

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Орлова Андрея Олеговича
на тему: «Переходные слои в задачах реакция-диффузия с разрывным
реактивным членом»
по специальности 01.01.03 – «математическая физика»

Математическое моделирование, широко используемое при решении прикладных проблем науки и техники, нередко приводит к необходимости анализировать уравнения математической физики, которые содержат малые параметры при старших производных. Асимптотические методы являются одним из наиболее мощных средств современной прикладной математики для решения таких задач, которые носят название сингулярно возмущенных. Уравнения реакция диффузия с малым параметром позволяют моделировать явления на границе раздела двух сред, обладающих различными физическими характеристиками. Их решения содержат области с большими градиентами – внутренние переходные слои – и с успехом находят применение, например, при описании изменения скорости воздушных потоков или газовых концентраций на границах различных типов растительности, при описании профиля температуры на границе вода-воздух.

Отмечу, что краевые задачи, анализируемые Орловым А. О., относятся к числу жестких. Попытка их решения с использованием неспециализированного численного алгоритма приводит к огромному перерасходу ресурсов ЭВМ, а зачастую просто невозможна – наличие малого параметра нередко является причиной накопления значительных ошибок при большом числе итераций. Априорная информация о местоположении, структуре и ширине переходного слоя, полученная в результате асимптотического анализа, может эффективно применяться при генерации

сетки для численного решения исходной задачи. Учет данной информации позволяет значительным образом сэкономить вычислительные ресурсы, сократить время численного счета, повысить стабильность работы численных алгоритмов.

Исходя из вышеизложенного можно сделать вывод, что тема диссертации, посвященной рассмотрению краевых сингулярно возмущенных задач для уравнения реакция-диффузия с разрывным реактивным членом, является, несомненно, **актуальной**, а результаты исследования имеют **важное теоретическое и практическое значение**.

Диссертация Орлова А. О. является самостоятельным научным исследованием, характеризующимся своей **новизной** и целостностью. Научная новизна заключается в следующем:

- 1) автор обобщает метод пограничных функций Васильевой А. Б. и применяет его к новому классу задач для уравнения реакция-диффузия. В результате предлагается алгоритм построения формальной асимптотики вида контрастной структуры.
- 2) Для каждой из рассмотренных в диссертации краевых задач автор выявляет условия, которые обеспечивают существование и асимптотическую устойчивость решения с внутренним переходным слоем. Доказательства теорем основываются на асимптотическом методе дифференциальных неравенств Нефедова Н. Н., который успешно развивается на задачи с разрывными нелинейностями.

Основные результаты диссертационной работы сформулированы в виде математически строго доказанных теорем. Положения, выносимые на защиту, прошли апробацию на различных российских и международных конференциях и представлены в 6 статьях, опубликованных в рецензируемых

изданиях, входящих в WoS, Scopus. Это позволяет сделать вывод об **обоснованности и достоверности** результатов исследования Орлова А.О.

Диссертационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения и списка использованной литературы. Во введении описан круг вопросов, затрагиваемых в диссертации, охарактеризованы актуальность, практическая значимость и новизна работы, а также изложены основные положения. В первой главе приведен литературный обзор работ по сингулярно возмущенным уравнениям, а также описаны методы, использованные в диссертации для доказательства теорем и построения асимптотических приближений. Во второй и третьей главах получены результаты по существованию и устойчивости решения типа контрастной структуры в задаче для эллиптического уравнения реакция-диффузия с разрывным источником. В четвертой и пятой главах проанализированы периодические параболические задачи в случае разрыва правой части на гладкой замкнутой кривой, а также в случае разрыва при некотором значении искомой функции. Сформулированы теоремы существования и асимптотической устойчивости для каждой из рассматриваемых задач.

К недостаткам рецензируемой диссертации можно отнести то, что

- 1) в главах 3, 4, 5 приведены численные решения модельных задач, однако не указана точность их получения, а также используемые методы численного решения;
- 2) примеры в конце каждой главы иллюстрируют алгоритмы построения асимптотических приближений и доказательства формулируемых теорем, однако не демонстрируют преимущество, которое получает автор при их численном решении, принимая во внимание полученную информацию о структуре и положении переходного слоя;

3) поскольку одним из важных приложений результатов работы является их использование при разработке эффективных численных методов, отмечу, что следовало бы указать на более тесную связь работ этого направления с исследованиями авторов, использующих неравномерные сетки – Н.С. Бахвалова, Г.И. Шишкина и др.

Вместе с тем, указанные замечания, часть из которых можно рассматривать как пожелания, не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В.Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.03 – «математическая физика» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, а также оформлена, согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова.

Таким образом, соискатель Орлов Андрей Олегович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.03 – «математическая физика».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
профессор, заведующий кафедрой
вычислительной математики
механико-математического факультета
ФГБОУ ВО «Московский государственный
университет имени М.В.Ломоносова»

Кобельков Георгий Михайлович

Коб - 04.12.2020

Контактные данные:

тел.: 8(495)939-45-87., e-mail: kobelkov@dodo.inm.ras.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом
зашита диссертация:

01.01.07 - Вычислительная математика

Адрес места работы:

19991, Российская Федерация, Москва, Ленинские горы,
д. 1, Московский государственный университет имени
М.В.Ломоносова, механико-математический факультет,
кафедра вычислительной математики

Тел.: 8(495)939-45-87.; e-mail: kobelkov@dodo.inm.ras.ru

Подпись заведующего кафедрой вычислительной математики механико-математического
факультета ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени
М.В.Ломоносова» Г.М. Кобелькова удостоверяю:

Вер. спец-
от Кобелькова Г.М.

