

ОТЗЫВ официального оппонента
на диссертацию на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
Третьяковой Руфины Максимовны
на тему «Моделирование фильтрации вязкой жидкости
методом граничных интегральных уравнений»
по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»

Исследование процессов, происходящих в лимфатической системе человека, являются критически важными, как с точки зрения фундаментальной медицины, так и с практической точки зрения. Разумеется, исследований в этой области много, однако до построения достаточно полной картины, как это имеет место, например, для кровеносной системы и кровоснабжения органов, еще далеко. Это касается и исследований ключевого элемента лимфатической системы – лимфатических узлов.

Связано это, прежде всего, с исключительной сложностью объекта, разномасштабностью и разнородностью протекающих процессов и труднопреодолимыми сложностями инструментального исследования *in vivo*. В этих обстоятельствах математическое моделирование является необходимым и важным инструментом исследования.

В представленной работе основной упор сделан на моделирование фильтрационного течения лимфы в лимфатическом узле.

Традиционно фильтрационные течения ассоциируются с задачами подземной гидромеханики, нефтедобычи, химических технологий. Численное моделирование в этих задачах широко используется и обычно основано на решении уравнений движения жидкости в пористой среде, подчиняющихся законам сохранения массы и различным модификациям закона Дарси.

Однако течение лимфы в лимфоузле имеет ряд характерных особенностей, существенно отличающих его от других течений, что не позволяет непосредственно применить уже существующие методы. Пространственные масштабы и скорости движения жидкости здесь таковы, что необходимо очень тщательно учитывать вязкие эффекты, которые оказывают значительное влияние на общую картину процессов. Лимфатический узел содержит внутри себя разномасштабные пространственные подобласти, содержащие многочисленные капилляры,

через которые осуществляется отток лимфы из лимфоузла. В данной работе, на базе модели сплошной среды, учет этих процессов осуществлен за счет рассмотрения фильтрационного течения жидкости с непрерывно распределенными в объеме стоками. С математической точки зрения эти особенности течения учитываются применением математической модели пористой среды, подчиняющейся законам Дарси-Бринкмана (учет вязкости) и закону Старлинга (учет оттока жидкости из пространственной области путем записи линейного соотношения между дивергенцией скорости и давлением).

Новизна данной работы состоит в том, что для решения многомерной задачи фильтрации жидкости применен метод граничных интегральных уравнений. Получено интегральное представление для решения через интегралы по границе многомерной области. Для трехмерного фильтрационного течения в кусочно-однородной области, подчиняющегося законам Дарси-Бринкмана и Старлинга, в работе предложено интегральное представление, являющееся решением уравнений фильтрации вне границ раздела областей. На основе этого интегрального представления для постановки краевой задачи, ориентированной на моделирование процесса фильтрации лимфы в лимфоузле, записана система граничных интегральных уравнений, являющаяся оригинальной.

Автором построена численная схема решения этой системы и проведено ее тестирование.

Достоверность результатов диссертационной работы базируется на применении строгих математических методов и валидацией результатов на доступных экспериментальных данных. Вывод интегрального представления для полей скорости фильтрации жидкости и давления основан на аккуратном применении теории потенциала, а вывод системы граничных интегральных уравнений осуществлен на основе строгих теорем о краевых значениях поверхностных потенциалов. Численная схема решения граничных интегральных уравнений получена аккуратным применением методов кусочно-постоянных аппроксимаций и коллокаций. Достоверность разработанного численного метода подтверждается анализом численного решения ряда модельных задач, в которых проверялась точность выполнения граничных условий и законов сохранения, а также сравнением результатов моделирования течения в лимфоузле с известными результатами физического эксперимента.

Результаты, полученные в диссертационной работе, разработанные в ней методы имеют как теоретическое, так практическое значение. По существу, предложена фундаментальная базовая модель лимфотока в объемном лимфатическом узле. Эта модель имеет самостоятельную ценность и, кроме того, пригодна для дальнейшего развития и необходимых уточнений. Важно, что предложенная модель может быть использована как составная часть в более общей модели функционирования лимфосистемы

живого организма. Существенным является и то, что предложенный в работе подход может быть использован моделирования движения и других жидкостей в различных органах живых организмов.

Работа выполнена на высоком научном уровне. Отличительной и привлекательной ее особенностью является строгое математическое обоснование рассматриваемых постановок.

Отдельно нужно отметить валидацию результатов моделирования. Как уже отмечалось, достоверные экспериментальные данные о течении лимфы достаточно скудны и разнородны, однако автору удалось построить и представить достаточно убедительную и содержательную схему сравнения вычислительных и физиологических данных. Это сравнение содержится в главе 3 и представляет собой высококвалифицированное междисциплинарное исследование.

Все основные результаты работы представлены в 5 статьях, опубликованных в рецензируемых научных журналах, индексируемых в базах Scopus, WoS, RSCI. Результаты работы докладывались на ряде научных конференций и научных семинаров.

Автореферат правильно и полно отражает содержание работы.

Работа состоит из введения, 3 глав, заключения и списка литературы, содержит 98 страниц.

Во введении дается анализ актуальности рассматриваемой задачи и существующих подходов к ее решению, дается характеристика основных положений диссертации, формулируются результаты, выносимые на защиту.

В первой главе дается математическая постановка краевой задачи для полей скорости и давления фильтрующейся жидкости, осуществляется вывод интегрального представления для полей скорости и фильтрации через поверхностные потенциалы и осуществляется вывод системы граничных интегральных уравнений. При этом рассматривается полная постановка задачи фильтрации в лимфы в лимфоузле, учитывающая наличие включений и типичные граничные условия, а также некоторые частные упрощенные постановки модельных задач, необходимые в дальнейшем для тестирования и настройки численного метода.

Во второй главе осуществляется аппроксимация интегральных операторов, входящих в построенную систему интегральных уравнений. На основе этих аппроксимаций строится система линейных алгебраических уравнений, аппроксимирующая полную систему интегральных уравнений.

В третьей главе осуществлено тестирование построенной вычислительной модели. Рассмотрены отдельно задачи фильтрации вязкой жидкости в однородной области без включений с различными типами граничных условий, задача сопряжения течений на границе раздела двух областей и некоторые другие модельные задачи. В этих задачах проверялись

точность выполнения граничных условий путем аппроксимации краевых значений полей скорости и давления из областей вне границ на основе полученных численно значений этих полей, точность выполнения сохранения массы. Также проверялась идентичность получаемых решений в ситуации, когда имеется несколько входных-выходных отверстий, на части из которых задаются давление или поток жидкости, а на остальных эти же характеристики рассчитываются. Также в этой главе в математической модели воспроизведен известный физический эксперимент, проведенный на препарированных лимфоузлах животных, в котором измерялись связи между потоками и давлениями на двух отверстиях - входном и выходном. Результаты моделирования показали удовлетворительное согласование результатов моделирования с экспериментальными данными.

В заключении дается краткий обзор основных результатов, полученных в диссертации.

Список цитируемой литературы содержит 52 наименования.

К тексту диссертации есть ряд замечаний.

1. Диссертация оформлена весьма аккуратно, но в тексте содержатся досадные опечатки: стр.18, 9 строка снизу – по-видимому, после слова «граничным» пропущено слово «условие»; в названии главы 2 в слове «уравнений» допущена ошибка, и др.
2. Дальнейшее развитие модели потребует, по-видимому, задания включений, отличных по форме от простых геометрических объектов, что, в свою очередь, влечет необходимость применения неструктурированных сеток. Имело бы смысл понять, как предлагаемые методики переносятся с прямоугольных сеток на произвольные. Данное замечание является, скорее, пожеланием.
3. Следовало бы более подробно остановиться на описании программного комплекса, не ограничиваясь примерами его применения к рассмотренным задачам.

Указанные замечания не умаляют значимости диссертационного исследования. Диссертация отвечает требованиям, установленным Московским государственным университетом имени М.В. Ломоносова к работам подобного рода. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» (по физико-математическим наукам), а также критериям, определенным пп. 2.1-2.5 Положения о присуждении ученых степеней в Московском государственном университете имени М.В. Ломоносова, а также оформлена согласно приложениям № 5, 6 Положения о диссертационном совете Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова.

Считаю, что соискатель Руфина Максимовна Третьякова заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,
профессор кафедры вычислительных методов
факультета Вычислительной математики и кибернетики
ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени
М.В. Ломоносова».

Мухин Сергей Иванович

09.03.2022

Контактные данные:

тел.: +7(495)939-2195, e-mail: vmmus@cs.msu.ru

Специальность, по которой официальным оппонентом защищена
диссертация:

05.13.18 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Адрес места работы:

119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 52,
ФГБОУ ВО Московский государственный университет
имени М.В. Ломоносова,
факультет Вычислительной математики и кибернетики
тел.: +7 (495) 939-30-10; e-mail: cmc@cs.msu.ru

Подпись сотрудника МГУ имени М.В. Ломоносова
С.И.Мухина удостоверяю:



Подпись удостоверяю
Ведущий специалист по кадрам

 Т.Г. Коваленко