

Федеральное государственное бюджетное  
учреждение науки  
Санкт-Петербургское отделение  
Математического института  
им. В. А. Стеклова  
Российской академии наук  
Российская Федерация, 191023,  
г. Санкт-Петербург, наб. реки Фонтанки, д. 27  
тел.: 312-40-58, факс: 310-53-77  
от 16.07.2016 г. № 02-2141  
на № от

«Утверждаю»



директор ПОМИ РАН

академик РАН

С.В. Кисляков

2017г.

### Отзыв ведущей организации

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Санкт-Петербургское отделение Математического института  
им. В.А.Стеклова Российской академии наук

на диссертационную работу Оганесяна Вардана Спартаковича  
“Геометрия коммутирующих дифференциальных операторов ранга 2”,  
представленную на соискание учёной степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.04 – геометрия и  
топология.

Теория коммутирующих дифференциальных операторов начала свое развитие с работ Валленберга, Шура и Бурхнала, Чаянди. Классификация коммутирующих дифференциальных операторов была получена И.М. Кричевером. Теории коммутирующих дифференциальных операторов посвящено множество работ. В частности, этой теорией занимались П.Г. Гриневич, О.И. Мохов, С.П. Новиков, А. Грюнбаум, Д. Мамфорд, Э. Превиато и многие другие. В случае ранга один коэффициенты коммутирующих операторов явно выражаются через тэта-функцию Римана. Случай ранга больше один значительно сложней и явные общие формулы найдены лишь в некоторых случаях. Общий вид операторов ранга два и рода один был получен И.М. Кричевером и С.П. Новиковым. Общий вид операторов ранга три и рода один был найден О.И. Моховым. Первые явные примеры коммутирующих дифференциальных операторов ранга два и произвольного рода были найдены А.Е. Мироновым. Также им были разработаны новые мощные методы для построения коммутирующих операторов.

Диссертация Оганесяна Вардана Спартаковича посвящена коммутирующим дифференциальным операторам ранга два. В диссертации найдены новые коммутирующие дифференциальные операторы ранга два произвольного рода с полиномиальными коэффициентами. Высказана гипотеза о том какими могут быть операторы ранга два рода больше два с полиномиальными коэффициентами. Также доказаны теоремы частично подтверждающие данную гипотезу.

В некоторых случаях явно вычислены общие собственные функции коммутирующих операторов ранга два с гладкой спектральной кривой в терминах функции Бесселя и функций Гойна. Найти явно общие собственные функции коммутирующих дифференциальных операторов ранга два очень трудно. Другие примеры операторов с полиномиальными коэффициентами с гладкой спектральной кривой, где удается явно вычислить общие собственные функции, неизвестны.

В диссертационной работе также найдены примеры операторов  $L$ , имеющих вид суммы четвёртой производной и скалярной функции – потенциала. Такой оператор коммутирует с оператором  $M$  порядка  $4g+2$ , и они образуют пару ранга два. Приведены необходимые, а в некоторых случаях и достаточные условия на потенциал, при выполнении которых такой  $L$  коммутирует с оператором  $M$  порядка  $4g+2$ .

Отметим, что тематика диссертации является вполне актуальной.

Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы и списка публикаций автора.

В введении автор, обосновывая актуальность рассматриваемой проблемы, даёт описание истории вопроса и приводит важнейшие результаты по тематике исследования, полученные ранее. Также излагаются основные результаты и базовые определения.

В первой главе даются необходимые сведения из теории коммутирующих дифференциальных операторов. Вводятся понятия спектральной кривой, ранга коммутирующей пары и функции Бейкера-Ахиезера. Кратко изложена теория Кричевера о коммутирующих операторах. Приведены точные формулировки результатов полученных как автором так и другими математиками.

Во второй главе приведены доказательства основных результатов, в частности, об операторах с полиномиальными коэффициентами, а также об операторах, определенных на эллиптических кривых.

Оценивая работу в целом, отметим, что результаты, изложенные в диссертации, представляют важный вклад в изучении коммутирующих дифференциальных операторов. Все утверждения снабжены исчерпывающими доказательствами. Наличие примеров, иллюстрирующих используемые понятия, делают текст диссертации удобным для изучения. Результаты диссертации несомненно заинтересуют специалистов по дифференциальной геометрии, а также по интегрируемым системам и математической физике.

Все основные результаты диссертации являются новыми, изложены с полными доказательствами и своевременно опубликованы в 5 статьях (все из них в журналах из списка ВАК). Автореферат правильно отражает содержание диссертации. Совокупность полученных в диссертации результатов можно квалифицировать как решение задач, имеющих существенное значение для дифференциальной геометрии и её приложений.

На основе изложенного считаем, что рассматриваемая диссертационная работа "Геометрия коммутирующих дифференциальных операторов ранга два" удовлетворяет требованиям ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.04 – геометрия и топология, а её автор, Оганесян Вардан Спартакович, заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физика-математических наук по специальности 01.01.04 - геометрия и топология.

Отзыв подготовил доктор физико-математических наук Михаил Васильевич Бабич, 191023, г. Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки 27, Тел. +7(812)-570-59-80, +7(812)-312-40-58

Электронная почта: mbabich@pdmi.ras.ru

ФГБУН Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук, ведущий научный сотрудник лаборатории математических проблем физики

М.В. Бабич 12 января 2017 г.

Отзыв заслушан, обсужден и одобрен на заседании лаборатории математических проблем физики ФГБУН Санкт-Петербургского отделения Математического института им. В.А. Стеклова РАН, 12 января 2017 г., протокол № 2



Результаты голосования по утверждению отзыва: “за” — 13, “против” — нет, воздержавшихся нет.

И.О. заведующего лабораторией математических проблем физики доктор физико-математических наук по специальности 01.01.03, Михаил Арсеньевич Семёнов-Тян-Шанский, 191023, г. Санкт-Петербург, наб. р. Фонтанки 27, Тел. +7(812)-312-40-58

Электронная почта: semenov@pdmi.ras.ru

ФГБУН Санкт-Петербургское отделение Математического института им. В.А. Стеклова Российской академии наук

М.А. Семёнов-Тян-Шанский 12 января 2017 г.

