобразование (12.69) можно записать в виде свертки

$$S_g f(\omega_0, t) = \frac{1}{e^{i\omega_0 t}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t - \tau) e^{i\omega_0(t-\tau)} d\tau. \quad (12.71)$$

Таким образом, для фиксированной частоты оконное преобразование – полосовой фильтр с центром на этой частоте. Огибающая отфильтрованного таким способом сигнала может быть получена как модуль преобразования Габора $S_g f(\omega_0, t)$, а изменения фазы – как аргумент преобразования (12.71), домноженного на $e^{i\omega_0 t}$. Если выбрать полосу пропускания фильтра достаточно широкой, можно изучать поведение амплитуды и фазы исходного сигнала во времени. На рис. 3.4 показаны полученные таким способом огибающая и фаза чандлеровской компоненты движения полюса Земли. На основе того свойства, что сдвиг исходного сигнала на τ сводится к домножению преобразования Фурье на $e^{-i\omega\tau}$

$$F\{f(t - \tau)\} = e^{-i\omega\tau} F\{f(t)\}$$

был построен полосовой фильтр Пантелеева (3.10).

Ради забавы, заметим, что последнее свойство в некотором смысле – машина времени. Чтобы сдвинуть окно во времени на τ , нужно “ударить по струнам”, запустив комплексную волну $e^{-i\omega\tau}$, которая промодулирует образ окна в пространстве Фурье. Заметим, что “обращение времени вспять” математически можно представить с помощью введенного в главе 5 оператора спектрального сопряжения s^* , который обращает аргумент функции. Для этого необходимо перейти в спектральную область, выполнить там сопряжение (симметричные косинусы не менять, асимметричные синусы отразить), после чего выполнить обратный переход.

Приложение В

Корректирующий фильтр Пантелеева

*Льётся музыка, музыка, музыка,
То печалю, а то веселю,
Кто-то тихо играет на дудочке,
Под которую кружит Земля
Льётся музыка, музыка, музыка,
И вовек не устанет кружить,
Бесконечная, вечная, мудрая,
От которой так хочется жить.
В. Добрынин, “Льётся музыка”*

Положим сигнал $\mathbf{y}$ формируется линейным фильтром и аддитивными шумами наблюдений [26, 128]. Модель наблюдений в предположении стационарности входного сигнала может быть записана в виде

$$\mathbf{y}(\xi) = \int_a^b \mathbf{h}(\xi - \xi') \mathbf{x}(\xi') d\xi' + \mathbf{u}(\xi), \quad (12.72)$$

где $\mathbf{h}$ – ядро свёртки, ξ – координаты задачи. Обратная задача определения $\mathbf{x}$ по наблюдениям (12.72) известна под названием деконволюции. На наш взгляд, более удачными названиями являются обратная фильтрация или восстановление сигнала (объекта).

Перейдём в спектральную область, считая шум стационарным,

$$\hat{\mathbf{y}}(\omega) = \mathbf{W}(\omega) \hat{\mathbf{x}}(\omega) + \hat{\mathbf{u}}(\omega). \quad (12.73)$$

Напомним, что передаточная функция⁴ $\mathbf{W}(\omega)$ задаёт собственные числа интегрального преобразования типа свёртки. Область частот с малыми абсолютными значениями передаточной функции соответствует частотному диапазону, в котором АЧХ инверсного (обратного) оператора $\mathbf{W}^{-1}$ велика. Именно в этом диапазоне компоненты обратного решения получают наибольшую погрешность, поскольку в реальных приложениях в нём бывает сосредоточена существенная часть спектральной плотности шума $\hat{\mathbf{u}}(\omega)$, усиливающегося инверсным оператором. Для уменьшения неопределенности в этой области требуется фильтрация.

⁴Здесь и ниже мы называем передаточной функцией амплитудно-фазовую частотную характеристик АФЧХ как функцию ω .

Предположим, что спектры полезного сигнала $\hat{\mathbf{x}}(\omega)$ и шума $\hat{\mathbf{u}}(\omega)$ определены, их носители лежат в разных областях частот, и можно воспользоваться фильтром с передаточной функцией $\mathbf{W}_{\text{ft}}(\omega)$ и нулевым фазовым искажением для отделения первого слагаемого в (12.73) от второго. Тогда для решения обратной задачи следует использовать преобразование

$$\hat{\mathbf{x}}(\omega) = \mathbf{W}_{\text{corr}}(\omega)\hat{\mathbf{y}}(\omega), \quad (12.74)$$

где оператор

$$\mathbf{W}_{\text{corr}}(\omega) = \frac{\mathbf{W}_{\text{ft}}(\omega)}{\mathbf{W}(\omega)}$$

назовём корректирующим, т.е. одновременно фильтрующим и обращающим. Коррекцию можно интерпретировать как дополнение обращения фильтрацией, приводящей к уменьшению АЧХ обратного преобразования в области наибольшей неопределённости обратного решения. Т.о., используя для построения $\mathbf{W}_{\text{ft}}$ априорные сведения о свойствах сигнала и шума, можно избежать неконтролируемого усиления шумов наблюдений и их проникновения в решение обратной задачи. Конечно, те частотные компоненты, которые полностью подавлены, восстановить не удастся. Если ядро прямого оператора не пусто, то обратный – неограничен. Важной, но трудной задачей является восстановление компонент, подавленных до уровня шумов.

В рамках подхода (12.74) можно воспользоваться оператором

$$\mathbf{W}_{\text{corr}}(\omega) = \frac{\mathbf{W}^*(\omega)}{\mathbf{W}^*(\omega)\mathbf{W}(\omega) + \hat{\mathbf{u}}(\omega)/\hat{\mathbf{x}}(\omega)},$$

здесь и далее звёздочкой $*$ обозначено сопряжение. Этот оператор приближается к инверсному оператору $\mathbf{W}^{-1}(\omega)$ там, где отношение спектров сигнала к шуму стремится к бесконечности. Если на всех частотах отношение сигнала к шуму постоянно и равно $1/\alpha$, мы приходим к выражению

$$\mathbf{W}_{\text{corr}}(\omega) = \frac{\mathbf{W}^*(\omega)}{\mathbf{W}^*(\omega)\mathbf{W}(\omega) + \alpha\mathbf{I}}, \quad (12.75)$$

которое может быть получено в рамках теории регуляризации [178, 142].

Изначально корректирующая фильтрация была предложена В.Л. Пантелеевым для восстановления значений силы тяжести из морских гравиметрических наблюдений [395]. Им был разработан набор фильтров нижних частот (ФНЧ), или окон, зависящих от параметра $\omega_0 = 2\pi f_0$, ко-

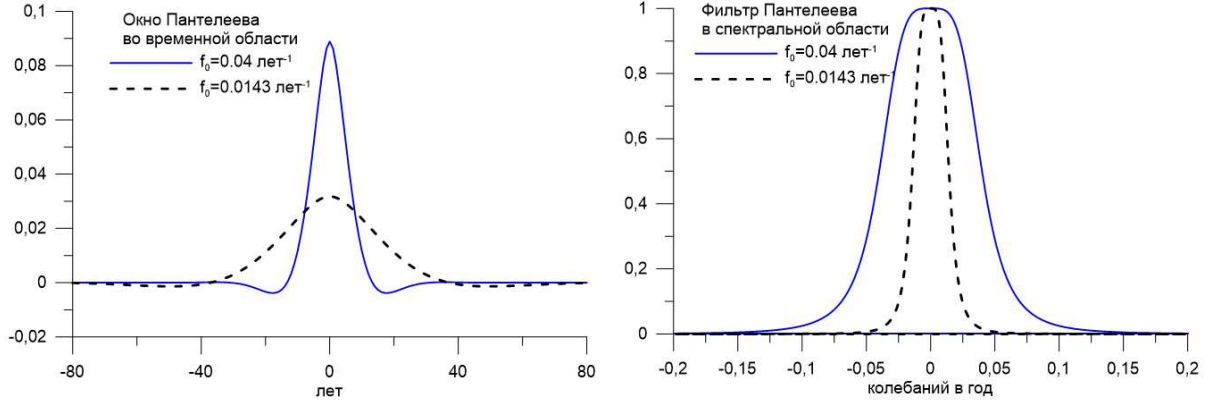


Рис. 12.1: Фильтр Пантелеева (12.76) во временной и частотной областях для двух разных значений f_0 .

торые представлены ниже вместе с их частотными характеристиками

$$h(t) = \frac{\omega_0}{2} e^{-\omega_0 |t|}, \quad W(\omega) = \frac{\omega_0^2}{\omega^2 + \omega_0^2}.$$

$$h(t) = \frac{\omega_0}{4} (1 - \omega_0 |t|) e^{-\omega_0 |t|}, \quad W(\omega) = \frac{\omega_0^4}{(\omega^2 + \omega_0^2)^2}.$$

$$h(t) = \frac{\omega_0}{2\sqrt{2}} e^{-\frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}}} \left(\cos \frac{\omega_0 t}{\sqrt{2}} + \sin \frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}} \right), \quad W(\omega) = \frac{\omega_0^4}{\omega^4 + \omega_0^4}. \quad (12.76)$$

$$h(t) = \frac{\omega_0}{8} e^{-\frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}}} \left(\frac{3}{\sqrt{2}} \cos \frac{\omega_0 t}{\sqrt{2}} + \left(\omega_0 |t| + \frac{3}{\sqrt{2}} \right) \sin \frac{\omega_0 |t|}{\sqrt{2}} \right),$$

$$W(\omega) = \frac{\omega_0^8}{(\omega^4 + \omega_0^4)^2}.$$

$$h(t) = \frac{\omega_0}{4} [e^{-a\omega_0 |t|} (a \cos b\omega_0 t + b \sin b\omega_0 t) + e^{-b\omega_0 |t|} (b \cos a\omega_0 t + a \sin a\omega_0 |t|)],$$

$$a = \cos \frac{\pi}{8}, \quad b = \sin \frac{\pi}{8},$$

$$W(\omega) = \frac{\omega_0^8}{\omega^8 + \omega_0^8}.$$

Все вышеприведенные окна спроектированы на основе фильтров Баттерворта разных порядков двойной фильтрацией вперед и назад, и их полезное свойство состоит в том, что они не вносят фазовых искажений.

Вид окна (12.76) во временной и частотной областях для двух значений параметра представлен на рис. 12.1. Обратим внимание на то, что

фильтр Пантелеева (12.76), если заменить знак перед синусом, будет обладать также свойствами материнской вейвлет-функции [51]. На основе идей оконного преобразования (см. приложение Б) автор преобразовал ФНЧ в полосовой фильтр Пантелеева (3.9) [10].

В.Л. Пантелеевым был разработан подход, основанный на применении любого фильтра из перечисленного набора для регуляризации обратной операции восстановления входного сигнала силы тяжести по показаниям гравиметра. Такой подход получил название корректирующей фильтрации Пантелеева [27, 395, 213, 127] .

Пусть модель гравиметра (наблюдений) задаётся дифференциальным уравнением первого порядка

$$T\dot{y}(t) + y(t) = x(t) + u(t),$$

где T – постоянная времени. Положим, что частотные диапазоны полезного сигнала $x(t)$ и шумов $u(t)$ различаются и могут быть, к примеру, разделены фильтром Пантелеева (12.76). В таком случае решение обратной задачи получается фильтрацией наблюдений с корректирующим окном Пантелеева

$$h_{corr}(t) = \frac{\omega_0}{2\sqrt{2}} e^{-\frac{\omega_0}{\sqrt{2}}|t|} \left(\cos \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}t + \sin \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}|t| - 2T \frac{\omega_0}{\sqrt{2}} \sin \frac{\omega_0}{\sqrt{2}}t \right). \quad (12.77)$$

Приложение Г

Многоканальный сингулярный спектральный анализ

- Ну, что еще нового в политике? – спросил,
помолчав, Илья Ильич.
- Да пишут, что земной шар все охлаждается:
когда-нибудь замерзнет весь.
- Вона! Разве это политика? – сказал Обломов.
И.А. Гончаров, “Обломов”

Многоканальный сингулярный спектральный анализ (МССА), также называемый расширенным методом эмпирических ортогональных функций (ЭОФ), является обобщением сингулярного спектрального анализа (ССА) для многокомпонентных (многоканальных) временных рядов [167, 319]. ССА, в свою очередь, основан на методе главных компонент (МГК), обобщенном для временных рядов. В нём вместо обычной корреляционной матрицы анализируется траекторная матрица, которую получают вложением временного ряда в пространство размерности L .

Параметр L именуют лагом, или длиной “гусеницы”. При $L = 1$ ССА вырождается в МГК (траекторная матрица без задержки/лага становится ковариационной матрицей). Алгоритм ССА включает четыре этапа: (а) формирование траекторной матрицы, (б) ее разложение по сингулярным числам (SVD) [26], (в) группировку сингулярных чисел и (г) восстановление главных компонент (ГК) посредством генкелизации. Математические основы алгоритма ССА описаны более детально в [25, 26, 165, 94, 319, 413] и в разделе

МССА отличается от ССА тем, что все временные ряды (для каждого пикселя изображения) объединяются в одну большую блочную траекторную матрицу.

На этапе (а) для каждого канала временного ряда строится траекторная матрица. К примеру, для случая данных по гравитационному полю GRACE (см. главу 9) каналом являлся каждый временной ряд коэффициентов Стокса длины N . Для случая геофизических полей ААМ (глава 6) – значения в определенном пикселе C_{ij} и т.п. Положим, имеется временной ряд для ij -го коэффициента Стокса $C_{ij}(t_k)$, $k = 0, \dots, N - 1$ (черту сверху, обозначающую нормализацию, здесь и далее опустим), тогда траекторной матрицей для него будет

$$\mathbf{X}_{C_{ij}} = \begin{pmatrix} \Delta C_{ij}(t_0) & \Delta C_{ij}(t_1) & \dots & \Delta C_{ij}(t_{K-1}) \\ \Delta C_{ij}(t_1) & \Delta C_{ij}(t_2) & \dots & \Delta C_{ij}(t_K) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Delta C_{ij}(t_{L-1}) & \Delta C_{ij}(t_L) & \dots & \Delta C_{ij}(t_{N-1}) \end{pmatrix}, \quad (12.78)$$

где $K = N - L + 1$. Траекторные матрицы $\mathbf{X}_{C_{ij}}$, $\mathbf{X}_{S_{ij}}$ для всех коэффициентов Стокса C_{ij} и S_{ij} встраиваются в большую блочную матрицу

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_{C_{2,0}}, \mathbf{X}_{S_{2,0}}, \dots, \mathbf{X}_{C_{ij}}, \mathbf{X}_{S_{ij}}, \dots, \mathbf{X}_{C_{60,60}}, \mathbf{X}_{S_{60,60}}]^T. \quad (12.79)$$

В нашей реализации мы располагаем блоки один под другим, что с точностью до транспонирования соответствует изложенному в [319]. Многокомпонентная траекторная матрица, содержащая блоки для каждого канала, может быть использована для вычисления ковариационной матрицы с задержкой $\mathbf{A} = \mathbf{X}^T \mathbf{X}$.

На втором этапе (б) SVD [145] применяется к матрице $\mathbf{X}$

$$\mathbf{X} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T.$$

В результате получают набор сингулярных чисел s_i , стоящих по диагонали матрицы $\mathbf{S}$ в порядке убывания (рис. 9.2) и соответствующих им собственных векторов $\mathbf{v}_i$ (левых) и $\mathbf{u}_i$ (правых). Если решать задачу на собственные значения для $\mathbf{A} = \mathbf{V} \mathbf{S}^T \mathbf{S} \mathbf{V}^T$, они будут квадратами сингулярных чисел $\lambda_i = s_i^2$, а левые собственные вектора $\mathbf{v}_i$ (столбцы матрицы $\mathbf{V}$) составят базис из эмпирических ортогональных функций (ЭОФ). Компоненте с номером i соответствует матрица

$$\mathbf{X}^i = s_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^T.$$

В МССА мы восстанавливаем векторные ГК из этой матрицы, зная ее структуру, соответствующую структуре $\mathbf{X}$ (12.79). Это делается посредством генкелизации (г), позволяющей восстановить каждый канал i -ой ГК из соответствующих блоков матрицы $\mathbf{X}^i$. Положим, нам требуется восстановить канал C_{lm} . Тогда каждый k -й отсчет может быть получен усреднением вдоль побочной диагонали соответствующего блока матрицы $\mathbf{Y} = \mathbf{X}_{C_{lm}}^i$. Первые и последние L элементов ГК вычисляются по меньшему числу значений матрицы $\mathbf{Y}$, поэтому соответствующие значения рядов будут менее состоятельными. Считается, что компоненты

вдоль боковых диагоналей матрицы $\mathbf{Y}$ практически совпадают, т.е. она Генкелева. Когда это строго не выполняется, появляются искажения и краевые эффекты.

На третьем этапе делается группировка (в) сходных по поведению компонент, восстановленных из сингулярных чисел.

Группировка (в) компонент необходима, если некоторые из сингулярных чисел (СЧ) связаны с одной и той же ГК и имеют сходное поведение, что можно выявить вычислив ω -корреляции, построив графики зависимости одной компоненты от другой и т.п. [165]. В таких случаях СЧ должны быть сгруппированы вместе и восстановлены как одна ГК. Это может быть сделано как до, так и после генкелизации (г) простым поэлементным суммированием компонент. Особенности группировки и теоремы о разделимости компонент представлены в [94, 165].

В итоге, получают набор ГК, соответствующих убывающим по амплитуде модами изменчивости. Основным параметр алгоритма МССА – временной лаг L , который определяет размерность пространства вложения временного ряда. Он выбирается эвристически на основе рекомендаций, приведенных в уже упомянутых книгах Голяндиной, и не должен превышать $N/2$. Желательно выбирать его так, чтобы периодичности, присутствие которых ожидается во временном ряде, укладывались в задаваемый L интервал целое число раз.

При $L = 1$ (без лага), анализируется корреляционная матрица без задержки. В этом случае реализуется простой ЭОФ, который позволяет отделить лишь главные колебания от шумов. В применении к данным GRACE это дает годовую компоненту и первые ГК, а оставшиеся компоненты представляют последовательность шумов с увеличивающейся амплитудой. Как было показано в [20, 265, 413], простой ЭОФ имеет ограниченные возможности по разделению трендов, годовой и полугодовой компонент. Он менее эффективен чем МССА в применении к многомерным геофизическим данным. Представленные в процитированных работах примеры показывают, что в применении к синтезированному сигналу GRACE, содержащему тренд, годовое и полугодовое колебания в умеренных шумах, МССА восстанавливает до 90% изменчивости исходного сигнала.

Раздельное применение МССА к компонентам массы и давления углового момента атмосферы из главы 6 показало, что полученные по отдельности компоненты очень похожи на результаты объединенного МССА для давления и ветра. Это означает, что компоненты выделяются довольно стабильно. Однако совместное включение компонент ветра и давления в МССА улучшает разделимость. Компоненты становятся

более избирательными, впитывая энергию на квазидвухлетних и связанных с Эль-Ниньо Южным колебанием (ЭНЮК) частотах в обоих составляющих углового момента атмосферы. Этого нельзя сказать о комплексном ССА. Эксперименты показали, что комплексным сингулярным числам свойственно выделять в двумерных рядах пары сигналов с большими амплитудами в противофазах, которые при группировке в значительной степени взаимно нейтрализуются. Зато комплексный ССА очень хорош для отделения прямых и обратных спектральных компонент ЧДП (см. рис. 3.2).

Метод МССА, на наш взгляд, может быть полезным для решения задач детектирования входа и выхода динамической системы и её идентификации, поскольку главные компоненты зачастую имеют узкий спектральный диапазон и близки к собственным колебаниям системы.

С некоторых пор, в особенности после того, как А. Пуанкаре указал на исключительно важную роль периодических колебаний, плотно заполняющих собою фазовое пространство и позволяющих методом Пуанкаре и Боголюбова-Крылова находить приближенные решения дифференциальных уравнений, развитие математических методов физики и механики шло путём отыскания периодичностей. Собственные частоты звеньев колебательных систем, определяющиеся обобщенными инерционными, упругими и диссипативными коэффициентами, позволяющие отыскать базис ядра и набор ключевых, собственных мод, задающих поведение систем, задачи по исследованию спектров операторов – множеств собственных значений, дополняющих резольвентные [140], методы отыскания приближенных решений, задающихся сходящимися и даже расходящимися рядами, имеют исключительную важность в математике и физике. Метод Галеркина, теоремы Такенса, исследование аттракторов и др. во многом созвучны вышеизложенной методике аппроксимации траекторий систем главными компонентами, и объясняют её практическую эффективность [154].

Приложение Д

Выявленные ошибки прогнозов

Следующие аномальные прогнозы, выявленные в ходе анализа прогнозов на интервале 21.01.2012-06.12.2016, были исправлены, либо исключенные из рассмотрения:

MJD 57265. Большие отклонения в X, Y прогнозах методом NNET. Причина не установлена. Возможно, причина – в сбое электроснабжения в ГАИШ.

MJD 57288. Большие отклонения в X прогнозе методом SHAO.

MJD 57304. Большие погрешности прогнозов LOD методами AR, LSC, NNET. MJD 57344, 57345, 57346, 57347. В данных прогнозах по компоненте UT1-UTC наблюдались большие отклонения (порядка 0.1 сек.) во всех трёх методах (AR, LSC, NNET). Причина, по всей видимости, в том, что в бюллетенях EOP C04 по данной компоненте присутствовали выбросы до 8 сек., что привело к неверному срабатыванию.

MJD 57356. Большие отклонения в UT1-UTC и LOD прогнозах методом SHAO. Причина не установлена. В последней дате прогноза MJD 57356 был выявлен скачок значения UT1-UTC и LOD.

MJD 57390. В прогнозе SHAO в последней дате вместо 57479 стояло 57379, что привело к ошибке.

MJD 56406, 56407. В прогнозе SHAO в последней строке для Y отсутствовала десятичная точка, что привело к сбою считывания данных по столбцам.

MJD 57711, 57712. Большие отклонения в X прогнозе методом SHAO. В последней дате прогноза MJD 57711 было выявлено смещение знака из-за отсутствия нуля по X.

Приложение Е

Каталог программ

Для анализа данных, представленных в диссертации, автором разработан комплекс программ на языках MATLAB, C++ и Python, которые он планирует в будущем запатентовать и разместить некоторые из них в интернете на авторском сайте [474]. Ниже представлена структура каталога программ с краткими описаниями. Более подробные текстовые пояснения даны в doc-файлах на карте памяти. Там же находятся исходные данные, рисунки и анимации. Всего около 60 Гб данных и более чем 300 программ. Использование программ и материалов диссертации регулируется лицензией Creative Commons BY-NC-SA.



Ch1 – ПВЗ и программы их чтения для главы 1
 Ch3 – фильтрация в Чандлеровском диапазоне для главы 3
 Ch4 – моделирование огибающей ЧДП для главы 4
 Ch5 – фильтрация симметрических и асимметрических возбуждений для главы 5
 Ch8 – ряды климатических индексов для главы 8
 Ch10 – анализ коэффициентов C_{20} , S_{20} главы 10
 Ch10_geos – анализ координат геоцентра для главы 10
 Ch10_J2 – анализ коэффициента J_2 для главы 10
 Ch11 – прогнозирование ПВЗ и статистика прогнозов для главы 11

functions – набор авторских функций на языке MATLAB

комплекс программ с МССА-обработкой данных:

20CRV2 – данные на сетке по трем компонентам AAM ECMWF
 ECMWF – программы обработки дынных AAM ECMWF для главы 6
 ATMXY – программы обработки дынных AAM NCEP/NCAR для глав 6, 7
 OAM – программы обработки дынных по OAM ECCO для главы 8
 GRACE – программы обработки дынных GRACE для главы 9
 OBP – программы обработки дынных по придонному давлению GRACE для главы 9
 AIRS – пары CO_2 и H_2O в атмосфере по данным спутникового радара
 SSH – дынные сводной альтиметрии по уровню моря

Сокращения

АР – авторегрессия
АРСС – процесс авторегрессии и скользящего среднего
АКФ – автокорреляционная функция
АНК – анализ независимых компонент
АФЧХ – амплитудно-фазовая частотная характеристика
АЧХ – амплитудно-частотная характеристика
ГК – главная компонента
ДП – движение полюса
СВАН – спектрально-временной анализ
СЛАУ – система линейных алгебраических уравнений
МАС – Международный астрономический союз
МБВ – Международное бюро времени
МГК – метод главных компонент
МГЭИК – Межправительственная группа экспертов по изменениям климата
МНК – метод наименьших квадратов
мс – миллисекунда
мкс – микросекунда
МСВЗ – Международная служба вращения Земли и систем отсчёта
МСДП – Международная служба движения полюса
МССА – многоканальный сингулярный спектральный анализ
НС – нейронные сети
НМНК – нелинейный метод наименьших квадратов
ОДО – область допустимых оценок
ОП – обучающая последовательность
ПВЗ – параметры вращения Земли
ПОЗ – параметры ориентации Земли
СП – Северное полушарие
СЧ – сингулярное число
ФЧХ – фазово-частотная характеристика
ЧДП – Чандлеровское движение полюса
ЭНЮК – Эль-Ниньо Южное Колебание
ЭОФ – эмпирические ортогональные функции
ЮП – Южное полушарие
AAM – Atmospheric Angular Momentum
AMO – Atlantic Multidecadal Oscillation
AMV – Atlantic Multidecadal Variability
AMOC – Atlantic Meridional Overturning Circulation
AR – Autoregression
CIP – Celestial Intermediate Pole
CMB – core-mantle boundary
CMIP5 – Coupled Model Intercomparison Project Phase 5
COMB – Combined Prediction
CRF – Celestial Reference Frame
CSIRO – Commonwealth Scientific and Industrial Research Organisation
CSR – Center for Space Research, Austin
DLR – German Aerospace Center
TRF – Terrestrial Reference Frame

EAAM – Effective Atmospheric Angular Momentum
EAMF – Effective Angular Momentum Functions
ECMWF – European Centre for Medium-Range Weather Forecasts
ECV – Essential Climate Variable
ENSO – El Nino Southern Oscillation
EMD – Empirical Mode Decomposition
EOF – Empirical Orthogonal Functions
EOP – Earth Orientation Parameters
EOP PCC – Earth Orientation Parameters Prediction Comparison Campaign
EOPC PPP – Earth Orientation Parameters of Prediction Pilot Project
ESRL – Earth System Research Laboratory, Colorado
FCN – Free Core Nutation
FICN – Free Inner Core Nutation
FPE – Final Prediction Error
GIA – Glacial Isostatic Adjustment
GCM – Global Circulation Model
GCOS – Global Climate Observing System
GLDAS – Global Land Data Assimilation System
GMSL – Global Mean Sea Level
GNSS – Global Navigation Satellite System
GPS – Global Positioning Center
GRACE – Gravity Recovery And Climate Experiment
GRACE FO – Gravity Recovery And Climate Experiment Follow On Mission
ICRF – International Celestial Reference Frame
ICW – Inner Core Wobble
IERS – International Earth Rotation and Reference Systems Service
IGRF – International Geomagnetic Reference Field Model
IGS – International GPS Service
ILRS – International Laser Ranging Service
IPCC – Intergovernmental Panel on Climate Change
ITRF – International Terrestrial Reference Frame
JMA – Japan Meteorological Agency
JPL – Jet Propulsion Laboratory
KBR – K-Band Ranging
LAGEOS – Laser Geodynamics Satellite
LOD – Length of day
LS – Least Squares
LSC – Least Squares Collocation
MAE – Mean Absolute Error
mas – milliarcsecond, ms – millisecond
ME – Mean Error
MSE – Mean Squared Error
MJD – Modified Julian Date
NAO – North Atlantic Oscillation
NCEP – National Centers for Environmental Prediction
NCAR – National Center for Atmospheric Research
NNET – Neural Network
OAM – Oceanic Angular Momentum

OBP – Ocean Bottom Pressure
ODP – Ocean Drilling Program
OMCT – Ocean Model for Circulation and Tides
EOP PC – Earth Orientation Parameters Product Center
PCA – Principal Component Analysis
PCMSL – Permanent Service for Mean Sea Level
PFCN – Prograde Free Core Nutation
PDO – Pacific Decadal Oscillation
PREM – Preliminary Reference Earth Model
RMSE – Root Mean Squared Error
SHAO – Shanghai Astronomical Observatory
SLR – Satellite Laser Ranging
SOI – Southern Oscillation Index
STN – Simulated Topological Networks
SVD – Singular Value Decomposition
TLS – Total Least Squares
USNO – United States Naval Observatory
VLBI – Very Large Baseline Interferometry
WGHM – WaterGAP Global Hydrology Model

Список литературы

Работы автора

статьи в журналах Scopus и WOS

- [1] Bizouard C., L. Zotov, and N. Sidorenkov, Lunar influence on Equatorial Atmospheric Angular Momentum, *Journal of Geophysical Research - Atmospheres*, Vol. 119, Iss. 21, pp. 11920-11931, 2014, DOI: 10.1002/2014JD022240 (Импакт-фактор 3.318).
- [2] Bizouard C., L. Zotov, Asymmetric effects on polar motion, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, Vol. 116, Issue 2, pp. 195-212, 2013. (Импакт-фактор 1.584).
- [3] Kalarus, M., Schuh, H., Kosek, W., Akyilmaz, O., Bizouard, Ch., Gambis, D., Gross, R.S., Jovanovic, B., Kumakshev, S., Kutterer, H., Mendes Cerveira, P.J., Pasynok, S., Zotov, L., Achievements of the Earth orientation parameters prediction comparison campaign. *J Geod.*, Vol. 84, pp. 587-596, 2010. (Импакт-фактор 2.949).
- [4] Сколотнев С.Г., Турко Н.Н., Соколов С.Ю., Пейве А.А., Цуканов Н.В., Колодяжный С.Ю., Чамов Н.П., Барамыков Ю.Е., Пономарев А.С., Ефимов В.Н., Ескин А.Е., Петрова В.В., Головина Л.А., Лаврушин В.Ю., Летягина Е.А., Шевченко Е.П., Кривошея К.В., Зотов Л.В. Новые данные о геологическом строении зоны сочленения Зеленомысского поднятия, котловины Зелёного мыса и подводных гор Батиметристов (Центральная Атлантика). Докл. РАН. 2007. Т. 416. N 4. С. 525-529. (Импакт-фактор 1.04).
- [5] Frolova Natalia L., Belyakova Pelagiya A., Grigoriev Vadim Yu, Sazonov Alexey A., Zotov Leonid V., Jerker Jarsjo, Runoff fluctuations in the Selenga River Basin, *Regional Environmental Change*, Springer Verlag (Germany), Vol 17, pp. 1965-1976, 2017. (Импакт-фактор 2.919).
- [6] Zotov L., Sidorenkov N.S., C. Bizouard, C.K. Shum, WB. Shen, Multichannel singular spectrum analysis of the axial atmospheric angular momentum, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 6, 2017, pp. 433-442, KeAi, China, 2017, doi:10.1016/j.geog.2017.02.010. (Импакт-фактор 1.10).
- [7] Zotov L., C. Bizouard, Regional atmospheric influence on the Chandler wobble, *Advances in Space Research*, Vol. 55, Iss. 5, pp. 1300-1306, 2015, doi:10.1016/j.asr.2014.12.013, (Импакт-фактор 1.401).
- [8] Zotov L., Bizouard C., Reconstruction of prograde and retrograde Chandler excitation, *Journal of Inverse and Ill-posed problems*, Vol. 24, Iss. 1, pp. 99-105, 2016, DOI: 10.1515/jiip-2013-0085. (Импакт-фактор 0.783).
- [9] Zotov L., Bizouard C., Shum C.K., A possible interrelation between Earth rotation

- and climatic variability at decadal time-scale, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 7, Iss. 3, pp. 216-222, KeAi, China, 2016, doi:10.1016/j.geog.2016.05.005 (Импакт-фактор 1.10).
- [10] Zotov L.V., C. Bizouard, On modulations of the Chandler wobble excitation, *Journal of Geodynamics*, 62, 30-34, 2012. doi:10.1016/j.jog.2012.03.010 (Импакт-фактор 1.10).
- [11] Zotov L.V., Dynamical modeling and excitation reconstruction as fundamental of Earth rotation prediction, *Artificial satellites*, 45(2), pp. 95-106, Warsaw, 2010, (Импакт-фактор 0.71).
- [12] Zotov L.V., Xu X.Q., Skorobogatov A., Zhou Y.H., Combined SAI-SHAO prediction of Earth orientation parameters since 2012 till 2017, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 9, Iss. 6, pp. 485-490, KeAi, China, 2018. (Импакт-фактор 1.10).
- [13] Козырева В.С., Богомазов А.И., Демков Б.П., Зотов Л.В., Тутуков А.В. Кандидат в экзопланеты в затменной двойной FL Лут, *Астрономический журнал*, Том. 92, N. 11, стр. 925-942, 2015. (Импакт-фактор 0.592).
- [14] Фролова Н.Л., Белякова П.А., Григорьев В.Ю., Сазонов А.А., Зотов Л.В. Многолетние колебания стока рек в бассейне Селенги, *Водные ресурсы*, Том. 44, N 3, стр. 243-255, М. 2017. (Импакт-фактор 1.304).
- [15] Зотов Л.В., Фролова Н.Л., Григорьев В.Ю., Использование спутниковой системы измерения поля гравитации (GRACE) для оценки водного баланса крупных речных бассейнов, *Вестник Московского университета. Серия 5: География*, Изд-во Моск. ун-та, М., N 4, стр. 27-34, 2015. (Импакт-фактор 0.721).
- [16] Зотов Л.В., Регрессионные методы прогнозирования параметров вращения Земли, *Вестник Московского университета, Серия 3: Физика, Астрономия*, Изд-во Моск. ун-та, М. N 5, стр. 64-68, 2005. (Импакт-фактор 0.503).

Статьи в сборниках, индексируемых в Scopus и WOS:

- [17] Xu X.Q., Zotov L.V., Zhou Y.H., Combined prediction of Earth orientation parameters, *China Satellite Navigation Conference (CSNC), Proceedings Lecture Notes in Electrical Engineering*, Vol. 160, Part 2, pp. 361-369, 2012, DOI: 10.1007/978-3-642-29175-3_32. (Импакт-фактор 0.20).
- [18] Zotov L., Bizouard C., Escargot effect and the Chandler wobble excitation, *Proceedings International Conference on Computer Simulation in Physics and beyond, Journal of Physics: Conference Series (JPCS)*, Vol. 955, conf. 1, 012033, 2018. (Импакт-фактор 0.48).
- [19] Leonid Zotov, Elena Scheplova, MSSA of globally gridded OAM from ECCO, AAM from ECMWF, and gravity from GRACE, *IEEE publications of 2016 Third International Conference on Digital Information Processing, Data Mining, and Wireless Communications (DIPDMWC)*, pp.127-132, Moscow, Russia, 2016, doi:10.1109/DIPDMWC.2016.7529376.
- [20] Zotov L., Shum C.K., Multichannel singular spectrum analysis of the gravity field data from GRACE satellites, *AIP Proceedings of the 9th Gamow summer school*, 1206, pp. 473-479, Odessa, 2009. (Импакт-фактор 0.26).

Статьи в журналах ВАК:

- [21] Зотов Л.В., В.Д. Юшкин, О.А. Храпенко, Поправка гидрологии в гравитаци-

онное поле по спутниковым данным, Геодезия и картография, Т. 79, N 1, стр. 2-7, 2018. (Импакт-фактор 0.324).

- [22] Зотов Л.В., Фролова Н.Л., Шам С.К., Гравитационные аномалии в бассейнах крупных рек России, Природа РАН, N 5, стр. 3, 2016. (Импакт-фактор 0.218).
- [23] Сидоренков Н.С., Чазов В.В., Зотов Л.В., 206-суточный лунный цикл в аномалиях погоды последних лет, Природа РАН, N 4, стр. 19-23, 2018. (Импакт-фактор 0.218)
- [24] Сидоренков Н.С., Бизуар К., Зотов Л., Салстейн Д., Момент импульса атмосферы, Природа РАН, N 4, стр. 22-28, РАН, 2014. (Импакт-фактор 0.218).

Главы в рецензируемых монографиях:

- [25] Zotov L.V., C.K. Shum, N.L. Frolova, Gravity changes over Russian rivers basins from GRACE, in Planetary Exploration and Science: Recent Results and Advances, Edt. by Sh. Jin, Springer, 2015. (Индексируется в Scopus).
- [26] Зотов Л., Теория фильтрации и обработка временных рядов, курс лекций, М., Физический факультет МГУ, 2010, 200 с., ISBN 978-5-8279-0089-4, <http://lnfm1.sai.msu.ru/grav/english/lecture/filtering/> (Индексируется ВАК).

Глава в книге:

- [27] Zotov L.V., Panteleev V.L., Filtering and inverse problems solving, Computational Methods for Applied Inverse Problems, Inverse and Ill-Posed Problems Series 56, Edited by Y.F. Wang, A.G. Yagola and C.C. Yang, De Gruyter & Higher Education Press, 169-194, 2012. ISBN 978-3-11-025904-9

Статьи в сборниках конференций:

- [28] Зотов Л.В., Фролова Н.Л., Юшкин В.Д., О некоторых достижениях миссии GRACE, Доклады научно-практической конференции “Навигация по гравитационному полю Земли и ее метрологическое обеспечение”, 14-15 февраля 2017, Менделеево, ФГУП “ВНИИФТРИ”, с. 227-236, 2017.
- [29] Зотов Л.В., Балакирева Е.Ю., Исследование вариаций коэффициента гравитационного поля J_2 методом ССА. Вопросы теории и практики геологической интерпретации геофизических полей: Материалы 44-й сессии Международного семинара им. Д.Г. Успенского, Москва, ИФЗ РАН, стр. 145-146, 2017.
- [30] Зотов Л., Балакирева Е., Исследование вариаций коэффициента гравитационного поля J_2 методом ССА, Материалы 4-й тектонофизической конференции ИФЗ им О.Ю. Шмидта РАН, Москва, стр. 495-501, 2016. http://www.ifz.ru/fileadmin/user_upload/subdivisions/506/Konferencii/2016/Mat/V2/5/Zotov.pdf
- [31] Зотов Л., Власова В., Вариации придонного давления по данным GRACE, Электронный сборник материалов молодежной научной конференции КИМР-2016, стр. 275-281, Севастополь, Россия, 2016.
- [32] Зотов Л.В., Бизуар К., Шум С.К., О возможной взаимосвязи вращения Земли и изменений климата в последние 150 лет, Труды конференции Пулково-2015, Известия ГАО в Пулкове, N 223, стр. 103-108, СПб, 2016.

- [33] Зотов Л., Сидоренков Н., Бизуар К., Пастушенкова М., Многоканальный сингулярный спектральный анализ углового момента атмосферы, Известия ГАО РАН в Пулково, Труды VI Пулковской молодежной астрономической конференции, Том. 224, стр. 49-64, СПб, 2016.
- [34] Зотов Л., Сидоренков Н., Бизуар К., О движениях Луны как возможном климатообразующем факторе, Труды V Пулковской молодежной астрономической конференции, Известия ГАО в Пулково, N 222, стр. 41-48, СПб, 2015.
- [35] Зотов Л., Фролова Н., Телегина А.А., Гравитационные изменения в бассейнах крупных рек России по данным GRACE, Альманах современной метрологии, N 3, стр. 142-158, ВНИИФТРИ, 2015.
- [36] Л. В. Зотов. Динамическое моделирование и прогноз вращения Земли, Труды ИПА РАН. Вып. 13. 2005. С. 228-237.
- [37] Зотов Л., Носова С. А., Баринов М. В. Многоканальный сингулярный спектральный анализ данных по гравитационному полю со спутников GRACE, Труды 37-го международного семинара им Успенского. - ИФЗ РАН Москва, стр. 25-29, 2010.
- [38] Горшков В.Л., Малкин З.М., Зотов Л.В., Вращение Земли, Российский национальный отчет по геодезии, журнал Науки о Земле "GeoScience", No 3, стр. 44-45, Геодозор, Москва, Россия, 2015.
- [39] Кафтан В.И., Сермягин Р., Зотов Л.В., Гравитационное поле, Российский национальный отчет по геодезии, журнал Науки о Земле "GeoScience", N 3, стр. 22-28, Геодозор, Москва, Россия, 2015.
- [40] Фролова Н.Л., Зотов Л.В., Новые возможности междисциплинарных исследований: гравитационное поле Земли и гидрология, Публикации вторых Виноградовских чтений "Искусство гидрологии", стр. 306-310, СПб, Россия, 2015.
- [41] Aibulatov D., Zotov L., Frolova N., Chalov S., New insights in remote sensing applications to obtain information about water bodies, Earth from Space, pp. 67-70. August 2015.
- [42] Bizouard C., Zotov L., Sidorenkov N., Lunar influence on equatorial atmospheric angular momentum, Proceedings of Journees 2014, p. 163-166, Pulkovo, Russia, 2014.
- [43] Zotov L., Bizouard C., Prediction of the Chandler wobble, Proceedings of Journees 2014, pp. 198-201, Pulkovo, Russia, 2014.
- [44] Zotov L.V., Sea Level And Global Earth Temperature Changes have common oscillations, Odessa Astronomical Publications, 26(2), 289-291, 2013.
- [45] Zotov L. V., Excitation function reconstruction using observations of the polar motion of the Earth, The Proceedings of the Journees 2005, Space Research Centre of the Polish Academy of Sciences, pp. 237-240, Warsaw, Poland, 2005.
- [46] Zotov L., Bizouard C. Study of the prograde and retrograde excitation at the Chandler frequency Proceedings of Journees 2013, pp. 168-171, 17 September, 2013, Paris, France.
- [47] Zotov L., Application of Multichannel singular spectrum analysis to geophysical fields and astronomical images, Advances in Astronomy and Space Physics, 2, pp. 82- 84, 2012.
- [48] Zotov L., On the similarities between Earth rotation and temperature changes,

Odessa Astronomical Publications, N 2, p. 225, 2012.

- [49] Zotov L., Analysis of Chandler wobble excitation, reconstructed from observations of the polar motion of the Earth, Journees 2010, pp. 188-191, Paris, France.
- [50] Zotov L.V., Pasynok S.L., Analysis of discrepancies of the nutation theories MHB2000 and ZP2003 from VLBI observations, The Proceedings of the Journees 2005, Space Research Centre of the Polish Academy of Sciences, pp. 135-136, Warsaw, Poland, 2005.

Диссертации

- [51] Зотов Л.В., Вращение Земли: анализ вариаций и их прогнозирование, кандидатская диссертация, М. МГУ, 2005.
<http://lnfm1.sai.msu.ru/tempus/disser/index.htm>
- [52] Горшков В.Л., Исследование низкочастотных вариаций во вращении Земли, кандидатская диссертация, Санкт-Петербург, 2005.
- [53] Григорьев В.Д., Водный баланс речных бассейнов европейской части России, кандидатская диссертация, Москва, 2018.
- [54] Баскова А.А., Прогноз параметров вращения Земли для спутниковых навигационных систем, кандидатская диссертация, Красноярск, 2006.
- [55] Вершовский М.Г., Многолетние изменения центров действия атмосферы и вариации скорости вращения Земли, кандидатская диссертация, Санкт-Петербург, 2006.
- [56] Киселев В.М., Особенности суточного вращения Земли, докторская диссертация, Ижевск, 1996.
- [57] Клименко А.В., Глобальные свойства сейсмической активности Земли и их связь с ее вращением, кандидатская диссертация, Москва, 2005.
- [58] Кудряшова М.В., Исследование параметров вращения Земли на различных временных масштабах, кандидатская диссертация, Санкт-Петербург, 2007.
- [59] Акименко Я.В., Изучение движений геоцентра и географического полюса Земли и их моделирование по данным о динамике распределения поверхностных флюидов, кандидатская диссертация, Москва, 2008.
- [60] Серых И.В., Реакция гидрофизического режима Индийского океана на события Эль-Ниньо, кандидатская диссертация, Москва, 2009.
- [61] Ву Виет Чунг, Фундаментальные компоненты вращения Земли и их применение в прикладных задачах, кандидатская диссертация, Москва, 2013.
- [62] Баркин М.Ю., Изучение возмущенных вращательных движение небесного тела с приложением к теории вращения Земли, кандидатская диссертация, Москва, 2014.
- [63] Филиппова А.С., Численно-аналитическое исследование параметров вращения Земли с приложениями для спутниковой навигации, кандидатская диссертация, Москва, 2015.
- [64] Аухадеев Т.Р., Барициркуляционный режим Приволжского федерального округа, кандидатская диссертация, Казань, 2015.
- [65] Эбауэр, К.В. Высокоточное определение динамических параметров Земли с ис-

пользованием данных лазерной локации околоземных спутников, кандидатская диссертация, Москва, 2015.

- [66] Шерстнев Е.В., Моделирование приливной эволюции орбитального движения спутника в гравитационном поле вязкоупругой планеты, кандидатская диссертация, Москва, 2017.
- [67] Кузнецов К.М., Обработка гравиметрических и магнитометрических данных на основе вейвлетов Пуассона, кандидатская диссертация, Москва, 2018.
- [68] Кулешова А.И., Некоторые проявления солнечной активности на различных временных шкалах: вспышечные события, 11-летний цикл, грандиозные минимумы, кандидатская диссертация, СПб, 2018.
- [69] Лопез Ю.Р., Исследование систематических разностей каталогов координат радиоисточников и построение сводного каталога, кандидатская диссертация, СПб, 2018.
- [70] Цюпак И.М. Визначення параметрів обрета́ння Зімлі та їх похідних за результатами лазерних спостережень ШСЗ, кандидатская диссертация, Львів, 2000.
- [71] Пасынок С.Л., Влияние гравитационного поля неравновесной оболочки Земли на собственные трансляционные колебания и вращение внутреннего ядра Земли, кандидатская диссертация, Москва, 1999.
- [72] Пасынок С.Л., Методы определения опорных значений углов нутации Земли, докторская диссертация, Москва, 2015.
- [73] Жаров В. Е. Вращение Земли и динамика атмосферы, докторская диссертация, СПб, 1997.
- [74] Рыхлова Л.В., Вращение Земли- комплексная проблема геодинамики, докторская диссертация, Москва, 1990.
- [75] Спиридонов Е.А., Новые методы моделирования земных приливов, докторская диссертация, Москва, 2018.
- [76] Турышев В.Г., Высокоточные методы релятивистской навигации, небесной механики и астрометрии и их применение для экспериментальных проверок современных теорий гравитации, докторская диссертация, Москва, 2008.
- [77] Чуркин В.А., Вращение неупругой Земли, докторская диссертация, Санкт-Петербург, 2000.
- [78] Яцкив Я.С., Свободная нутация Земли по данным широтных наблюдений, докторская диссертация, Киев, 1975.

Книги, монографии, лекции

- [79] Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин В.М., Оптимальное управление. М., Физматлит, 2005.
- [80] Афанасьев В.Н., Колмановский В.Б., Носов В.Р., Математическая теория конструирования систем управления, М., Высшая школа, 2003.
- [81] Бакулин П.И., Блинов Н.С., Служба точного времени, М. Наука, 1968.
- [82] Банах Л.Я., Методы декомпозиции при исследовании колебаний механических систем. R&C Dynamics, М., 2016.
- [83] Бончковский В.Ф., Внутреннее строение Земли, Изд-во Академии Наук СССР, 1953.

-
- [84] Беклемишев Д.В., Дополнительные главы линейной алгебры. М., Наука, 1983.
- [85] Биргер Б.И., Динамика литосферы Земли, УРСС, 2016.
- [86] Бируни Абу Рейхан, Канон Масуда. Избранные произведения, т.5, ч.1, Ташкент ФАН, 1972.
- [87] Блехман И.И., Синхронизация в природе и технике, М., УРСС, 2015.
- [88] Бялко А.В., Синхронизация в природе и технике, М., УРСС, 2015.
- [89] Бриллинджер Д., Временные ряды. Обработка данных и теория, М., Мир, 1980.
- [90] Вильке В.Г., Механика систем материальных точек и твердых тел, Физматлит, 2013.
- [91] Мониторинг общей циркуляции атмосферы, Северное полушарие, под ред. Р.М. Вильфанда, Росгидромет, Обнинск, 2012.
- [92] Витязев В.В., Анализ астрометрических каталогов с помощью сферических функций, СПбГУ, 2017.
- [93] Герман Дж., Р. Голдберг, Солнце, погода и климат. Ленинград, Гидрометеиздат, 1981.
- [94] Голяндина Н., Метод “Гусеницы-ССА”: анализ временных рядов (т. 1)/ прогноз временных рядов (т. 2), СПбГУ, 2004.
- [95] Губанов В.С., Обобщенный метод наименьших квадратов: теория и применение в астрометрии, СПб., Наука, 1997.
- [96] Джеффрис Г., Земля, ее происхождение, история и строение, Издательство иностранной литературы, М., 1960
- [97] Дианский Н.А., Моделирование циркуляции океана и исследование его реакции на короткопериодные и долгопериодные атмосферные воздействия, М. Наука, 2013.
- [98] Долицкий А.В., Вращение мантии по ядру: движение географических и геомагнитных полюсов, периодичность геологических и тектонических процессов. ИФЗ РАН, М. 2000.
- [99] Дубошин Г.Н., Небесная механика. Аналитические и качественные методы. М., Наука, 1978.
- [100] Егоров А.И., Основы теории управления, М. Физматлит, 2007.
- [101] Еремеева А.И., Цицин Ф.А. История астрономии. Основные этапы развития астрономической картины мира, М., МГУ, 1989.
- [102] Изучение земных приливов, АН СССР, ред. Н.Н. Парийский, М. Наука, 1980.
- [103] Козлов В.Н., Введение в математическую теорию зрительного восприятия, М., МГУ, 2007.
- [104] Коротцев О.Н., Звезды Пулково. Очерк о Пулковской обсерватории и астрономах-пулковцах. Лениздат, 1989.
- [105] ред. Колесникова К.С., Дубинина В.В. Курс теоретической механики, МГТУ им Н.Э. Баумана, М. 2017.
- [106] Кондратьев Н. Д., Опарин Д. И. Большие циклы конъюнктуры: Доклады и их обсуждение в Институте экономики.1-е изд. М., 1928.
- [107] Корсунь А.А., Ботвинова В.В., Евгений Павлович Федоров, биография, Научо-ва думка, Киев, 1989.

- [108] Красовский Ф.Н., Избранные сочинения, т. 1—4, М., 1953—55.
- [109] Куликов К. А., Вращение Земли, М., Недра, 1985.
- [110] Куликов К.А., Сидоренков Н.С. Планета Земля, Издание 2-е, дополненное, М. Наука, 1977.
- [111] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Курс Теоретической физики: Механика, М., Наука, 1965.
- [112] Леонов А.С., Решение некорректно поставленных обратных задач: Очерк теории, практические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ., М., УРСС, 2016.
- [113] Лидов М.Л., Курс лекций по теоретической механике, М. Физматлит, 2010.
- [114] Любушин А.А., Анализ данных систем геофизического и экологического мониторинга, М. Наука, 2007. <http://alexeylyubushin.narod.ru/>
- [115] Магнус К., Колебания, М., Мир, 1982.
- [116] Максимов И.В., Саруханян Э.И., Смирнов Н.П. Океан и космос, Л., Гидрометеоиздат, 1970.
- [117] Мандельштам Л.И., Лекции по теории колебаний, М. Наука, 1972
- [118] Марпл С.Л., Цифровой спектральный анализ и его приложения, М., Мир, 1990.
- [119] Мельхиор П., Физика и динамика планет, под ред. Н.Н. Парийского., М., Мир, 1975.
- [120] Мориц Г., Мюллер А., Вращение Земли: Теория и наблюдения. Киев, Наукова думка, 1992.
- [121] Молоденский М.С., Общая теория упругих колебаний Земли, М., Недра, 1989.
- [122] Монин А.С., Вращение Земли и климат, Л.: Гидрометеоиздат, 1972.
- [123] Никонов А.А., Современные движения земной коры. М. Наука, 1979. Нефедьев Ю.А., Нефедьева А.И. Служба вращения Земли
- [124] Обридко В.Н., Наговицын Ю.А., Солнечная активность, цикличность и методы прогноза, М. 2017.
- [125] Основы спутниковой геодезии, ред. А.А. Изотов и др., М., Недра, 1974.
- [126] Проблемы определения параметров вращения Земли, сборник научных трудов, ДВНЦ АН СССР, Владивосток, 1996.
- [127] Пантелеев В.Л., Основы морской гравиметрии. М., Недра, 1983.
- [128] Пантелеев В.Л., Математическая обработка наблюдений, курс лекций. М., МГУ, 2001. <http://lnfm1.sai.msu.ru/grav/russian/lecture/mon/mon.htm>
- [129] Пантелеев В.Л., Физика Земли и планет, курс лекций, М., МГУ. 2000 <http://www.astronet.ru/db/msg/1169697>.
- [130] Пантелеев В.Л., Наблюдение и управление динамическими объектами, курс лекций. М., МГУ, 2001. <http://lnfm1.sai.msu.ru/grav/russian/lecture/nudo/nudo.htm>
- [131] Пантелеев В.Л., Теория фигуры Земли. Курс лекций, 1990, <http://lnfm1.sai.msu.ru/grav/russian/lecture/tfe/index.html>.
- [132] Пантелеев В.Л., Фильтрация в задачах инерциальной гравиметрии, LAP Lambert Academic Publishing, 2012.
- [133] Парийский Н.Н., Геофизика, избр. труды., ред В.Н. Страхов. ОИФЗ им. Шмидта, М., 2000

-
- [134] Петров Ю.П., Обеспечение достоверности и надежности компьютерных вычислений. Курс лекций, СПбГУ, 2007. <http://lpetrov.net/yupetrov/publist.html>
 - [135] Петровский И.Г., Лекции по теории интегральных уравнений. М., Наука, 1965.
 - [136] Полонский А.Б., Е.А. Базюра, В.Ф. Санников, Об устойчивости термохалинной циркуляции Северной Атлантики, Доповіді Національної академії наук України, 2014.
 - [137] Попадъёв В.В., Основы геодезической гравиметрии (курс лекций), МИГАиК, М., 2017.
 - [138] Приливные деформации Земли, ред. Н.Н. Парийский, М. Наука 1975.
 - [139] Сагитов М.У., Лунная гравиметрия, М., Наука, 1979.
 - [140] Садовничий В.А., Теория операторов, М., Дрофа, 1999.
 - [141] Теребиж В.Ю., Введение в статистическую теорию обратных задач, М., Физматлит, 2005.
 - [142] Тихонова А.А., Тихонов Н.А., Андрей Николаевич Тихонов, М., Собрание, 2006.
 - [143] Федоров В.М., Инсоляция Земли и современные изменения климата. М. Физматлит 2018.
 - [144] Финк Л.М., Сигналы, помехи, ошибки. М. Связь, 1978.
 - [145] Форсайт Дж., Малькольм М., Мюллер К., Машинные методы математических вычислений. М., Мир, 1980.
 - [146] Хайкин С., Нейронные сети, полный курс. М.-СПб.-Киев, Вильямс, 2006.
 - [147] Худсон Д., Статистика для физиков, М., Мир, 1970.
 - [148] Ширяев А.Н., Основы стохастической финансовой математики, М., Фазис, 1998.
 - [149] Шулейкин В.В., Физика моря, Изд-во АН СССР, 1941.
 - [150] Эльясберг П.Е., Введение в теорию полета искусственных спутников Земли, М., УРСС, 2011.
 - [151] Ягола А.Г., Степанова И.Е., Титаренко В.Н., Обратные задачи в геофизике, курс лекций, М., МГУ, 2008.
 - [152] Яшкин С.Н., Небесная механика, курс лекций, М., МИИГАиК, 2014.
 - [153] Яшкин С.Н., Спутниковая градиентометрия и системы “спутник-спутник”, М., МИИГАиК, 2009.
 - [154] Arnold, Vladimir I., Kozlov, Valery V., Neishtadt, Mathematical Aspects of Classical and Celestial Mechanics., Springer, 2006.
 - [155] Arthur E.A., Regression and the Moore-Penrose Pseudoinverse, Elsiver, 1972.
 - [156] Brockwell, P.J., Davis, R.A., Introduction to time series and forecasting. Springer, New York. 1996.
 - [157] Chapman S., Lindzen R., Atmospheric Tides: Thermal and Gravitational, Springer, 1970.
 - [158] Bizouard C., Le mouvement du pole de l’heure au siecle, Presses Academiques, 2014.
 - [159] Bizouard C., Polar motion from hours to centuries, Springer, 2017.
 - [160] Cazenave A., Champollion N., Benveniste J., Chen J. (Eds.), Remote Sensing and Water Resources, Springer, 2016, ISBN 978-3-319-32449-4

- [161] Dehant V. & P. M. Mathews, Precession, Nutation, and Wobble of the Earth, Cambridge University Press. 2015, 554 p. ISBN 9781107092549
- [162] Fitzpatrick R., An introduction to celestial mechanics, Cambridge Univ. Press, 2012
- [163] Eubanks T.M., Variations in the Orientation of the Earth, American Geophysical Union Monograph, Geodynamics Series, Vol. 24, 1993.
- [164] Franke J., Hardle W., Hafner Ch., Statistics of Financial Markets, Springer, 2011.
- [165] Golyandina N., Nekrutkin V., Zhigljavsky A., Analysis of time series structure: SSA and related techniques, Chapman & Hall/CRC, N.Y. – London. 2001.
- [166] Gubbins G., Time Series Analysis and Inverse Theory for Geophysicists, Cambridge University Press 2004.
- [167] Jolliffe I.T., Principal Component Analysis, Springer, New York, 2002.
- [168] Kolmogorov A.N., Fomin S.V., Elements of the Theory of Functions and Functional Analysis, 1957.
- [169] Schaffrin B., On Penalized Least-Squares: Its Mean Squared Error and a Quasi-Optimal Weight Ratio. Recent Advances in Linear Models and Related Areas Essays in Honour of Helge Toutenburg. Springer, 2008.
- [170] Kopeikin S.M., M. Efroimski, G. Kaplan, Relativistic Celestial Mechanics of the Solar System, Wiley, 2011.
- [171] Krasinsky G.A., Rotation of the deformable Earth with the viscous fluid core, Communications of IAA RAS N 157, St Petersburg, 2003. <http://iaaras.ru/media/print/preprint-157.pdf>
- [172] Lambeck K., The Earth's Variable Rotation; Geophysical Causes and Consequences, Cambridge University Press, 1980.
- [173] Munk W., MacDonald G., The rotation of the Earth, Cambridge Univ. Press. 1960.
- [174] Lowrie W., A students guide to geophysical equations, Cambridge Univ. press., 2011.
- [175] Peixoto J.P., Oort A.H., Physics of climate, Rev. Mod. Phys., 56(3), 365-429, 1984.
- [176] Rothery D., McBride N., Gilmour L., An introduction to the Solar System, Cambridge Univ. Press, 2018.
- [177] Sidorenkov N.S., The Interaction Between Earth's Rotation and Geophysical Processes, Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 2009.
- [178] Tikhonov A.N., Leonov A.S., Yagola, A.G., Nonlinear Ill-Posed Problems, Chapman and Hall, 1998.
- [179] Zhdanov M.S., Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems, Elsevier, 2002
- [180] Zonn I.S., Glantz M.H., Kostianoy A.G. and Kosarev A.N., The Caspian Sea Encyclopedia, Springer, Berlin – London (2010).

Источники, содержащие вольную интерпретацию

- [181] Киселев В.М., Вращение Земли от архея до наших дней, Красноярск, 2015
- [182] Киселев А.В., Муратова Н.Р., Горный В.И., Тронин А.А., Связь запасов продуктивной влаги в почве с полем силы тяжести земли (по данным съемок спутниками GRACE), Современные проблемы дистанционного зондирования Земли

из космоса, том 12, № 6, 2015, стр. 7-16, М. ИКИ РАН

- [183] Кузнецов М.В., Влияние приливов Мирового океана на вращение Земли, Кандидатская диссертация, ИФЗ им. О. Ю. Шмидта, М., 1974.
- [184] Малинин В.Н., Уровень океана: настоящее и будущее, Санкт-Петербург, РГГМУ, 2012.
- [185] Мамуна Н.В., Семь небес древнего мира, Москва, 2000.
- [186] Уразаев К.А., Вращение Земли и геологические процессы, БашГУ, Уфа, 2003.
- [187] Акуленко Л.Д., Марков Ю.Г., Перепёлкин В.В., Рыхлова Л.В., Неравномерности вращения Земли и глобальная составляющая момента импульса атмосферы, Астрон. журн. 2010. Т. 87, № 9. С. 935-944.

Статьи на русском языке

- [188] Булычев А.А., Джамалов Р.Г., Сидоров Р.В., Использование спутниковой системы GRACE для мониторинга изменений водных ресурсов, Недропользование XXI, № 2, с. 24-27, 2011.
- [189] Бышев В.И., В.Г. Нейман, Ю.А. Романов, И.В. Серых, Глобальные атмосферные осцилляции в динамике современного климата, Современные проблемы ДЗЗ, Т. 11. No 1. стр. 62-71,, 2014.
- [190] Бышев В.И., В.Г. Нейман, Ю.А. Романов, И.В. Серых, В.М. Сонечкин. О статистической значимости и климатической роли Глобальной атмосферной осцилляции. Океанология. Т. 566, № 2, стр. 179-185, 2016.
- [191] Бялко А.В., Радиоуглеродное свидетельство антропогенной причины потепления, Природа, М., N 9, стр. 75-78, РАН, 2017. (Одноименный доклад 19.03.2018 на заседании Комиссии метеорологии и климатологии Русского Географического общества).
- [192] Вильке В.Г., Шатина А.В., Шатина Л.С., Эволюция движения двух вязкоупругих планет в поле сил взаимного притяжения, Космические исследования, Академиздатцентр Наука, Москва, том 49, N 4, с. 355-362, 2011.
- [193] Воронков Н.А., В.Е. Жаров, Оценивание видимых движений внегалактических радиоисточников, Вестник Московского Университета. Серия 3, Физика, Астрономия. No 3, стр. 58-63, 2013.
- [194] Горшков В.Л., Исследование низкочастотных вариаций скорости вращения Земли и амплитуды чандлеровского движения полюса., Геофизические исследования, том 11, с.85-92, 2010.
- [195] Губанов В.С., Новые оценки параметров обратной свободной нутации земного ядра, Письма в Астрономический журнал том 36, № 6, 468-475, 2010.
- [196] Джамалов Р.Г., Фролова Н.Л., Бугров А.А., Григорьев В.Ю., Киреева М.Б., Рец Е.П., Сафронова Т.И., Телегина А.А., Телегина Е.А., Оценка возобновляемых водных ресурсов Европейской части России и пространственно-временной анализ их распределения, Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление, N 4, стр. 18-31, 2016.
- [197] Жаров В.Е. О вариациях продолжительности суток и колебаниях атмосферной циркуляции. Вестник Московского Университета, Серия 3 физика, астрономия, N 6, стр. 89-95, 1996.

- [198] Жаров В.Е., Вращение Земли и атмосферные приливы, *Астрономический вестник*, том 31, N 6, стр. 558-563, 1997
- [199] Жуковский Н. Е., (1904), Геометрическая интерпретация теории движения полюсов вращения Земли по ее поверхности, *Собрание статей Н. Жуковского*, Том 1, ред. А.П. Колесников, Изд-во авиационной литературы, 1937.
- [200] Зверев М.С., Профессор, доктор физико-математических наук А.А. Михайлов и его работы в области астрофизики. Сборник науч.тех. и произв. статей, XXI, Геодезиздат, М., 1948.
- [201] Кант И., Исследование вопроса, претерпела ли Земля в своем вращении вокруг оси, благодаря которому происходит смена дня и ночи, некоторые изменения со времени своего возникновения, 1754.
- [202] Кашкин В.Б., Рублева Т.В., Применение сингулярного спектрального анализа для выделения слабо выраженных трендов, *Известия ТПУ*. 2007. No 5.
- [203] Кононова Н.К., Флуктуации глобальной циркуляции атмосферы в XX-XXI вв., IGU, М., 2015.
- [204] Крайнов В.А., Жаров В.Е., Прецизионный высокочастотный генератор, управляемый напряжением, для лазерного гироскопа. *Вестник Московского Университета*, Серия 3. Физика, астрономия, N 2, стр. 89-95, 1996.
- [205] Марченко, Мещеряков, Абрикосов, Церкович, О некоторых результатах вычисления направления главных осей Земли и планет по данным космических аппаратов, *Проблемы астрометрии*, N 22 , 1981.
- [206] Кудлай А.Г., Статический полюсный прилив в океане и вращение Земли. ГАО АНУ, Киев, 1992.
- [207] Малкин З.М., Влияние галактической аберрации на параметры прецессии, определяемые из РСДБ-наблюдений, *АЖ*, 2011, том 88, No 9, с. 880-885
- [208] Мохов И.И., Смирнов Д.А., Взаимосвязь вариаций глобальной приповерхностной температуры с процессами Эль-Ниньо/Ла-Нинья и Атлантическим долгопериодным колебанием, *Доклады РАН*. Т., 467, № 5. стр. 580–584, 2016.
- [209] Мохов И.И., Смирнов Д.А., Оценки взаимного влияния вариаций температуры поверхности в тропических широтах Тихого, Атлантического и Индийского океанов по долгопериодным рядам данных, *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*, Т. 53, № 6, 2017.
- [210] Наговицын Ю.А., Рыбак А.Л., Свойства долгопериодических колебаний солнечных пятен. *Астрон. ж.*, Т. 91, No 5., стр. 392–398, 2014.
- [211] Орлов А.Я., О среднем годовом движении главных осей Земли. *ДАН СССР*, т. 51, По 7, 1946.
- [212] Орлов А.Я., Определение координат полюса по наблюдениям широты без цепного метода. *Избранные труды*. Т 1, стр. 114-139, Киев, 1961.
- [213] Пантелеев В.Л., Левицкая З.Н., Чеснокова Т.С., Логинов А.В. Моделирование возмущающих ускорений опоры при гравиметрических исследованиях на море. *Вестник Московского университета*, Серия 3. Физика. Астрономия. N 3, М., 2003.
- [214] Пасынок С.Л., Оценка погрешности, обусловленной пренебрежением трехостностью Земли в передаточной функции при вычислении углов нутации Земли, *Измерительная техника*, N 10, стр 3-6, 2014.

-
- [215] Пасынок С.Л., О влиянии землетрясений на продолжительность суток, Измерительная техника, N 5, С. 11–13, 2012.
- [216] Пасынок С.Л., О полярных колебаниях внутреннего ядра Земли в поле сил тяжести и гидростатического давления. Труды ГАИШ, том LXV, Стр. 130-135, Москва, 1996.
- [217] Баркин Ю.В., К динамике твердого ядра Земли. Труды ГАИШ, том LXV, Стр. 107-129, Москва, 1996.
- [218] Полякова А.С., Черниговская М.А., Перивалова Н.П., Исследование отклика ионосферы на внезапные стратосферные потепления в азиатском регионе России, Солнечно-земная физика, Т. 1, No 4, стр. 47, 2015.
- [219] Пономарев В.И., Дмитриева Е.В., Шкорба С.П., Особенности климатических режимов в северной части Азиатско-Тихоокеанского региона, Системы контроля окружающей среды, N 1 (21), стр. 67-72, 2015.
- [220] Прокудина В.С., Изучение возможной взаимосвязи 22-летнего и 80-летнего циклов солнечной активности и движение барицентра Солнечной системы, Труды ГАИШ, Том LXIV, С. 145–157, Москва, 1995.
- [221] Серых И.В., Сонечкин Д.М., О влиянии квазипериодических внешних сил на ритмичность Эль-Ниньо. В книге: Триггерные эффекты в геосистемах, Тезисы докладов III Всероссийского семинара-совещания. Институт динамики геосфер РАН, стр. 95, 2015.
- [222] Сидоренков Н.С., О важности наблюдений за эффектами приливных колебаний скорости вращения Земли. МетеоВеб, <http://meteoweb.ru/articles/sidorenkov.pdf>
- [223] Сидоренков Н.С., Сумерова К.А., Биения колебаний температуры как причина аномально жаркого лета 2010 г. на европейской территории России. Метеорология и Гидрология, N 6, стр. 81–94, 2012.
- [224] Ткаченко Н.С., Лыгин И.В., Применение спутниковой миссии GRACE для решения геологических и географических задач, Вестник Московского университета. Серия 4: Геология, Изд-во Моск. ун-та, М, № 2, с. 3-7, 2017.
- [225] Толчельникова С.А., Методика построения фундамента для астрономических и геодезических исследований до и после “революции в астрометрии XXI в.”, в сборнике Астрономия, геодезия и геофизика, М. ФГБУ Центр геодезии, картографии и ИПД. 2018.
- [226] Федоров Е.П., Яцкив Я.С., О причинах кажущегося “раздвоения” периода свободной нутации Земли. АЖ, N 41, Вып. 4, стр. 764-768, 1964.
- [227] Федоров Е.П., Существует ли вековое движение полюса Земли, Астрометрия и астрофизика, 27, стр. 3–6, 1975.
- [228] Федоров Е.П., Расулов Р.М., Можно ли утверждать, что вековое движение полюса Земли существует, Письма в АЖ, 7, стр. 247–250, 1981.
- [229] Шатина А.В., Шерстнев Е.В., Движение спутника в гравитационном поле вязкоупругой планеты с ядром, Космические исследования, том 53, N 2, с. 173-180, 2015.
- [230] Чуйкова Н.А., Грушинский А.Н., Максимова Т.Г., Гармонический и статистический анализ эквивалентного рельефа Земли и его изостатическая компенсация. Труды ГАИШ, том LXV, Стр. 51-85, Москва, 1996.

- [231] Яцкив Я.С., Корсунь А.А., Рыхлова Л.В., О спектре координат полюса Земли за время с 1846 по 1971 г. АЖ, N 49, Вып. 6, стр. 1311-1318, 1972.
- [232] Яцкив Я.С. Изучение вращения Земли – комплексная проблема геодинамики. В кн. Геодинамика и астрометрия. Основания, Методы, Результаты, стр. 63-73, Киев, Наукова думка, 1980.

Статьи на иностранных языках, классические

- [233] Chandler S.C., On the Variation of Latitude I, AJ 11(248): 59-61, 1891.
- [234] Euler L., Du mouvement de rotation des corps solides autour d'un axe variable, Mem. Acad. Sci. Belles Lettres Berlin 14: 154-193 (1758), 154-193 (1765); reprinted in his Opera omniu. Ser. Secunda, Vol. 8, Orell Fussli Turici, Lausanne, 1965: 200-235 (1758/1765)
- [235] Euler L., Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum: Ex primis nostrae cognitionis principiis stabilita et ad omnes motus, qui in huiusmodi corpora cadere possunt, accommodata, Rostochii et Gryphiswaldiae Ed, 1765.
- [236] Jeffreys H., Causes contributory to the annual variation of latitude, M. N. Roy. As. Soc. 76(6): 499-525, 1916.
- [237] Kinoshita H. & J. Souchay, The theory of the nutation for the rigid earth model at the second order, J. Celestial Mech Dyn Astr (1990) 48: 187. DOI:10.1007/BF02524332.
- [238] Laplace P.S., Exposition du systeme du monde, Sixth ed., p. 344, 1827.
- [239] Liouville J., Developpements sur un chapitre de la Mecanique de Poisson (1858), Journal de Mathematiques Pures et Appliquees Deuxieme serie, Tome 3: 1-25, 1858.
- [240] Molodensky, M.S., Comm. Obs. Roy. Belgique, 188, pp. 25-26, 1961.
- [241] Newcomb S., On the Dynamics of the Earth's Rotation with respect to the Periodic Variations of Latitude, MNRAS 248: 336-341, 1892.
- [242] Love A.E.H. The yielding of the Earth to disturbing forces, MNRAS, Part 1 Vol. 69, pp. 476-479, Part 2 Vol. 82, pp.73-88, 1909.
- [243] Poincare H., Sur la precession des corps deformables, Bull. Astr. 27, 321-356. 1910.
- [244] Sasao T., Okubo S., Saito M. A Simple Theory on Dynamical Effects of Stratified Fluid Core upon Nutational Motion of the Earth, in Nutation and the Earth's Rotation, IAU Symposium, vol. 78, edited by R.L. Duncombe, p. 165., 1980.

Статьи на иностранных языках, современные

- [245] Adhikari S., Ivins E.R., Climate driven polar motion: 2003-2015, Sci. Adv., Vol. 2, No. 4, p. e1501693, 2016, doi:10.1126/sciadv.1501693.
- [246] Akulenko, L.D., Kumakshev, S.A., Markov, Yu.G. 2002. Motion of the Earth's pole. Dokl Phys. (2002), 47, 78–84.
- [247] Akulenko L.D., Markov Y.G., Perepelkin V.V., Rykhlova L.V., Filippova A.S., Rotational-oscillatory variations in the earth rotation parameters within short time intervals, Astronomy Reports, Vol. 57, pp. 391–399, 2013.
- [248] Akaike. H., Autoregressive model fitting for control. Ann Inst Stat Math. (1971), 23, 163–180.

-
- [249] Andronova, N.G., Schlesinger M.E., Causes of global temperature changes during the 19th and 20th centuries. *Geophys. Res. Lett.*, 27, pp. 2137-2140. Bibcode: 2000GeoRL..27.2137A. doi:10.1029/2000GL006109 (2000).
 - [250] Avsyuk Yu. N., Tidal forces and natural processes, Shmidt IPE RAS, Moscow (1996).
 - [251] Balakireva E., Study of the coefficient of gravity potential J_2 for Earth & planets of the Solar System from satellite data, MIEM HSE Armensky conference, M. 2016.
 - [252] Barcikowska, M.J., Kapnick, S.B., Feser, F, Impact of large-scale circulation changes in the North Atlantic sector on the current and future Mediterranean winter hydroclimate, *Climate Dynamics*, (2018).
 - [253] Barkin Yu V. The forced relative displacements of shells of planets and satellites as the main mechanism for variation of their natural processes *Astronomical and Astrophysical Transactions*, Vol. 29, N 3, pp. 375-386, 2016.
 - [254] Barnes R.T.H., Hide R., White A.A., and Wilson C.A., 1983, Atmospheric angular momentum fluctuations, length-of-day changes and polar motion, *Proc. R. Soc. London A* 387: 31-73.
 - [255] Barriopedro D., E. M. Fischer, J. Luterbacher, R. M. Trigo, R. Garcia-Herrera. The Hot Summer of 2010: Redrawing the Temperature Record Map of Europe. *Science*, DOI: 10.1126/science.1201224, (2011).
 - [256] Berger A., Milankovitch Theory and climate, *Rev. Geophys.*, 26(4), 624–657, 1988, doi:10.1029/RG026i004p00624.
 - [257] Bizouard C., Brzeziński, and Petrov S., 1998, Diurnal atmospheric forcing and temporal variations of the nutation amplitudes, *J. Geodesy* 72:561-577.
 - [258] Bizouard C. and Lambert S. 2001, Lunisolar torque on the atmosphere and Earth's rotation, *Planetary and Space Science* 50(3):323-333.
 - [259] Bizouard C., Continental drift of the rotation pole: observation and theory, IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Vol. 468 No 1, 2018, FAPM conference at Bauman MSTU, Moscow, doi:10.1088/1757-899x/468/1/012005.
 - [260] Bizouard C., Remus F., Lambert S. et al., The Earth's variable Chandler wobble, *A&A*, 526(A106), 2011.
 - [261] Bizouard C. and Seoane L., The atmospheric and oceanic excitation of the rapid polar motion, *J. Geod.* 84: 19-30, 2010.
 - [262] Bourda, G. Length-of-day and space-geodetic determination of the Earth's variable gravity field, *J. Geod.*, Vol. 82, p. 295, 2008, doi:10.1007/s00190-007-0180-y.
 - [263] Beldaa S., Ferrandiz J.M., Heinkelmann R., Nilsson T., Schuh H., Testing a new Free Core Nutation empirical model, *Journal of Geodynamics*, Vol. 94–95, pp. 59-67, 2016.
 - [264] Blofeld M., H. Muller, M. Gerstl, V. Stefka, J. Bouman, F. Gottl, M. Horwath, Second-degree Stokes coefficients from multi-satellite SLR, *J Geod* (2015) 89:857-871, DOI 10.1007/s00190-015-0819-z.
 - [265] Boergens, E., E. Rangelova, M. G. Sideris, and J. Kusche, 2014, Assessment of the capabilities of the temporal and spatiotemporal ICA method for geophysical signal separation in GRACE data, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 119, 4429-4447, doi:10.1002/2013JB010452.
 - [266] Box, G.E.P., Jenkins, G.M., Time series analysis: forecasting and control. Holden

- Day, San Francisco. (1976), pp. 24-78.
- [267] Brzeziński A., 1994, Polar motion excitation by variations of the effective angular momentum function, II: Extended model, *Manuscr. Geod.* 19:157-171.
 - [268] Brzezinski A., Nastula J., Oceanic excitation of the Chandler wobble, *Adv. Space Res.*, 30(2), 381-386, 2002.
 - [269] Brzezinski A., Bizouard Ch., Petrov S., Influence Of The Atmosphere On Earth Rotation: What New Can Be Learned From The Recent Atmospheric Angular Momentum Estimates? *Surv. Geophys.*, 23(1), 33-69, 2002.
 - [270] Brzezinski, A., Dobslaw, H., Dill, R., Thomas, M., Geophysical Excitation of the Chandler Wobble Revisited, *Geod. for Planet Earth Int. Ass. of Geodesy Symposia*, 136(3), 499-505, 2012.
 - [271] Brzezinski A., Kosek W., Free Core Nutation: stochastic modelling versus predictability, *Proceedings of the Journees 2003*, St. Petersburg, Russia, 2003.
 - [272] Brzeziński A. and Capitaine N. (1993), The Use of the Precise Observations of the Celestial Ephemeris Pole in the analysis of geophysical excitation of Earth Rotation, *J. Geophys. Res.* 98 B4: 6667-6675.
 - [273] Breziński A. and Mathews P., Recent advances in modelling the lunisolar perturbation in polar motion corresponding to high frequency nutation, *Journees Systemes de Reference spatio-temporels 2002*, N. Capitaine Eds. (2002).
 - [274] Black R.X., D.A. Salstein, R.D. Rosen, 1996. Interannual Modes of Variability in Atmospheric Angular Momentum, *J. Climate*, 9, 2834–2849.
 - [275] Capozza R., Vanossi A., Vezzani A., and Zapperi S., Suppression of Friction by Mechanical Vibrations, *Phys. Rev. Lett.* Vol. 103, pp. 085502, 2009.
 - [276] Case K., Kruizinga G, Sien-Chong Wu, GRACE Level 1B Data Product User Handbook, 2004, ftp://podaac.jpl.nasa.gov/pub/grace/doc/Handbook_1B_v1.2.pdf.
 - [277] Chao B.F., On rotational normal modes of the Earth: Resonance, excitation, convolution, deconvolution and all that, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 6, pp. 371-376, 2017.
 - [278] Chao B.F., 1985, On the excitation of the Earth's polar motion, *Geophys. Res. Lett.*, , Vol. 12, Iss. 8, pp. 526–529.
 - [279] Chao B.F. and Wei-Yung Chung, Amplitude and phase variations of Earth's Chandler wobble under continual excitation, *J. of Geodynamics*, Vol. 62, 35-39, 2012.
 - [280] Chao B.F. and Wei-Yung Chung, On Estimating the Cross-Correlation and Least-squares Fit of One Dataset to Another with Time Shift, *Earth and Space Science*, 2019, in press.
 - [281] Chao B., Hsieh Y., The Earths free core nutation: formulation of dynamics and estimation of eigenperiod from the very-long-baseline interferometry data. *Earth Planet. Sci. Lett.* 36, pp. 483–492, 2015.
 - [282] Chambers, D.P. and J.A. Bonin: Evaluation of Release 05 time-variable gravity coefficients over the ocean. *Ocean Science* 8: 859-868, 2012, www.ocean-sci.net/8/859/2012.
 - [283] Chen J.L., C.R. Wilson, B.D. Tapley, and J.C. Ries, Low degree gravitational changes from GRACE: Validation and interpretation, *Geophys. Res. Lett.*, Vol.

- 31, p. L22607, 2004, doi:10.1029/2004GL021670.
- [284] Chen, J.L., C.R. Wilson, B.D. Tapley, H. Save, J-F Cretaux, Long-Term and Seasonal Caspian Sea Level Change From Satellite Gravity and Altimeter Measurements, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 122, DOI: 10.1002/2016JB013595, 2017.
 - [285] Chen, J. L., C. R. Wilson, and J. C. Ries (2016), Broadband assessment of degree-2 gravitational changes from GRACE and other estimates, 2002–2015, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 121, 2112–2128, doi:10.1002/2015JB012708.
 - [286] Chen, J.L., C.R. Wilson, J.C. Ries, B.D. Tapley, Rapid ice melting drives Earth's pole to the east, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 40, 1-6, DOI: 10.1002/grl.50552, (2013).
 - [287] Qiang Chen, L. Poropat, M. Weigelt, H. Dobslaw, T. van Dam, Validation of the EGSIM GRACE gravity fields using GNSS and OBP records, *Geophysical Research Abstracts Vol. 20*, EGU2018-4439, 2018.
 - [288] Chen W. and Shen W., New estimates of the inertia tensor and rotation of the triaxial nonrigid Earth *J. Geophys. Res.* 115, B12419, 2010, doi: 10.1029/2009JB007094.
 - [289] Chen Wei, Jiancheng Li, Jim Ray, Minkang Cheng, Improved geophysical excitations constrained by polar motion observations and GRACE/SLR time-dependent gravity, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 6, pp. 377-388, 2017.
 - [290] Cheng, M., B. D. Tapley, and J. C. Ries, Deceleration in the Earth's oblateness, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 118, 740-747, doi:10.1002/jgrb.50058, (2013).
 - [291] Church, J. A., N. J. White, L. F. Konikow, C. M. Domingues, J. G. Cogley, E. Rignot, J. M. Gregory, M. R. van den Broeke, A. J. Monaghan, and I. Velicogna, Revisiting the Earth's sea-level and energy budgets from 1961 to 2008, *Geophys. Res. Lett.*, 38, L18601, doi:10.1029/2011GL048794, (2011).
 - [292] Chujkova N.A., T.G. Maximova, T.S. Chesnokova, A.N. Grushinsky, Earth crust vertical movements according to ITRF2000, ITRF2005, ITRF2008 and ITRF2014 coordinate systems and their comparing analysis, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 9, Iss. 2, pp. 109-114, 2018, DOI:10.1016/j.geog.2017.07.007.
 - [293] Cox, C. M., and B. F. Chao, Detection of a large-scale mass redistribution in the terrestrial system since 1998, *Science*, Vol. 297, pp. 831–833, 2002 doi:10.1126/science.1072188.
 - [294] Crowell M., Edelman S., Coulton K., McAfee S. How many people live in coastal areas?, *Journal of Coastal Research*, 23(5), <http://www.jstor.org/stable/4496121>.
 - [295] Couhert A., Mercier F., Moyard J., Biancale R. Systematic error mitigation in DORIS-derived geocenter motion., *JGR, Solid Earth*, 123, 2018, doi: 10.1029/2018JB015453.
 - [296] Demyanov, V.V., Yasyukevich, Y.V., Kashkina, T.V. et al. *J. Commun. Technol. Electron.* (2016) 61: 1086. DOI:10.1134/S1064226916100089.
 - [297] Dehant V., R. Laguerre, J. Requier, A. Rivoldini, S.A. Triana, A. Trinh, T.V. Hoolst, P. Zhu, Understanding the effects of the core on the nutation of the Earth, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 6, pp. 389-395, 2017.
 - [298] Desai S. D., Observing the pole tide with satellite altimetry, *J. Geophys. Res. (Oceans)* 107 (C11): 7-1. (2002) DOI 10.1029/2001JC001224.
 - [299] Desai S.D., and A.E. Sibois, (2016), Evaluating predicted diurnal and semidiurnal

- tidal variations in polar motion with GPS-based observations, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 121, 5237–5256, doi:10.1002/2016JB013125.
- [300] O. de Viron, V. Dehant, H. Goosse, and M. Crucifix, 2002. Participating CMIP Modeling Groups, Effect of global warming on the length-of-day, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 29, Iss. 7, doi:10.1029/2001GL013672.
 - [301] J.O. Dickey, S. L. Marcus, J. A. Steppe, R. Hide, 1992. The Earth's Angular Momentum Budget on Subseasonal Time Scales. *Science* 255, 321-324.
 - [302] Jean O. Dickey, Steven L. Marcus, and Olivier de Viron, Air Temperature and Anthropogenic Forcing: Insights from the Solid Earth. *J. Climate*, 24, 569-574 (2011).
 - [303] J.O. Dickey, S.L. Marcus, O. de Viron, Coherent interannual and decadal variations in the atmosphere-ocean system. *Geophys. Res. Lett.*, 30(11), 27-1-27-4, 2003.
 - [304] J.O. Dickey, P. Gegout, S.L. Marcus, 1999. Earth-atmosphere angular momentum exchange and ENSO: The rotational signature of the 1997-98 event. *Geophys. Res. Lett.*, 26(16), 2477-2480.
 - [305] Dickey J.O., Marcus S.L., de Viron O., Fukumori I. Recent Earth Oblateness Variations: Unraveling Climate and Postglacial Rebound Effects, *Science*, Vol. 298, Issue 5600, pp. 1975-1977, 2002, doi:10.1126/science.1077777.
 - [306] Dill R., Dobsław H., Thomas M., Improved 90-day Earth orientation predictions from angular momentum forecasts of atmosphere, ocean, and terrestrial hydrosphere, *Journal of Geodesy*, Vol. 93, Iss. 3, pp. 287–295, 2019.
 - [307] Duan, X., J. Guo, C. Shum, and W. van der Wal. Towards an optimal scheme for removing correlated errors in GRACE data, *J. Geodesy*, 83, 1095–1106, DOI 10.1007/s00190-009-0327-0, (2009).
 - [308] Duan P., Liu G., Hu Xi., Zhao J., Huang Ch. (2018). Mechanism of the interannual oscillation in length of day and its constraint on the electromagnetic coupling at the core-mantle boundary. *Earth and Planetary Science Letters*. 482. 245-252. 10.1016/j.epsl.2017.11.007.
 - [309] Ebauer K., Development of a software package for determination of geodynamic parameters from combined processing of SLR data from LAGEOS and LEO Geodesy and Geodynamics, Volume 8, Issue 3, May 2017, Pages 213-220.
 - [310] Eubanks T. M., Variations in the orientation of the Earth, in *Contributions of Space Geodesy to Geodynamics: Earth Dynamics 1-54*, ed. D. E. Smith and D. L. Turcott, AGU, Washington D.C., 1993.
 - [311] T.M. Eubanks, J. A. Steppe, J.O. Dickey, and P.S. Callahan, 1985. A spectral analysis of the Earth's angular momentum budget, *J. Geophys. Res.*, 90(B7).
 - [312] Escapa A., Getino J., and Ferrandiz J.M., Indirect effect of the triaxiality in the Hamiltonian theory for the rigid Earth nutations, *A&A* 389: 1047-1054 (2002).
 - [313] Ferrandiz J. & S. Gross R., The New IAU/IAG Joint Working Group on Theory of Earth Rotation. *International Association of Geodesy Symposia*, 2015, 10.1007/1345_2015_166.
 - [314] Folgueira M. and Souchay J., Free polar motion of a triaxial and elastic body in Hamiltonian formalism: application to the Earth and Mars, *A&A* 432, 1101-1113 (2005).
 - [315] Frappart, F., Papa F., Guntner A., Ramillien G., Prigent C., Rossow W., Bonnet

- M.: Interannual variations of the terrestrial water storage in the Lower Ob' Basin from a multisatellite approach, *Hydrol. Earth Syst. Sci.*, 14, 2443–2453, (2010).
- [316] Freedman, AP., Steppe, JA., Dickey, JO., Eubanks, TM., Sung, LY. The short-term prediction of universal time and length of day using atmospheric angular momentum. *J Geophys.*, 1994, Res.99, 6981–6996.
- [317] Furuya M. , B. F. Chao, Estimation of period and Q of the Chandler wobble, *Geophys. J. Int.*, Volume 127, Issue 3, December 1996, Pages 693–702, DOI:10.1111/j.1365-246X.1996.tb04047.x
- [318] Geruo A., Wahr J., and Zhong S. (2013), Computations of the viscoelastic response of a 3D compressible Earth to surface loading: An application to glacial isostatic adjustment in Antarctica and Canada, *Geophys. J. Int.*, 192(2), 557–572.
- [319] Ghil, M., M. R. Allen, M. D. Dettinger, K. Ide, D. Kondrashov, M. E. Mann, A. W. Robertson, A. Saunders, Y. Tian, F. Varadi, and P. Yiou, Advanced spectral methods for climatic time series, *Rev. Geophys.*, 40(1), 1003, doi:doi:10.1029/2000RG000092, 2002.
- [320] Gordin V.A. Averaging Data Inverse Interpolation. Application to Climatic Information. V.A.Gordin. *Meteorology and Hydrology*. N11, pp.110-114, (1994) (Russian), pp. 67-70 (English).
- [321] Gordin, V.A., Khalyavin, A.V. Projection methods for error suppression in the meteorological fields before calculation of derivatives, *Russ. Meteorol. Hydrol.* (2007) 32: 643. DOI:10.3103/S1068373907100056.
- [322] Gorshkov V.L., Study of the Interannual Variations of the Earth's Rotation, *Solar System Research*, Vol. 44, No. 6, pp. 487–497, 2010, Original Russian Text in *Astronomicheskii Vestnik*, Vol. 44, No. 6, pp. 519–529, 2010.
- [323] Gross R., 2015, Estimating the Q of the Chandler Wobble from Its Free Decay, poster at IUGG, EGU2015-6194, Prague 2015
- [324] Gross R., 2015, Theory of Earth Rotation Variations, VIII Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy, doi:10.1007/1345_2015_13
- [325] Gross R.S., 2007. Earth rotation variations — long period, in *Physical Geodesy* edited by T. A. Herring, Treatise on Geophysics, Vol. 11, Elsevier, Amsterdam.
- [326] Gross R.S., A combined length-of-day series spanning 1832–1997: LUNAR97, *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, Vol. 123, Iss. 1, pp. 65–76, (2001).
- [327] Gross R., Vondrak R, Astrometric and space-geodetic observations of polar wander, *Geoph. Res. Lett.*, Vol. 26, Iss. 14, pp. 2085–2088, 1999, doi: 10.1029/1999GL900422.
- [328] Gross, R.S., Eubanks, TM., Steppe JA., Freedman, Dickey JO., Runge TF. A Kalman filter-based approach to combining independent Earth-orientation series. *J Geod.*, (1998), 72, 215–235.
- [329] Gross R., The excitation of the Chandler wobble, *Geophys. Res. Lett.*, 27(15), 2329–2332, 2000.
- [330] Gross, R., Fukumori I., Menemenlis D., Atmospheric and oceanic excitation of the Earth's wobble during 1980–2000, *J. Geophys. Res.*, 108(B8) 2370, 2003.
- [331] Gubanov V.S., Dynamics of the Earth's core from VLBI observations, *Astron. Lett.* (2009) 35: 270. DOI:10.1134/S1063773709040070.
- [332] Gulev S.K. & Mojib Latif, Ocean science: The origins of a climate oscillation, *Nature*, Vol. 521, pp. 428–430, doi:10.1038/521428a, (2015).

- [333] Guo, J., X. Duan, and C. Shum. Non-isotropic filtering and leakage reduction for determining mass changes over land and ocean using GRACE data, *Geophys. J. Int.*, 181, 290–302, doi: 10.1111/j.1365-246X.2010.04534.x, (2010).
- [334] Guo Zh.L., Shen W.B., Zotov L., A Short Note On Derivation of Fluid Outer Core Angular Momentum Equation, *Proceedings of Journees-2017, Alicante*, 2019.
- [335] Guo J.Y., H. Greiner-Mai, L. Ballani, H. Jochmann, C.K. Shum, 2005, On the double-peak spectrum of the Chandler wobble, *J. of Geodesy*, Vol. 78, Iss. 11-12, 654-659.
- [336] Han Shin-Chan, Shum C.K., Jekeli Ch. et al. Non-isotropic filtering of GRACE temporal gravity for geophysical signal enhancement, *Geophys. J. Int.*, 163(1), pp. 18–25, (2005).
- [337] Hay C., Mitrovica J.X., Morrow E., Kopp R.E., Huybers P., Alley R.B. Earth rotation changes since -500 CE driven by ice mass variations. *Earth and Planetary Science Letters*, 448, 115-121, (2016). DOI: 10.1016/j.epsl.2016.05.020.
- [338] Holme, R. and De Viron, O. (2005), Geomagnetic jerks and a high-resolution length-of-day profile for core studies. *Geophys. J. Int.*, 160: 435–439. doi:10.1111/j.1365-246X.2004.02510.x.
- [339] Huang, C.L., V. Dehant, X. 2010H. Liao, T. Van Hoolst, and M.G. Rochester (2011), On the coupling between magnetic field and nutation in a numerical integration approach, *J. Geophys. Res.*, 116, B03403, doi: 10.1029/2010JB007713.
- [340] Ince E.S., M.G. Sideris, E. Rangelova, 2009. Deriving long-term sea level variations at tide gauge stations in Atlantic North America, *Eos Trans. AGU*, 90(22), Jt. Assem. Suppl, Abstract CG73A-01.
- [341] Jackson L., L. Adabie, I. Galarraga, S. Jevrejeva, E. Sainz de Murieta To mitigate, or not to mitigate, that is not the question: reducing risk to coastal cities from sea-level rise. *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 20, EGU2018-4870-1, 2018.
- [342] Jevrejeva, S., J. C. Moore, A. Grinsted, and P. L. Woodworth, Recent global sea level acceleration started over 200 years ago?, *Geophys. Res. Lett.*, 35, L08715, doi:10.1029/2008GL033611, (2008).
- [343] Jin Ba, Noel S. Keenlyside et al., A multi-model comparison of Atlantic multidecadal variability, *Climate Dynamics*, Vol. 43, Iss. 9, pp 2333-2348, (2014).
- [344] Keeling C.D., Whorf T.P., Possible forcing of global temperature by the oceanic tides. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*. 1997;94(16):8321-8328.
- [345] Kenyon S., John Factor, Toward the next Earth gravitational model, *Proceedings of SEG Annual Meeting, San-Antonio* (2007). http://earth-info.nga.mil/GandG/wgs84/gravitymod/new_egm/EGM08_papers/EGM-2007-final.pdf
- [346] Klees R., Revtova E., Gunter B. et al., The design of an optimal filter for monthly GRACE gravity models. *Geophys. J. Int.*, 175(5768), (2008), pp. 417–432.
- [347] Klyashtorin L.B, Lyubushin A.A., On the Coherence between Dynamics of the World Fuel Consumption and Global Temperature Anomaly, *Energy & Environment*, Vol. 14, No. 6, 2003.
- [348] Kosek W., Luzum B., Kalarus M., Wnek A., Zvylyut M., Analysis of pole coordinate data predictions in the Earth orientation parameters combination of prediction pilot

- project, Artificial Satellites, Vol. 46, No 4, 2011.
- [349] Kosek, W., Kalarus, M., Johnson, T.J., Wooden, W.H., McCarthy, D.D., Popinski, W. A comparison of LOD and UT1–UTC forecasts by different combination prediction techniques. *Artif Satell.* (2005a), 40, 119–125.
 - [350] Kosek, W., Kalarus, M., Johnson, T.J., Wooden, W.H., McCarthy, D.D., Popinski, W. A comparison of UT1–UTC forecasts by different prediction techniques. In: Captained N (Ed) *Proc. Journeys Systems de Reference Spatiotemporal 2004*, Observatoire de Paris, *Systems de Reference Temps-Espace.* (2005b), pp.140–141.
 - [351] Kosek W., Possible excitation of the Chandler wobble by variable geophysical annual cycle, *Artificial Satellites – Journal of Planetary Geodesy* (ISSN 0208-841X), Vol. 39, No. 2, p. 135 - 145 (2004)
 - [352] Krasinsky G.A., Rotation of the deformable Earth with the viscous fluid core, *Communications of IAA RAS N 157*, St Petersburg, 2003, <http://iaaras.ru/media/print/preprint-157.pdf>.
 - [353] Krasinsky G.A., Variations of the coefficient J_2 of geopotential, and the dynamical Love number k_2^d from the analysis of laser ranging to LAGEOS 1 and LAGEOS 2., Cornell University Library, 2011.
 - [354] Kuang, W., B. F. Chao, *Geodynamo modeling and core-mantle interactions*, in *Earth's Core: Dynamics, Structure, Rotation, Geodynamics Series 31*, ed. V. Dehant, K. Creager, S. Karato, and S. Zatman, Amer. Geophys. Union, Washington DC, 193-212, 2003.
 - [355] Kusche J., R. Schmidt, S. Petrovic, R. Rietbroek, Decorrelated GRACE time-variable gravity solutions by GFZ and their validation using a hydrological model, *J. of Geodesy*, 83, (2009), pp. 903-913.
 - [356] Kuzin S.P., Tatevian S.K., Determination of seasonal geocenter variations from doris, GPS and SLR data, *Proceedings of the Journees 2005*, Warsaw, Poland, 2005.
 - [357] Lambert S., Empirical modeling of the retrograde free core nutation, TN, 2016, <ftp://hpiers.obspm.fr/iers/models/fcn/notice.pdf>
 - [358] Lanbo Liua, Benjamin Chao, Wenke Sun, Weijia Kuang, Assessment of the effect of three-dimensional mantle density heterogeneity on Earth rotation in tidal frequencies, *Geodesy & Geodynamics*, Vol 7 N 6 p. 396-405, 2016.
 - [359] Landerer, F.; Dickey, J.; Zlotnicki, V., Terrestrial water budget of the Eurasian pan-Arctic from GRACE satellite measurements during 2003–2009, *J. of Geophys. Res.: Atmospheres*, 115 (D23), D 23115, doi:10.1029/2010JD014584, (2010).
 - [360] Lavallee, D. A., P. Moore, P. J. Clarke, E. J. Petrie, T. van Dam, and M. A. King, J_2 : An evaluation of new estimates from GPS, GRACE, and load models compared to SLR, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 37, p. L22403, 2010, doi:10.1029/2010GL045229.
 - [361] Lemoine J.-M., Bourgogne S., Biancale R., Gegout P., The new GRGS-RL04 series of mass variations modelled with GRACE data, *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 20, EGU2018-18624, 2018.
 - [362] Levin B.W., E.V.Sasorova, G.M.Steblov, A.V.Domanski, A.S.Prytkov, E.N.Tsyba, Variations of the Earth's rotation rate and cyclic processes in geodynamics, *Geodesy and Geodynamics*, Vol. 8, Iss. 3, pp. 206-212, 2017.
 - [363] Li Guoqing, Zong Haifen, Zhang Qingyun, 27.3-day and average 13.6-day periodic

- p>oscillations in the Earth's rotation rate and atmospheric pressure fields due to celestial gravitation forcing.
- Advances in Atmospheric Sciences*
- , Vol. 28, N 1, pp. 45-58, Springer, (2011).
- [364] Liao D.C., Zhou Y.H., Liao X.H., Comparison of Wind Contributions to Chandler Wobble Excitation, *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 31, 57-65, 2007.
 - [365] Liao D.C., Liao X.H., Zhou Y.H., Oceanic and Atmospheric Excitation of the Chandler Wobble, *Geophys. J. Int.*, 152, 215-227, 2003.
 - [366] Liu L., H. Hsu, and E. W. Grafarend, Normal Morlet wavelet transform and its application to the Earth's polar motion, *J. Geophys. Res.*, 112, B08401, 2007.
 - [367] Lyubushin A.A. and L.B. Klyashtorin, Short term global DT prediction using (60-70) - years periodicity, *Energy & Environment*, Vol. 23, No. 1, 2012.
 - [368] Macias D., Stips A., Garcia-Gorriz E., Application of the Singular Spectrum Analysis Technique to Study the Recent Hiatus on the Global Surface Temperature Record. *PLoS ONE* 9(9): e107222, 2014. doi:10.1371/journal.pone.0107222.
 - [369] Madzak, M., Schindelegger, M., Bohm, High-frequency Earth rotation variations deduced from altimetry-based ocean tides, *J. et al. J Geod* 90: 1237, (2016) doi:10.1007/s00190-016-0919-4.
 - [370] Malkin Z.M., Free core nutation and geomagnetic jerks, *Journal of Geodynamics*, Vol. 72, pp. 53–58, 2013.
 - [371] Malkin Z.M. Free core nutation: new large disturbance and connection evidence with geomagnetic jerks, *Acta Geodyn. Geomater.*, Vol. 13, No. 1 (181), 41–45, 2016. DOI: 10.13168/AGG.2015.0042.
 - [372] Malkin Z.M., Miller N. Chandler wobble: two more large phase jumps revealed, *Earth Planets Space*, 62, 943–947, 2010.
 - [373] Marcus S.L., Does an Intrinsic Source Generate a Shared Low-Frequency Signature in Earth's Climate and Rotation Rate?, *Earth Interactions d Volume* 20 (2016) No. 4 p. 1, DOI:10.1175/EI-D-15-0014.1, (2016).
 - [374] Marcus S., de Viron O., Dickey J., 2004, Atmospheric contributions to Earth Nutation: Geodetic constraints and limitations of the torque approach, *Atmospheric sciences* 61:352-356.
 - [375] Mathews P., Herring T., and Buffett B., Modeling of nutation and precession: New nutation series from non rigid Earth and insights into the Earth interior, *J. Geophys. Res.* 107 B4 (2002).
 - [376] Mathews P.M., B. A. Buffett, T. A. Herring and I. I. Shapiro, Forced Nutations of the Earth: Influence of Inner Core Dynamics 1. Theory, *Journal of Geophysical Research*, 96, No.B5, pp. 8219-8242, (1991)
 - [377] Mathews P. and Bretagnon P., Polar motions equivalent to high frequency nutations for a non rigid Earth with anelastic mantle, *A&A* 400: 1113-1128 (2003)
 - [378] Markowitz W., Latitude and longitude and the secular motion of the pole, in *Methods and Techniques in Geophysics*, 1, pp. 325-361, ed. Runcorn S. K., Interscience Publishers, New York (1960).
 - [379] Markowitz W., Sudden Changes in Rotational Acceleration of the Earth and Secular Motion of the Pole. In: L. Mansinha, A. E. Beck (Eds.), *Earthquake displacement fields and the rotation of the Earth*, D. Reidel, Dordrecht 1970, pp. 69–81.
 - [380] Maximov I.V. and Smirnov N.P., The changes in the speed of the Earth's rotation

- and the mean sea level of the Oceans, *Oceanologia*, N 4 pp. 9-18, 1964.
- [381] Gerard D. McCarthy, Ivan D. Haigh, Joel J.-M. Hirschi, Jeremy P. Grist & David A. Smeed, Ocean impact on decadal Atlantic climate variability revealed by sea-level observations, *Nature* 521, pp 508-510 (2015), doi:10.1038/nature14491.
 - [382] Miller N.O. Chandler Wobble in Variations of the Pulkovo Latitude for 170 Years. *Solar System Research*, Vol. 45, No. 4, pp. 342-353, (2011).
 - [383] Mo K.C., J.O. Dickey, and S.L. Marcus, 1997. Interannual fluctuations in atmospheric angular momentum simulated by the National Centers for Environmental Prediction medium range forecast model, *J. Geophys. Res.*, 102, 6703-6713.
 - [384] Morgan P., R. King, I. Shapiro, 1985. Length of Day and Atmospheric Angular Momentum: A Comparison for 1981-1983, *J. Geophys. Res.*, 90(B14) 12645-12652.
 - [385] Moritz, H. (1978), Least squares collocation, *Rev. Geophys.*, 16(3), 421-430, doi:10.1029/RG016i003p00421.
 - [386] Nastula J., A. Korsun, B. Kolaczek, W Kosek, W Hozakowski, Variations of the Chandler and annual wobbles of polar motion in 1846-1988 and their prediction. *Manuscripta geodaetica*, No 18 p. 131-135, (1993).
 - [387] Nastula J., Salstein D.A., Regional Geophysical Excitation Functions of Polar Motion over Land Areas, *Geod. for Planet Earth IAG Symp.*, 136(3), 499-505, 2012.
 - [388] Nastula J., Ponte R.M., Salstein D.A., Comparison of polar motion excitation series derived from GRACE and from analyses of geophysical fluids, *Geophys. Res. Lett.*, 34(L11306), 2007.
 - [389] Nastula J., Salstein D., Kolaczek B., Patterns of atmospheric excitation functions of polar motion from high-resolution regional sectors. *J. Geophys. Res.*, 114, B04407, 2009.
 - [390] Nastula J., Gross R., Salstein D.A., Oceanic excitation of polar motion: Identification of specific oceanic areas important for polar motion excitation, *J. Geodyn.*, 62, 16-23, 2012.
 - [391] Nastula J., Salstein D., Gross R., Regional multi-fluid-based geophysical excitation of polar motion, *Proceedings of IAG General Assembly 2011*, 467-472, Springer, 2014.
 - [392] Nastula, J., and R. Gross (2015), Chandler wobble parameters from SLR and GRACE. *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 120, 4474-4483. doi: 10.1002/2014JB011825.
 - [393] Nerem, R. S., and J. Wahr (2011), Recent changes in the Earth's oblateness driven by Greenland and Antarctic ice mass loss, *Geophys. Res. Lett.*, Vol. 38, p. L13501, doi:10.1029/2011GL047879.
 - [394] Okamoto I. and Sasao T., On the ellipticity of the Chandler Wobble, *Publ. Astron. Soc. Japan* 29: 107-127, 1977.
 - [395] Panteleev V.L., Chesnokova T.S., Problem deconvolution in inertial gravimetry, *Moscow University Physics Bulletin*, 66(1), 78-82, 2011.
 - [396] Petrov L., Y. Y. Kovalev; Observational consequences of optical band milliarcsec-scale structure in active galactic nuclei discovered by Gaia, *MN Roy. AS*, Vol. 471, Iss. 4, 2017, pp. 3775-3787.
 - [397] Ponte Rui M., D. Stammer, C. Wunsch, Improving ocean angular momentum

- p>estimates using a model constrained by data, 2001.
- [398] Pan Y., Shen W.-B., Ding H., Hwang C., Li J., Zhang T., 2015. The Quasi-Biennial Vertical Oscillations at Global GPS Stations: Identification by Ensemble Empirical Mode Decomposition. *Sensors* (Basel, Switzerland), Vol. 15, Iss. 10, pp. 26096–26114. DOI:10.3390/s151026096.
 - [399] Panin G. N., Diansky N. A. Climatic variations in the arctic, north atlantic, and the northern sea route., *Doklady Earth Sciences*. Vol. 462, no. 1. P. 505–509., (2015).
 - [400] Paulson A., Zhong S. & Wahr J. ,Inference of mantle viscosity from GRACE and relative sea level data, *Geophys. J. Int.*, 171, 497, (2007).
 - [401] Peltier W.R., D.F. Argus, and R. Drummond, Space geodesy constrains ice age terminal deglaciation: The global ICE-6G_C (VM5a) model, *J. Geophys. Res. Solid Earth*, 120, 450–487, 2015, doi:10.1002/2014JB011176.
 - [402] Peltier, W.R., 2002. Global glacial isostatic adjustment: palaeogeodetic and spacegeodetic tests of the ICE-4G (VM2) model. *Journal of Quaternary Science* 17,491–510.
 - [403] Peltier, W.R., 2004. Global glacial isostasy and the surface of the ice-age earth: the ICE-5G (VM2) model and GRACE. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences* 32, 111–149. <ftp://dutlru2.lr.tudelft.nl/pub/wouter>
 - [404] Penland C., L.M. Hartten: Stochastic forcing of north tropical Atlantic sea surface temperatures by the North Atlantic Oscillation. *Geophysical Research Letters*, Vol. 41, DOI: 10.1002/2014GL059252, (2014).
 - [405] C. Penland, Michael Ghil, 1993. Forecasting Northern Hemisphere 700-mb Geopotential Height Anomalies Using Empirical Normal Modes. *Mon. Wea. Rev.*, 121, 2355–2372.
 - [406] C. Penland, De. Zh. Sun, A. Capotondi and D. J. Vimont, 2010. A Brief Introduction to El Nino and La Nina, *Climate Dynamics: Why Does Climate Vary?*, *Geophys. Monogr. Ser.*, 189, 216, AGU, Washington, D.C.
 - [407] Prevost P., L. Fleitout, K. Chanard, E. Calais, T. VanDam, and M. Ghil Extracting geophysical signals from GRACE using an objective spatio-temporal filter, *Geophysical Research Abstracts* Vol. 20, EGU2018-13611, 2018.
 - [408] Purcell, A., Tregoning, P., & Dehecq, A. (2016). An assessment of the ICE6G_C (VM5a) glacial isostatic adjustment model. *JGR: Solid Earth*. DOI:10.1002/2015JB012742/full
 - [409] Qian W.H., Lu Bo, Zhu C.W., How would global-mean temperature change in the 21th century?, *Chinese Science Bulletin*, 55, 19. pp. 1963-1967, (2010).
 - [410] Rahmstorf S., A Semi-Empirical Approach to Projecting Future Sea-Level Rise *Science*, Vol. 315 no. 5810 pp. 368-370, DOI: 10.1126/science.1135456 (2007).
 - [411] Rangelova E., Wal W., A. Braun, M. G. Sideris, and P. Wu, Analysis of GRACE time-variable mass redistribution signals over North America by means of principal components analysis. *J. of Geophys. Res.*, 112, F03002, (2007).
 - [412] Rangelova E., Sideris M., Contributions of terrestrial and GRACE data to the study of the secular geoid changes in North America. *J. of Geodynamics*, 46, (2008), pp. 131B–143.
 - [413] E. Rangelova, W. van der Wal, M.G. Sideris, and P. Wu, 2010. Spatiotemporal Analysis of the GRACE-Derived Mass Variations in North America by Means of

-
- Multi-Channel Singular Spectrum Analysis, Gravity, Geoid and Earth Observation, IAG Symposia 135, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg.
- [414] Ratcliff, J.T., Gross, R.S. Combinations of Earth orientation measurements: SPACE2008, COMB2008, and POLE2008. (2010), JPL Publ. 10-4, pp. 1-27.
 - [415] Ray Jim, P. Rebischung, J. Griffiths, IGS polar motion measurement accuracy, Geodesy and Geodynamics, Vol. 8, Iss. 6, pp. 413-420, 2017.
 - [416] Reager J. T., B. F. Thomas & J. S. Famiglietti, River basin flood potential inferred using GRACE gravity observations at several months lead time, Nature Geoscience, doi:10.1038/ngeo2203, (2014).
 - [417] Richard Jean-Yves, D. Gambis, R. Biancale, C. Bizouard, Multi-Technique Combinations of Geodetic Observations at the level of Normal Equations, http://hpiers.obspm.fr/combinaison/documentation/posters/IDS_Workshop_Poster_2012_V1.pdf.
 - [418] Rochester, M. G., Crossley, D. J., Chao, B. F. (2018). On the physics of the inner core wobble; corrections to “Dynamics of the inner-core wobble under mantle-inner-core gravitational interactions” by B. F. Chao. JGR: SolidEarth, 123, 9998–10002.
 - [419] Rosen R.D., D.A. Salstein, 1985. Contribution of Stratospheric Winds to Annual and Semiannual Fluctuations in Atmospheric Angular Momentum and the Length of Day, J. Geophys. Res., 90(D5), 8033-8041.
 - [420] Salstein D., Atmospheric excitation of polar motion, ASP Conference Series, 208, 437-446, 2000.
 - [421] Sasgen, I., Klemann, V., Martinec, Z., 2012. Towards the joint inversion of GRACE gravity fields for present-day ice-mass changes and glacial-isostatic adjustment in North America and Greenland. Journal of Geodynamics,
 - [422] Seoane L., Nastula J., Bizouard C. and Gambis D. The use of gravimetric data from GRACE mission in the understanding of polar motion variations, Geophys. J. Int., Vol. 178, pp. 614–622, 2009.
 - [423] Scafetta, N., and B. J. West (2006), Phenomenological solar signature in 400 years of reconstructed Northern Hemisphere temperature record, Geophys. Res. Lett., 33, L17718, doi:10.1029/2006GL027142.
 - [424] Schlesinger M.E., An oscillation in the global climate system of period 65-70 years, Nature, 367(6465), 723–726, 1994.
 - [425] Sidorenkov N.S., Celestial mechanical causes of weather and climate change, Izv. Atmos. Ocean. Phys., 2016, 52: 667. DOI:10.1134/S0001433816070094.
 - [426] Sidorenkov N.S., Synchronization of terrestrial processes with frequencies of the Earth-Moon-Sun system, Astronomical and Astrophysical Transactions (AApTr), 2017, Vol. 30, Iss. 2, pp. 249-260, 2017.
 - [427] Schindelegger M., J. Bohm, D. Salstein, H. Schuh, 2011. High-resolution atmospheric angular momentum functions related to Earth rotation parameters during CONT08 J. Geod, 85(7), 425-433.
 - [428] Schrama E., Wouters B., Lavalée D. Signal and noise in Gravity Recovery and Climate Experiment (GRACE) observed surface mass variations. J. of Geophys. Res., 112, B08407, doi:10.1029/2006JB004882, (2007).
 - [429] Schuh, H., Ulrich, M., Egger, D., Muller, J., Schwegmann, W. Prediction of Earth orientation parameters by artificial neural networks. J Geod.(2002),76, 247-258.

- [430] Schuh, H., Johannes, B., Heinkelmann, R., Hobiger, T., Mendes, Cerveira, P. J., Pany, A., Tanir, E., Teke, K., Todorova, S., Wresnik, J. International VLBI Service for Geodesy and Astrometry 2006 Annual Report, NASA/TP-2007-214151. (2007), pp. 208–211.
- [431] Shen Yunzhong, Yi Chen, Yingchen Ao: Global Mean Sea Level Rise Analysis and Prediction by Using Singular Spectrum Analysis, APSG-2013, (2013).
- [432] Shen Wenbin, Sung-Ho Na, Atmospheric acceleration and Earth-expansion deceleration of the Earth rotation, Geodesy and Geodynamics, Vol. 8, Iss. 6, pp. 421-426, 2017.
- [433] D.-Z. Sun, and F. Bryan (Eds.), 2010. Climate Dynamics: Why Does Climate Vary? Geophys. Monogr. Ser., 189, 216, AGU, Washington, D. C., doi:10.1029/GM189.
- [434] Swenson S., and J. Wahr, Post-processing removal of correlated errors in GRACE data, Geophys. Res. Letters, 33, L08402, doi:10.1029/2005GL025285, 2006.
- [435] Swenson S.C., D. P. Chambers, and J. Wahr: Estimating geocenter variations from a combination of GRACE and ocean model output. J Geophys. Res.-Solid Earth, Vol 113, Issue: B8, Article B08410, 2008.
- [436] Titov O., H. Krasna, Geodetic VLBI, Earth rotation and the Sagnac effect, Geophysical Research Abstracts, Vol. 20, EGU2018-1992, 2018.
- [437] Tsurkis I.Ya., Kuchay M.S., Spiridonov E.A., Probabilistic analysis of the data of atmospheric angular momentum for January 1, 1980 to March 27, 2003. Izvestiya, Physics of the Solid Earth, Vol. 48, No 4 pp. 339-353, 2012.
- [438] Vicente, R.O., and C.R. Wilson, On the variability of the Chandler frequency, J. Geophys. Res., 102(B9), 20439–20445, 1997.
- [439] Vondrak J., Long-period behaviour of polar motion between 1900.0 and 1984.0. Annales Geophys., 3, 1985, pp. 351–356.
- [440] Vondrak J., Secular polar motion, crustal movements, and international latitude service observations, Studia Geophysica et Geodaetica, 1994, Vol. 38, Iss. 3, pp. 256–265.
- [441] Vondrak J., Ron C., Geophysical fluids, geomagnetic jerks, and their impact on Earth orientation, Publications of the Astronomical Observatory of Belgrade, vol. 96, pp. 51-60, 2017.
- [442] Voskresenskaya E.N., Marchukova O.V., 2015, Qualitative classification of the La Nina events. Physical Oceanography. Vol. 3, P. 14-24.
- [443] Wahr, J., M. Molenaar, and F. Bryan, Time variability of the earth's gravity field: Hydrological and oceanic effects and their possible detection using GRACE, J. of Geophys. Res.: Solid Earth, 103 (B12), pp. 30,205B–30,229, (1998).
- [444] Wang G., Liu L., Tu Y., Xu X., Yuan Y., Song M., Li W., Application of the radial basis function neural network to the short term prediction of the earth's polar motion, Stud. Geophys. Geod 62. (2018) DOI: 10.1007/s11200-017-0805-4.
- [445] Wang G., Liu L., Su X., Liang X., Yan H., Li Zh., Li W., Variable Chandler and Annual Wobbles in Earth's Polar Motion During 1900-2015, Surv. Geophys, 37:1075-1093, 2016.
- [446] Wang, Q. J., Liao, D. C., Zhou, Y. H., Liao X. H., Determination of the topology of the neural networks in the prediction of LOD, Annals of Shanghai astronomical observatory, 28.75-80, 2007.

-
- [447] Wang, H., Wu, P., 2006. Effects of lateral variations in lithospheric thickness and mantle viscosity on glacially induced surface motion on a spherical, self gravitating Maxwell Earth. *Earth and Planetary Science Letters* 244, 576–589.
 - [448] Wan, Q.J., Liao DC., Zhou YH. Real-time rapid prediction of variations of Earth's rotational rate, *Chinese Science Bulletin*. (2008), 53, 969-973, 2008.
 - [449] Wieners C.E., Wagging the Pacific Dog by its Indian Tail? A West Indian Ocean precursors to El Nino, PhD thesis, Utrecht, 2018.
 - [450] Willberg M., Ph. Zingerle, R. Pail, Towards a 1 mm geoid at height reference points of the International Height Reference System (IHRS), *Geophysical Research Abstracts* Vol. 20, EGU2018-7102-1, 2018.
 - [451] Willis J.K., Chambers D.P., Kuo C.-Y., Shum C.K. Global sea level rise: Recent progress and challenges for the decade to come. *Oceanography*, 23(4):26-35, doi:10.5670/oceanog.2010.03.
 - [452] Wilson C., Discrete polar motion equation, *Geophys J. R. Astron. Soc.* 80(2): 551-554 (1985)
 - [453] B. Wouters, E. Schrama, 2007. Improved accuracy of GRACE gravity solution through empirical orthogonal function filtering of spherical harmonics, *Geophys. Res. Lett.*, 34, L23711.
 - [454] Wu Xiaoping, Jim Ray, Tonie van Dam. Geocenter motion and its geodetic and geophysical implications // *Journal of Geodynamics*, 58 (2012), p 44-61.
 - [455] Wu X., Collilieux, X., Altamimi, Z., 2010a. Data sets and inverse strategies for global surface mass variations. *Geophys. Res. Abstr.* 12, EGU2010.
 - [456] Wu Yun-Hao, 2010. Spatio-Temporal Variations of Sea-Level for ENSO: Intercomparison Study of Geodetic Satellite Data, Doctoral Dissertation.
 - [457] Wu, X., Heflin, M.B., Schotman, H., Vermeersen, B.L.A., Dong, D., Gross, R.S., Ivins, E.R., Moore, A.W., Owen, S.E., 2010. Simultaneous estimation of global present-day water transport and glacial isostatic adjustment. *Nature Geoscience* 3, 642–646.
 - [458] Xu, XQ., Zhou, YH. High Precision Prediction Method of Earth Orientation Parameters. *Journal of Spacecraft TT&C Technology*. (2010),29, 70-76.
 - [459] Xu, XQ., Zhou, YH., Liao XH. Short-term earth orientation parameters predictions by combination of the least-squares, AR model and Kalman filter. *J. Geodyn.* (2011), doi:10.1016/j.jog.2011.12.001
 - [460] Yang H., G. Lohmann, M. Ionita, Uta Krebs-Kanzow, D. Sidorenko, X. Gong, X. Shi, X. Chen, Global warming is shifting the major ocean gyres toward the poles, Vol. 20, EGU2018-3661-2, 2018.
 - [461] Yatskiv Y., Chandler Motion Observations, ASP Conference Series, Vol. 208, p. 383, 2000
 - [462] Ya. S. Yatskiv, A. A. Korsun', N. T. Mironov: On the determination of UT1 by the BIH and the U.S.S.R. In: D. D. McCarthy, J. D. H. Pilkington (Eds.), *Time and the Earth's rotation*, Time Service, D. Reidel, Dordrecht 1979, 29–39.
 - [463] Yi Shen, Jinyun Guo, Xin Liu, Qiaoli Kong, Linxi Guo, Wang Li, Long-term prediction of polar motion using a combined SSA and ARMA model, *Journal of Geodesy*, September 2017, DOI: 10.1007/s00190-017-1065-3.
 - [464] Yoder C.F., J.G. Williams, J.O. Dickey, B.E. Schutz, R.J. Eanes & B. D.

- Tapley Secular variation of Earth's gravitational harmonic J2 coefficient from Lageos and nontidal acceleration of Earth rotation, *Nature* 303, 757–762, (1983), doi:10.1038/303757a0.
- [465] Zharkova V.V., Shepherd S.J., Popova E., Zharkov S.I., Heartbeat of the Sun from Principal Component Analysis and prediction of solar activity on a millenium timescale, *Scientific Reports*, 5, Article number: 15689, 2015. doi:10.1038/srep15689.
- [466] Zotov L., Comparative Analysis of Benthic Foraminiferal Isotopic Records From Atlantic and Pacific Oceans Over the Past 1 Myr, poster at AGU Chapman Conference on Abrupt Climate Change, Byrd Polar Research Center, Ohio State University, Columbus, USA, 2009.
- [467] Zotov L., C. Bizouard, and N. Sidorenkov, On possible interconnections between Climate change and Earth rotation, talk at COSPAR-2014, MSU, 2014.
- [468] Zhilenko D., Krivonosova O., Gritsevich M., Nonlinear Interaction of Waves in Rotating Spherical Layers, *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, DOI:10.1088/1742-6596/955/1/012015.
- [469] Zhong M., Yan H., Zhu Y., The investigation of atmospheric angular momentum as a contributor to polar wobble and length of day change with AMIP II GCM data, *Adv. Atmos. Sci.*, 19(2), 287-296, 2002.
- [470] Zhou YH., Zhu Q., Salstein D., Xu X., Shi S., Liao X., Estimation of the free core nutation period by the sliding-window complex least-squares fit method. *Advances in Space Research*, 2016, 10.1016/j.asr.2016.03.028.
- [471] Zhou Y., D. Zheng, N.Yu, H. Wu, Excitation of annual polar motion by atmosphere and ocean, *Chinese Science Bulletin*, 46:881, June 2001.
- [472] Zhou Y.H., Salstein D.A., Chen J.L., Revised atmospheric excitation function series related to Earth's variable rotation under consideration of surface topography, *J. Geophys. Res.*, 111, D12108, 2006.
- [473] Zhu Y. and Gao B., Dissipation and ellipticity of the Chandler wobble, in: *Polar Motion: historical and Scientific problems*, ASP Conference series, Vol. 2008: 473-479 (2000).

Сайты, описания, технические записки

- [474] Авторский сайт Л.В. Зотова <http://lnfm1.sai.msu.ru/~tempus/>
- [475] Главный Метрологический Центр государственной службы времени и частоты <http://www.vniiftri.ru/index.php/ru/struct/gsvch>
- [476] МССА-анимации <http://lnfm1.sai.msu.ru/~tempus/science/MSSA/index.htm>
- [477] Отфильтрованные в чандлеровском диапазоне ААМ <http://lnfm1.sai.msu.ru/~tempus/science/Chandler/>
- [478] Отчет II рабочей группы МГЭИК вклад ДО5: Изменение климата в 2014 году: Последствия, адаптация, уязвимость, 2014, www.climatechange2014.org
- [479] Изменение климата на территории РФ, Ежегодные доклады Росгидромета <http://climatechange.igce.ru/index.php>
- [480] Центр регистра и кадастра РФ, информационная система по водным ресурсам <http://gis.vodinfo.ru/>
- [481] Число метеостанций на Земле в разные годы <https://esrl.noaa.gov/psd/cgi->

- bin/data/ISPD/stationplot.v2.pl
- [482] Bilham Roger interview to Observer, Deadly earthquakes could hit a BILLION people next year because of Earth's slowing rotation, 20.11.2017
 - [483] Bettadpur S., Level-2 Gravity Field Product User Handbook, 2007 ftp://podaac.jpl.nasa.gov/pub/grace/doc/L2-UserHandbook_v2.3.pdf
 - [484] Cheng MK, Ries J., 2009 Monthly estimates of C_{20} from 5 SLR satellites, GRACE Technical Note 05, ftp://podaac.jpl.nasa.gov/allData/grace/docs/TN-05_C20_SLR.txt
 - [485] Description for UT/CSR monthly C20 RL-05 time series from SLR ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/slr/degree_2/C20_RL05.txt
 - [486] Earth Orientation Parameters Combination of Prediction Pilot Project <http://maia.usno.navy.mil/eopcPPP/eopcPPP.html>
 - [487] GFZ AAM forecast ftp://ig2-dmz.gfz-potsdam.de/EAM/operational_EAM_90d_prediction/
 - [488] GIA data from <ftp://dutlru2.lr.tudelft.nl/pub/wouter>
 - [489] Hadley HadCRUT4 <http://www.cru.uea.ac.uk/cru/data/temperature/>
 - [490] The GRACE plotter www.thegraceplotter.com
 - [491] GRACE Tellus <http://grace.jpl.nasa.gov/data/get-data/monthly-mass-grids-ocean/>
 - [492] International Centre for Global Earth Models (ICGEM) <http://icgem.gfz-potsdam.de/home>
 - [493] IERS Annual Report 2016, 3.5.2, <https://www.iers.org/IERS/EN/Organization/ProductCentres/RapidServicePredictionCentre/rapid.html>
 - [494] IERS Bulletins A and B http://hpiers.obspm.fr/iers/bul/bulb_new/Explanatory_Supplement.pdf
 - [495] IERS Conventions (IERS Technical Note 36). Gerard Petit and Brian Luzum (eds.), 2010 <http://tai.bipm.org/iers/conv2010/conv2010.html>.
 - [496] IERS Global Geophysical Fluid Data, <http://www.iers.org/IERS/EN/DataProducts/GeophysicalFluidsData/geoFluids.html>
 - [497] IERS Earth Orientation Parameters Product Center EOP PC: hpiers.obspm.fr/eop-pc/
 - [498] IERS EOP C04 untill the last day ftp://hpiers.obspm.fr/iers/series/opa/eopc04_IAU2000_daily
 - [499] IERS Earth Rotation Parameters reference series EOP C04 <http://hpiers.obspm.fr/iers/eop/eopc04/>
 - [500] IERS Special Bureau for the Atmosphere http://ftp.aer.com/pub/anon_collaborations/sba/
 - [501] IPCC Fourth Assessment Report 2007, AR 4, www.ipcc.ch/publications_and_data/ar4/wg1/en/contents.html
 - [502] IPCC fifth assessment report: Climate Change 2013: The Physical Science Basis, 2013 <http://www.climatechange2013.org/>
 - [503] International Geomagnetic Reference Field IGRF: <https://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html>

- [504] Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Geocenter – Degree 1 <http://grace.jpl.nasa.gov/data/get-data/geocenter/>
- [505] JPL L2 GRACE data:
<ftp://podaac.jpl.nasa.gov/allData/grace/L2/JPL/RL05.1/>
- [506] Last decade's slow-down in global warming enhanced by an unusual climate anomaly, JOINT Research center, 2014, <https://ec.europa.eu/jrc/en/news/climate-anomaly-causes-global-warming-slow-down>
- [507] Long-term 30-day estimates of C_{20} from up to 8 SLR satellites
ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/slr/degree_2/Long_term/C20_1976_2011.txt
- [508] NCEP/NCAR reanalysis
<http://www.esrl.noaa.gov/psd/data/gridded/data.ncep.reanalysis.html>
- [509] Permanent Service for Mean Sea Level (PSMSL) <http://www.psmsl.org/>
- [510] Report on the climate peculiarities on the territory of Russian Federation. Hydrometeorological center of Russia, 2013 <http://www.meteoinfo.ru/climate>
- [511] SAI Earth Orientation Parameters forecast
<http://lnfm1.sai.msu.ru/tempus/pvz/prediction/forecast.html>
- [512] SHAO EOP predictions <http://202.127.29.4/xxq/>
- [513] Simulated Topological Networks <http://www.wsag.unh.edu/Stn-30/stn-30.html>
- [514] Satellite Laser Ranging and Earth Science, NASA International Laser Ranging Service, 2009, <http://ilrs.gsfc.nasa.gov/docs/slrover.pdf>
- [515] SLR geocenter data <ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/slr/geocenter/>
- [516] SLR degree 2 data, CSR: ftp://ftp.csr.utexas.edu/pub/slr/degree_2
- [517] U.S. Naval Observatory <http://www.usno.navy.mil/>
- [518] USNO bulletin A archive ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/pub/reports/iers/bulletin_a/

Список иллюстраций

1.1	Траектория движения полюса (слева) и погрешности определения координат полюса (справа) по бюллетеню EOP C01.	34
1.2	Портал EOP PC (http://hpiers.obspm.fr/eop-pc/) [497].	35
1.3	Соотношение между частотами движения промежуточного небесного полюса CIP в земной TRF и небесной CRF системах координат [161]. .	36
1.4	Изменения продолжительности суток ΔLOD с 1962 года и модель MCB3 приливных вариаций в LOD (слева); погрешность определения ΔLOD (справа).	39
1.5	Периодограммы движения полюса (слева) и ΔLOD (справа).	40
1.6	Вейвлет-скалограмма ΔLOD после вычитания модели зональных приливов.	41
1.7	Отклонения небесного полюса dX, dY.	42
2.1	Экваториальная функция возбуждения, вызванная полюсным приливом твердой Земли и океана. Рисунок также отражает сдвиг мгновенного полюса инерции.	51
2.2	Отношение $ m_0^-/\Psi_0 $ как функция частоты возбуждения для трех асимметрических случаев: а) только асимметрического полюсного прилива (красным), б) только трехосности (синим), в) комбинированного эффекта (пунктиром). Замечен двойной резонанс на чандлеровской и на противоположной ей частотах.	58
2.3	Амплитуда отношения m_0^-/m_0^+ (а) и собственная эллиптичность движения полюса E как функции частоты (б) для трех случаев: а) только асимметрического полюсного прилива (красная линия), б) только трехосности (синяя линия), в) комбинированного эффекта (пунктирная линия).	61
2.4	Асимметрическое возмущение движение полюса, оцененное по функциям атмосферного (модель ECMWF) и океанического (модель OMST) углового момента.	62
2.5	Асимметрическая и обычная симметрическая части геодезического возбуждения с 2000 по 2012 гг., оцененные по рядам движения полюса IERS C04 (внизу). Соответствующий комплексный Фурье-спектр (вверху) на интервале 1980-2012 гг., который показывает, что асимметрическая компонента в основном состоит из ретроградной составляющей на годовом (365 дней) и чандлеровском (433 дней) периодах и амплитудой порядка 1 мс дуги, комбинация этих частот ответственна за 6.4-летние биения во времени.	63

3.1	АЧХ (а) и ФЧХ (б) системы (3.1) для двух значений чандлеровского периода T_c и добротности Q	67
3.2	Спектры движения полюса (слева) и его компоненты (х-координата), полученные комплексным ССА (справа).	68
3.3	АЧХ инверсных операторов (а) и результат восстановления чандлеровского возбуждения (б). Вдоль абсцисс показана волна 18.6-летнего прилива.	69
3.4	Комплексный спектр ДП (слева) вблизи чандлеровской частоты и АЧХ фильтра Пантелеева. Чандлеровское колебание, полученное комплексным ССА и фильтром Пантелеева, вместе с огибающей (справа). . . .	74
3.5	Графики АЧХ фильтра Пантелеева, наложенные на спектр движения полюса (слева), чандлеровское колебание (в центре), и геодезическое возбуждение (справа) для двух значений параметра фильтра f_0 (вверху и внизу). Представлены только x -компоненты; y -компоненты сходны, но имеют задержку по фазе несущей на $\pi/2$ (109 суток). Колебания, выделенные из глобальной температуры на Земле (HadCRUT4) в разделе 8.2, представлены красным цветом вдоль оси абсцисс (справа). . . .	74
3.6	Карта абсолютных значений поля ААМ $\langle X \rangle$ для давления (вверху) и ветра (внизу) в чандлеровском диапазоне, усредненных на интервале 1948-2012 гг. Графики сверху, слева и снизу получены группированием по широтам и долготам.	76
3.7	Модуль изменчивости $\Delta X $ относительно среднего ААМ давления (слева) и ветра (справа) в чандлеровском диапазоне частот.	78
3.8	Долготно-усредненные (верхний ряд) и широтно-усредненные (нижний ряд) графики Ховмеллера для модуля отклонения $\Delta X $ в чандлеровском диапазоне: компонента давления (слева) и ветра (справа). Вклад давления в основном поступает с континентов.	79
3.9	Интегрированный эффективный ААМ χ для ветров (синим), давления (зеленым) и их суммы (красным) в чандлеровском диапазоне частот в сравнении с геодезическим возбуждением (пунктиром). Вдоль оси x приведена также волна 18.6-летнего лунного прилива.	80
4.1	Долговременное Чандлеровское колебание (х-координата) с 1846 г., выделенное фильтром Пантелеева (вверху) с параметрами $f_c = 0.843$, $f_0 = 0.04 \text{ лет}^{-1}$ и восстановленное для него возбуждение (внизу). . . .	83
4.2	Огибающая ЧДП $A(t)$, ее модель (4.3) и прогноз. Для сравнения показана инвертированная 60-летняя компонента изменений температуры на Земле.	85
4.3	Спектр ЧДП (амплитуда уменьшена в 100 раз) и его возбуждения (слева). Изменения фазы чандлеровского колебания и его возбуждения (справа).	86
4.4	Значение СКО невязки $ (\hat{\chi} - W_{corr}\hat{p}) $ как функции полуширины фильтра $T_0 = 1/f_0$ для слушаая шумов только в наблюдениях (m_2), так и для шумов в наблюдениях и погрешности в операторе (m_1, m_3).	90
4.5	Сравнение огибающей геодезического возбуждения, выделенного из наблюдений, и вычисленного по формуле (4.3).	91
4.6	Вверху: выделенное чандлеровское колебание и его модель. Внизу: выделенное чандлеровское возбуждение по реальным данным и на основе модели (4.4).	93

4.7	Первая (вверху) и вторая (внизу) производные наблюдаемой и модельной огибающей чандлеровского движения полюса.	95
4.8	Модель чандлеровского колебания (4.4) и его возбуждение (слева). Спектр компонент на чандлеровской частоте (справа).	97
5.1	Амплитудные отклики обратных операторов $ L_{sym}^{-1}(\omega) , L_{asym}^{-1}(\omega) $ и фильтров Пантелеева на прямой и обратной чандлеровских частотах на фоне спектра движения полюса.	105
5.2	Отфильтрованное в прямом и обратном чандлеровском диапазоне движение полюса (слева) и прямое возбуждение, полученное классическим обратным оператором $L_{sym}^{-1}(\omega)$ (справа). Волна изменчивости 18.6-летнего лунного прилива показана вдоль оси абсцисс.	107
5.3	Симметрическая Ψ_{sym} (слева) и асимметрическая Ψ_{asym} (справа) компоненты геодезического возбуждения на прямых и ретроградных чандлеровских частотах.	107
5.4	Сравнение геодезического возбуждения в прямом (слева) и обратном (справа) чандлеровском диапазоне частот (сумма симметрической и асимметрической частей) с геофизическим возбуждением, связанным с ААМ (вверху), ОАМ (в центре) и суммой ААМ+ОАМ (внизу). . . .	110
6.1	Слева: высокочастотные и низкочастотные (сглаженные) изменения продолжительности суток LOD, изменения эффективного углового момента атмосферы ЕААМ (давление+В-ветер) и инвертированная 20-летняя компонента глобальной температуры. Справа: изменения ЕААМ и LOD, усредненные по дням года на интервале 1962-2010 гг. .	114
6.2	Главные компоненты (ГК) ААМ давления (вверху) и ветра (внизу), проинтегрированные по всем широтам и долготам. Слева: годовая ГК 1 и тренд ГК 3 сопоставлены с исходными данными. Справа: даны графики с 1990 по 2000 год, представляющие ГК, связанные с полугодовым (ГК 2), квазипятилетним (ГК 4), четырехмесячным (ГК 5) и двухлетним колебаниями (ГК 6).	117
6.3	Спектры выделенных ГК для давления (слева) и ветра (справа). Жирной сплошной кривой показаны спектры исходных данных. Остальные кривые отражают спектры главных компонент: ГК 1 имеет годовую периодичность, ГК 2 - полугодовую, ГК 3 соответствует низкочастотным колебаниям, ГК 4 – квазипятилетней моде, связанной с ЭНЮК, ГК 5 имеет четырехмесячную периодичность, ГК 6 и ГК 7 связаны с квазидвухлетним и низкочастотным колебаниями	118
6.4	Усредненные карты значений осевых компонент ААМ давления (вверху) и ветра (внизу). Графики сверху, снизу и слева от карты показывают значения, просуммированные по меридианам и параллелям в 5°-ных поясах.	119
6.5	Вверху: карты трендов с 1948 по 2011 г. для ГК 3 компонент массы (слева) и движения (справа). Внизу: соответствующие графики для эффективного ЕААМ.	122
6.6	Выборка из трех карт ГК 4 ААМ давления (слева) и ветра (справа). Карты вверху соответствуют развитой фазе Эль-Ниньо, внизу – стадии Ла-Нинья. Карты посередине показывают фазовый переход от стадии Эль-Ниньо к Ла-Нинья.	125

- 6.7 ГК 4 АММ давления и ветра, проинтегрированного по всем широтам и долготам в сравнении со сглаженным инвертированным индексом южного колебания SOI. 126
- 6.8 Долготный график Ховмеллера для ГК 4 ветра, связанной с ЭНЮК. С-образные светлые и темные участки иллюстрируют полярное распространение углового момента ветров в этой моде. Максимумы отфильтрованного и инвертированного индекса SOI, соответствующего стадиям Эль-Ниньо, помечены вертикальными линиями. 128
- 6.9 Вверху: карты трендов ГК 3 с 1900 по 2010 гг. выделенные из данных ECMWF для компонент массы (слева) и движения (справа). Внизу: соответствующие графики для эффективного ЕААМ по данным ECMWF, в сравнении с графиками по данным NCEP/NCAR. 129
- 6.10 Выделенная из данных ECMWF АММ давления и ветра ГК 4, проинтегрированная по всем широтам и долготам, в сравнении со сглаженным инвертированным индексом южного колебания SOI. 130
- 7.1 Амплитудный спектр комплексного ряда экваториальных компонент момента импульса ветров по данным NCEP/NCAR в земной системе TRF вверху и в небесной системе CRF внизу (слева), область обратной суточной полосы частот (в центре), область суточных лунных волн (справа). 134
- 7.2 Периодограмма ААМ в небесной системе отсчета, вычисленная по данным NCEP/NCAR за 1949-2012 годы. 135
- 7.3 Две верхних панели: вклад изменчивости в южном и северном полушариях в ветровую компоненту ААМ χ'_Y (вверху) и χ'_X (ниже) в диапазоне периодов 2–30 суток. Два нижних рисунка: компоненты X (внизу) и Y (выше) небесного ААМ ветра χ_w и NIB компонента давления χ_p умноженная на коэффициент линейной регрессии = 2.1 (вычислен по данным с 1949 по 2014 после удаления периодов более месяца). Временные ряды представлены за 130 суток, начиная с MJD 50000 (10/10/1995). . . 137
- 7.4 Слева: исходный и сглаженные спектры небесного экваториального момента импульса ветров вблизи периода 13.6 суток. Справа: спектры, полученные на основе Фурье-преобразования автоковариационной функции и методом Блэкмана-Тьюки. 139
- 7.5 Слева: спектрально-временной анализ небесного экваториального момента импульса ветров с 2005 по 2010 гг. в лунной приливной полосе периодов от 2 до 20 суток. Справа: спектры в 10-градусных широтных поясах по данным с 1948 г. 141
- 8.1 Глобальная средняя температура на Земле (HadCRUT) (слева) и глобальный средний уровень моря (GMSL) (справа) в реконструкциях А [291] и В [342]. 145
- 8.2 Изменения уровня моря по сводным данным альтиметрии в мм с 1993 по 2018 гг. (MCCA, $L=60$ лет, ГК 2). 147

8.3	60-летние ГК 1, 20-летние ГК 2 и 10-летние ГК 3 колебания глобальной температуры на Земле (красным) и уровня моря (синим), выделенные совместным МССА данных HadCRUT4 и GMSL A (слева) и HadCRUT4 и GMSL B (справа). Внизу для сопоставления показана волна 9.3-летнего лунного прилива (слева) и числа Вольфа солнечной активности (справа).	148
8.4	Изменения индексов Южного колебания El Nino (SOI) вверху слева, Многолетнего атлантического колебания АМО, вверху справа, Северо-Атлантического колебания NAO внизу слева и его проинтегрированной версии внизу справа.	152
8.5	Изменения длительности суток LOD с 2010 по 2018 гг. (красным) в сравнении с геофизическим возбуждением по данным ЕОР РС [497] (синим). Видно влияние Эль-Ниньо 2016 г.	155
8.6	Слева: изменения концентрации изотопа кислорода δO^{18} в скважинах 980 (Атлантический океан 55°29'с.ш., 14°42'з.д.) и 849 (экваториальный Тихий океан 0°11'с.ш., 110°31'з.д.) программы ODP. Кривая показывает циклы оледенений и потеплений за последний миллион лет (ход времени вправо). Справа: периодограмма, на которой видно, что основными периодами являются 95, 41 и 24 тыс лет. Данные Rashid Narunur.	156
8.7	Карта средних значений исходных данных $< \chi_x^{mass} + i\chi_y^{mass} >$ ОАМ ЕССО с 1993 по 2010 год.	160
8.8	Сравнение полученной нами интегрированием по всем широтам и долготам функции ЕОАМ ЕССО с шагом 10 суток (черная линия) и взятой с сайта IERS ЕОАМ ЕССО с 6-часовым шагом (зеленая линия). Среднее вычтено.	161
8.9	Графики проинтегрированных по всему океану главных компонент ОАМ массы с шагом 10 суток.	161
8.10	Изменения ОАМ в 1998 г по сезонам для годовой ГК 1: (1) зима, (2) весна, (3) лето, (4) осень.	163
8.11	Среднеквадратическое отклонение годовой компоненты ГК 1 изменчивости ОАМ массы (придонного давления) в период 1993 по 2010 год.	164
8.12	Среднеквадратическое отклонение суммы первых 10 ГК (полная изменчивость) ОАМ массы (придонного давления) в период с 1993 по 2010 год.	164
8.13	Тренд (ГК 2) ОАМ массы (придонного давления) с 1993 по 2010 год.	165
9.1	Нефильтрованные данные GRACE ЭУВ, разность между 06.2017 и 01.2003. Вертикальные полосы-страйпы искажают сигнал.	173
9.2	Распределение сингулярных чисел, определяющих энергию компонент МССА.	176
9.3	Бассейны 15 крупнейших рек России и сумма СЧ 1-10 по ним для 06.2013	176
9.4	Усредненные по бассейнам 15 крупнейших рек России изменения масс, сумма СЧ 1-10, тренд ГК 2 (вверху) и годовая компонента ГК 1 (внизу). Прогноз суммы СЧ 1-10 нейронной сетью показан справа.	176
9.5	Ежемесячные (январь-июнь 2013) аномалии массонакопления для годовой компоненты (ГК 1) по сравнению со средними за предыдущие 10 лет (2003-2012) для соответствующих месяцев.	178

9.6	Средние изменения масс для бассейнов отдельных рек России. Суммы СЧ 1-10 показаны сплошной линией, тренды (ГК 2) – пунктирной.	180
9.7	Сравнение показаний абсолютного гравиметра ГАБЛ-М в обсерватории на Красной Пресне с данными GRACE для широты и долготы Москвы. Пунктиром дан тренд GIA [400].	181
9.8	Изменения гравитационного поля (эквивалентного уровня моря) в районе Черного (слева) и Каспийского (справа) морей по данным GRACE.	181
9.9	Разность между 2017 и 2003 годами для компоненты тренда (ГК 2) по Евразии.	183
9.10	Разность между 2017 и 2003 годами для компоненты тренда (ГК 2) по всей Земле.	183
9.11	Медленные изменения массы океана по данным GRACE (тренд ГК-1) с 2003 по 2014 гг.	186
10.1	SLR X , Y , Z -координаты геоцентра с 1992 по 2017 гг. и их линейные тренды (слева). Спектр координат геоцентра (справа).	194
10.2	Главные компоненты, выделенные МССА для X (вверху), Y (в центре) и Z (внизу) координат геоцентра.	195
10.3	Карта смещений геоцентра в экваториальной плоскости x - y (слева) и в сферической системе координат (справа) на интервале 1992-2017 гг. Широта и долгота определяют направления смещений, радиус кругов определяется модулем $ r $	197
10.4	Исходный ряд коэффициента J_2 , полученный по данным SLR с 1976 по 2017 гг. в сравнении со значениями на основе данных GRACE с 2003 г.	198
10.5	Сопоставление исходного ряда δJ_2 и его аппроксимации первыми десятию СЧ слева. Показан также тренд ГК 2. Графики годовой компоненты ГК 1, декадной ГК 3, квази-20 летней ГК 4 и полугодовой ГК 5 показаны справа.	199
10.6	Сравнение трендов в движении полюса с возбуждениями, реконструированными по C_{21} и S_{21} со спутников GRACE и SLR. Среднее вычтено. Пунктиром показаны тренды GIA по модели ICE6G_C [401]. [9].	203
10.7	Пересчитанные во влияние на длительность суток LOD ряды коэффициента J_2 по данным SLR с 1976 по 2017 гг. и по данным GRACE с 2003 г. Параболический тренд сменился с убывающего на возрастающий в ~ 2005 г. Пунктиром показан тренд GIA по модели ICE6G_C [401].	206
10.8	Сравнение вызванных J_2 изменений LOD, аномалий температуры и магнитного дипольного момента с долговременной реконструкцией LOD с 1832 по 2017 г. Тренд LOD (0.013 мс/год) показан красным пунктиром.	208
10.9	Слева – долгопериодические вариации в скорости вращения Земли (отфильтрованная и инвертированная LOD), проинтегрированный индекс NAO и 60-летняя компонента (ГК 1) изменений температуры на Земле. Справа – огибающая чандлеровского колебания и ГК 1 изменений уровня моря (GMSL A).	211
10.10	6-летние колебания LOD выделенные из бюллетеней C02 и C04 и сопоставленные с 6.4-биениями в движении полюса.	213
11.1	Вверху: сравнение прогнозов x и y координат полюса начиная с 16.06.2016 (57555 MJD). Внизу: – для UT1-UTC, LOD.	224

11.2	Расхождения прогнозов x -координаты полюса, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).	225
11.3	Расхождения прогнозов y -координаты полюса, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).	225
11.4	Расхождения прогнозов UT1-UTC, выполненных методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).	226
11.5	Расхождения прогнозов LOD, выполненных методами AR, LSC, NNET на интервале 21.01.2016 – 06.12.2016 (MJD 57388-57728).	226
11.6	Цветовые карты отклонений прогнозов LOD, полученных методами AR, LSC, NNET, от наблюдений на интервале 21.01.2012 – 23.05.2017 (MJD 55947-57896).	227
11.7	Цветовые карты отклонений прогнозов x , y , UT1-UTC, полученных методами AR, LSC, NNET, SHAO, COMB, от наблюдений на интервале 21.01.2012 – 24.05.2017 (55947-57896 MJD).	228
11.8	Средняя ошибка ME слева и среднеквадратическая ошибка RMSE справа для координат полюса x , y по прогнозам методами AR, LSC, NNET, COMB, SHAO на интервале 21.01.2012–24.05.2017 (MJD 57388-57896)	229
11.9	То же что и на рис. 11.8, но для UT1-UTC и LOD.	229
12.1	Фильтр Пантелеева (12.76) во временной и частотной областях для двух разных значений f_0	279

Список таблиц

2.1	Численные значения использованных величин.	53
3.1	Зависимость погрешности σ восстановления ЧДП для разных амплитуд шумов a_n в рамках описанной выше модели.	71
4.1	Составляющие модели огибающей чандлеровского колебания (cos) на интервале 1846-2017 г.	84
5.1	Коэффициенты корреляции между геодезическим и геофизическим возбуждениями для симметрической, асимметрической частей и их суммы.	109
5.2	Коэффициенты корреляции между суммарным прямым и обратным геодезическим и геофизическим возбуждениями для x и y (ААМ, ОАМ, сумма).	109
6.1	Стандартные отклонения (СКО) выделенных ГК в мс. Умножение СКО на $\sim \sqrt{2}$ даст амплитуду для гармоник.	127
6.2	Некоторые энергетические показатели [129, 478].	131
8.1	Параметры параболических трендов (слева) в уровне моря и реконструкциях GMSL A (в центре) и GMSL B (справа), фигурирующие в формуле $a_0(t - t_0)^2 + a_1(t - t_0) + a_2$, где $t_0 = 1880$ год.	149
8.2	Параметры квази- 60- и 20-летних колебаний в глобальной температуре на Земле HadCRUT4 (слева) и уровне моря в реконструкциях GMSL A (в центре) и GMSL B (справа), оцененные НМНК.	150
8.3	Таблица группировки сингулярных чисел ОАМ массы.	162
9.1	Сводные данные по 15 бассейнам крупнейших рек России, использованных в данном исследовании (STN-30p) [513].	177
10.1	Модель тренда для координат геоцентра, $A(t - t_0) + B$, $t_0 = 1995$ г. с погрешностями σ	196
10.2	Величины (мс/год) трендов возбуждения полюса по моделям GIA.	204
10.3	Скорости дрейфа ДП и тренды в возбуждении (мс дуги в год).	205
11.1	Сравнение точности нашего комбинированного прогноза COMB и прогноза бюллетеня A MCB3 USNO на интервале 2013-2017 гг.	230
11.2	Сравнение точности нашего комбинированного прогноза COMB и прогноза бюллетеня A MCB3 USNO за 2016 г.	230

© Зотов Леонид Валентинович

Исследование связей между вращением Земли и геофизическими процессами. – М: ГАИШ МГУ, 2019. – 327 с.

Работа посвящена рассмотрению геофизических процессов, вызывающих движение полюса и изменение длительности суток. Особенное внимание уделено чандлеровскому движению полюса. Разработана методика его выделения и восстановления геодезического возбуждения. Исследуются атмосферные и океанические возбуждающие функции в чандлеровском диапазоне. С использованием данных по гравитационному полю Земли со спутников GRACE анализируются первые коэффициенты разложения гравитационного потенциала в аспекте влияния соответствующего перераспределения масс на вращение Земли. Дана классическая теория вращения Земли с жидким внешним и твердым внутренним ядром, на её основе уравнения Эйлера-Лиувилля обобщены на случай трехосной Земли с океанами. В работе также проводится статистический анализ прогнозов параметров вращения Земли, обсуждаются взаимосвязи вращения Земли и климатических процессов.

Научные консультанты: Астроном Парижской обсерватории
Кристиан Бизуар,
д.ф.-м.н. Н.С. Сидоренков,

Подписано в печать 21.06.2019
Объем 20.3 п.л. Тираж 7 экз.

Отпечатано в типографии ООО “Фирма Лэкс”