

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Бычкова Алексея Игоревича
«Сингулярно возмущенные параболические задачи с кратными корнями
вырожденного уравнения»,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.02 –
дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление.

Диссертационная работа А. И. Бычкова посвящена исследованию сингулярно возмущенных параболических уравнений в случае, когда вырожденное уравнение имеет кратный корень.

Актуальность выбранной темы не вызывает сомнений. Сингулярно возмущенные задачи представляют большой интерес и как самостоятельный класс задач, и как задачи, часто возникающие при моделировании в прикладных областях. Получение численных расчетов решений подобных задач, как правило, затруднено и требует применения специальных методов счета. Использование асимптотических методов, в частности, погранслойных, позволяет получать решение в виде асимптотических рядов, члены которых либо выписываются в явном виде, либо являются решениями более простых задач, чем исходная.

В качестве предмета исследования автор взял начально-краевые задачи для сингулярно-возмущенных параболических уравнений, содержащих малые параметры при всех старших производных, так что вырожденное уравнение, которое получается при нулевом значении параметра, является алгебраическим. Такие задачи изучались и ранее, однако специфика исследуемых в диссертации А. И. Бычкова задач состоит в том, что вырожденное алгебраическое уравнение имеет кратный корень. В этом случае построить асимптотические разложения решений классическими погранслойными алгоритмами А. Б. Васильевой и В. Ф. Бутузова не удается.

Для построения асимптотических разложений решений автор модифицирует указанные выше погранслойные алгоритмы так, чтобы более точно описать поведение погранслойных членов разложения. Для этого автор в уравнениях, которыми определяются соответствующие члены

асимптотики, оставляет дополнительные малые слагаемые. Это несколько усложняет построение, но одновременно дает возможность строить асимптотические разложения до любого порядка. Модификация классического погранслоного метода, оценки скорости убывания пограничных функций, обоснование возможности построения разложений до любого порядка и равномерные оценки остаточных членов составляют основной результат диссертации.

Диссертация состоит из Введения, 5 глав, Заключения, в списке литературы 49 источников, всего 100 стр.

В первой главе содержится обзор литературных источников по теме диссертации.

Во второй главе автор исследует построение асимптотического разложения сингулярно возмущенной начально-краевой задачи для параболического уравнения с одной пространственной переменной и двукратным корнем вырожденного уравнения. На данные задачи наложен ряд определенных условий. Асимптотическое разложение решения построено в виде суммы регулярного ряда, и нескольких погранслоных рядов. Построение погранслоной функции, зависящей от растянутого времени, наталкивается на трудности, для преодоления которых автор изменяет классический алгоритм построения. Члены модифицированного погранслоного ряда зависят не только от растянутой независимой переменной, но и от малого параметра. Получены оценки скорости убывания по независимой переменной. Эта зависимость двоякая: в первой зоне убывание степенное, затем, после переходной зоны, убывание экспоненциальное, но по переменной с другим масштабом растяжения по сравнению с первоначальным. Такая же проблема возникает и решается аналогичным способом для так называемых угловых пограничных функций. Построено полное асимптотическое разложение решения, доказана равномерная оценка остаточного члена методом дифференциальных неравенств.

В третьей главе автор строит асимптотическое разложение решения начально-краевой задачи для сингулярно возмущенного параболического уравнения с двумя пространственными переменными в цилиндрической области, в случае двукратного корня вырожденного уравнения. Асимптотическое разложение построено в виде суммы регулярного ряда и погранслоных рядов. При построении погранслоного ряда в окрестности $t=0$ автор сталкивается с аналогичными трудностями и преодолевает их тем

же приемом. Построено полное асимптотическое разложение решения до любого порядка, доказана равномерная оценка остаточного члена.

В четвертой главе автор исследует построение асимптотического разложения сингулярно возмущенной начально-краевой задачи для параболического уравнения с одной пространственной переменной и трехкратным корнем вырожденного уравнения. При трехкратном корне вырожденного уравнения при построении погранфункций возникают такие же сложности, как и при двукратном корне. Построено полное асимптотическое разложение решения, доказана равномерная оценка остаточного члена.

В пятой главе автор исследует построение асимптотического разложения сингулярно возмущенной начально-краевой задачи для параболического уравнения с двумя пространственными переменными и трехкратным корнем вырожденного уравнения. Построено полное асимптотическое разложение решения, доказана равномерная оценка остаточного члена.

В процессе получения новых результатов автор продемонстрировал изобретательность при модификации погранслоного метода, а так же отличное владение техникой построения асимптотических разложений и оценок методом дифференциальных неравенств.

Можно отметить и некоторые недостатки работы.

1. Из изложения не ясно, можно ли перенести полученные результаты на параболические уравнения с переменными коэффициентами.

2. Не сказано, можно ли предложенные алгоритмы построения асимптотических разложений обобщить на задачи с большим количеством пространственных переменных.

3. Не сказано, можно ли перенести результаты на системы параболических уравнений.

4. Не сказано, можно ли полученные результаты обобщить на вырождение произвольной кратности.

Имеются и недочеты редакционного характера, некоторые из них:

В работе полностью отсутствуют иллюстрации.

Есть неудачные выражения, так, на стр. 67 - «... оценки которых содержат не менее трех сомножителей...».

В Заключение необходимо уточнить, что получены достаточные условия, при которых существует асимптотика решений указанных видов.

Имеется некоторое количество опечаток.

Указанные недостатки и недочеты не снижают общей высокой оценки диссертационной работы А.И. Бычкова. Основные результаты диссертации опубликованы, автореферат правильно отражает содержание диссертации. Все результаты, предъявленные автором, являются новыми, обоснованы с необходимой строгостью. Диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Профессор МГПУ,
доктор физ. – мат. наук,
профессор

А. В. Нестеров

“29” мая 2017 г.

Адрес: 129226, Москва, 2-й Сельскохозяйственный проезд, 4.

Телефон : +7 (499) 181-24-62, 8(495) 619 02 53.

E-mail: info@mgpu.ru

Организация: Государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский городской педагогический университет» (МГПУ).

