

## ПОДЪЕМНАЯ СИЛА НА МАЛЫЕ ЧАСТИЦЫ В ТЕЧЕНИИ В КАНАЛЕ

Е.С. Асмолов<sup>1,2</sup>, Т.В. Низкая<sup>1</sup>, О.И. Виноградова<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт физической химии и электрохимии РАН, Москва, [aes50@yandex.ru](mailto:aes50@yandex.ru)

<sup>2</sup>Московский государственный университет, Москва

### Введение

В канале с конечным числом Рейнольдса на сферические частицы действует инерционная подъемная сила, вызывающая их движение поперек линий тока. Исследования начались с 1960-х гг наблюдениями миграции нейтрально плавучих частиц в цилиндрическом канале к положению равновесия на расстоянии 0.6 радиуса от центра канала (кольцо Сегрэ-Зильберберга) [1]. Данный эффект был объяснен теоретически влиянием малых нелинейных конвективных членов (инерцией жидкости) на основе асимптотического решения уравнений Навье-Стокса [2, 3]. В последние годы активно развивались также различные методы численного определения подъемной силы, результаты которых хорошо согласуются с экспериментальными данными. Тем не менее, оставался неясным функциональный вид зависимости силы от размера частиц, в том числе, предлагались различные степенные зависимости.

В данной работе изучена подъемная сила, действующая на нейтрально плавучие сферические частицы конечного размера в плоских микроканалах с условиями прилипания или скольжения на стенках. Миграция нейтрально плавучих частиц в канале с конечным числом Рейнольдса  $Re$  моделируется на основе метода решеточного уравнения Больцмана. Показано, что сила обусловлена не только возмущениями, связанными с вращением частиц в сдвиговом потоке, но и их скоростью скольжения, которая вызвана гидродинамическим взаимодействием со стенками. Предложено выражение для силы при конечных  $Re$  и размерах частиц. Использование анизотропных супергидрофобных стенок каналов позволяет управлять равновесным положением частиц и их движением в боковом направлении с целью эффективного разделения по размерам.

### Подъемная сила в канале с гладкими стенками

Если число Рейнольдса частицы  $Re_p$  мало, возмущенное течение обусловлено двумя типами возмущений: обтеканием однородным потоком (стокслет) со скоростью скольжения  $V_s$  (разница скоростей частицы и несущего потока) и вращением в сдвиговом потоке (стресслет), и в главном приближении описывается уравнениями Стокса. В этом приближении на сферическую частицу действует сила сопротивления, совпадающая по направлению с  $V_s$ , но отсутствует подъемная сила. В случае, когда число Рейнольдса канала  $Re$  также мало, подъемная сила находится в виде следующего члена регулярного разложения по  $Re_p$  [2]:

$$F'_l = \rho (4a^2 U_m / H)^2 c_l, \quad c_l = c_{l0} + c_{l1} V_s + c_{l2} V_s^2, \quad (1)$$

где  $\rho$  плотность жидкости,  $a$  радиус частицы,  $U_m$  скорость в центре канала ширины  $H$ , скорость скольжения  $V_s$  безразмерна на  $4aU_m/H$ . В общем случае коэффициенты подъемной силы  $c_{li}$  зависят от относительного размера частиц  $a/H$ , расстояния до стенки  $z/H$  и числа  $Re$ . Выражения для них были получены лишь в некоторых предельных случаях: для течения в канале при  $Re \ll 1$  и  $a/H \ll 1$  (точечные частицы) [2]; для частицы конечного размера в линейном сдвиговом потоке, ограниченном одной стенкой [4]. В нашей недавней работе [5] была предложена формула, обобщающая предшествующие теоретические результаты, и равномерно пригодная во всем канале при  $Re < 20$ :

$$c_l = c_{l0}^{VC} (z/H) + \gamma c_{l1}^{CM} (z/a) V_s + c_{l2}^{CM} (z/a) V_s^2. \quad (2)$$

Здесь коэффициент  $c_{10}^{VC}$  соответствует постановке [2], а коэффициенты  $c_{11}^{CM}, c_{12}^{CM}$  - [4], величина  $\gamma = 1 - 2z/H$  учитывает изменение локального сдвига в точке нахождения частицы. Скорость скольжения  $V_s$  может возникать из-за действия внешней силы (не нейтрально плавучая частица). Для нейтрально плавучей частицы обычно считается, что  $V_s = 0$ , и подъемная сила обусловлена только стресслетом.

Миграция нейтрально плавучих частиц моделировалась на основе метода решеточного уравнения Больцмана (РУБ), что позволило численно определить скорости скольжения и величину  $c_l$  для различных  $a/H, z/H$  и  $Re = 11.3, 22.6$ . Показано, что  $V_s$  конечна для свободно движущейся и вращающейся частицы на расстоянии от стенки, сравнимом с радиусом. При малом зазоре между стенкой  $z/a - 1 \ll 1$ , она описывается известной формулой [6] для линейного сдвигового потока, ограниченного одной стенкой,

$$V_s = -1 + \frac{0.7431}{0.6376 - 0.2001 \log(z/a - 1)}.$$

В контакте со стенкой при  $z/a = 1$  скорость достигает минимального значения  $V_s = -1$ , т.е. частица покоится. В результате в пристеночной области коэффициент  $c_l$  сильно отличается от зависимости [2], полученной для точечных частиц, которая не учитывает влияния  $V_s$  на подъемную силу.

Результаты расчетов  $c_l$  показаны на Рис. 1а. Можно видеть, что коэффициент не зависит от числа Рейнольдса при небольших  $Re < 20$ , и формула (2) хорошо описывает численные результаты, в особенности в пристеночной области, где коэффициент  $c_l$  быстро растет из-за изменения  $V_s$ . Кроме того, уравнение (2) удовлетворительно предсказывает смещение положения равновесия  $z_{eq}$  к центру канала с увеличением размера частиц (Рис. 1б).

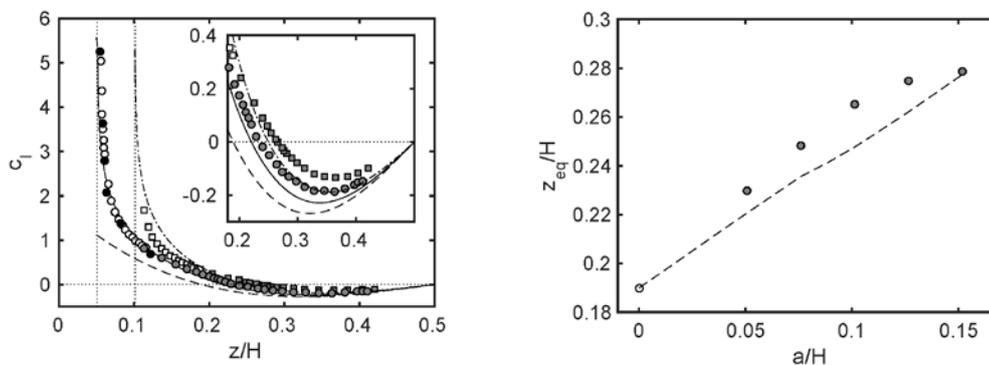


Рис. 1. (а) коэффициент поперечной силы для частиц с  $a/H = 0.05$  (кружки) и  $0.1$  (квадраты),  $Re = 11.3$  (серый) и  $Re = 22.6$  (белый); сплошная и штрих-пунктирная линии – уравнение (2) для  $a/H = 0.05$  и  $0.1$ , штриховая – точечные частицы. (б) положения равновесия в зависимости от размера частиц; кружки – расчеты, линия – уравнение (2).

### Подъемная сила в канале с супергидрофобными стенками

Анизотропные супергидрофобные (СГ) поверхности снижают сопротивление трения в микроканалах и генерируют вторичные течения в направлении, перпендикулярном основному течению. В рамках РУБ нижняя СГ поверхность моделировалась в виде периодических полос с чередующимися условиями прилипания/полного скольжения, направленных под углом  $45^\circ$  к градиенту давления (рис. 2а). Доля скользящей поверхности  $\phi$  варьировалась от  $0.5$  до  $0.875$ . На верхней стенке канала выполнялись условия прилипания. Усредненное по периоду невозмущенное частицей течение характеризуется эффективными длинами скольжения

в продольном и боковом направлениях, расчетные значения которых совпадают с теоретическими результатами. Усредненный профиль в направлении градиента давления является параболическим со скоростью скольжения на СГ стенке, растущей с  $\phi$ . В боковом направлении генерируется вторичное течение с линейным профилем скорости.

Скорости миграции и положения равновесия частиц (рис. 2б, в) существенно изменяются в СГ канале даже при небольшой эффективной длине скольжения и становятся несимметричными относительно оси канала. Частицы большего размера всегда фокусируются ближе к центру канала. Нижние положения равновесия (рис. 2б) смещаются к скользящей стенке с увеличением  $\phi$ , однако зависимость верхних положений от  $\phi$  немонотонна –  $z_{eq}$  ближе всего к верхней стенке при  $\phi = 0.5$  (синие символы на рис. 2в). Вторичное течение приводит к боковому смещению частиц, так что направление их движения зависит от размера (рис. 2а). Данный эффект может быть использован для разделения частиц в боковом направлении.

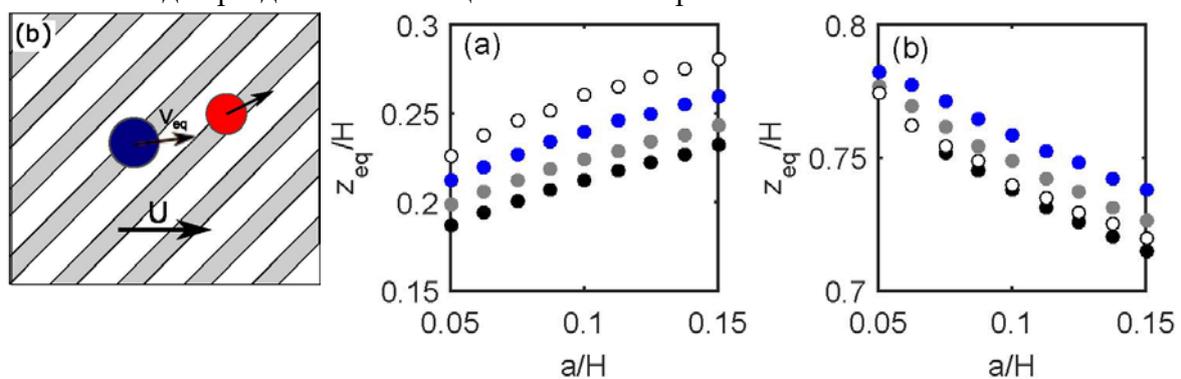


Рис. 2. (а) схема движения частиц в канале с СГ стенками (вид сверху); (б) нижнее и (в) верхнее положения равновесия для  $\phi = 0, 0.5, 0.75, 0.875$  (белый, синий, серый, черный).

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-01-00729.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. G. Segre, A. Silberberg. Behaviour of macroscopic rigid spheres in Poiseuille flow. Part 2. Experimental results and interpretation. // Journal of fluid mechanics. 1962. Т. 14. №. 1. С. 115-157.
2. P. Vasseur, R. G. Cox. The lateral migration of a spherical particle in two-dimensional shear flows. // Journal of Fluid Mechanics. 1976. Т. 78. №. 2. С. 385-413.
3. E. S. Asmolov. The inertial lift on a spherical particle in a plane Poiseuille flow at large channel Reynolds number. // Journal of Fluid Mechanics. 1999. Т. 381. С. 63-87.
4. P. Cherukat, J. B. McLaughlin. The inertial lift on a rigid sphere in a linear shear flow field near a flat wall. // Journal of Fluid Mechanics. 1994. Т. 263. С. 1-18.
5. E. S. Asmolov et al. Inertial focusing of finite-size particles in microchannels // Journal of Fluid Mechanics. 2018. Т. 840. С. 613-630.
6. A. J. Goldman, R. G. Cox, H. Brenner. Slow viscous motion of a sphere parallel to a plane wall - II Couette flow. // Chemical engineering science. 1967. Т. 22. №. 4. С. 653-660.