

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ДЛИТЕЛЬНОЕ РАЗРУШЕНИЕ МЕМБРАНЫ ВНУТРИ НИЗКОЙ ЖЕСТКОЙ МАТРИЦЫ

Л.В. Фомин¹, А.Ф. Ахметгалеев¹

¹Институт механики МГУ, Москва

fleonid1975@mail.ru

Аннотация. Проведено исследование ползучести и длительного разрушения узкой прямоугольной мембраны внутри низкой жесткой матрицы при пропорциональной зависимости величины поперечного давления от времени. Задача решается при последовательности трех стадий: в первой стадии мембрана деформируется в свободных условиях вплоть до касания поперечной стенки матрицы, во второй — при касании поперечной стенки матрицы вплоть до касания ее продольных стенок, в третьей стадии — при одновременном касании продольных и поперечной стенок матрицы. Рассматриваются два вида контактных условий: идеальное скольжение мембраны вдоль стенок матрицы и прилипание мембраны к стенкам матрицы. Анализ постепенного разрушения и время до разрушения мембраны проводится при использовании кинетической теории ползучести Ю.Н. Работнова.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ 20-08-00387.

Введение

Решение задачи о ползучести вплоть до разрушения длинной узкой прямоугольной мембраны, закрепленной вдоль длинных сторон и нагруженной равномерным поперечным давлением q при постоянной и кусочно-постоянной зависимостях $q(t)$ (где t - время) при различных физических и геометрических условиях приведено в монографиях Л.М. Качанова [1], Одквиста [2], Сторакерса [3], Н.Н. Малинина [4] и др. Особый интерес представляет исследование ползучести рассматриваемой мембраны внутри жесткой матрицы. В монографиях [4, 5] рассмотрен цикл задач о ползучести такой мембраны внутри жесткой матрицы при учете различных форм матриц: клиновидной, криволинейной и прямоугольной при двух типах контактных условий на границе мембраны: идеальное скольжение и прилипание. В основном исследователями уделяется внимание вопросам ползучести мембраны, длительное разрушение не рассматривается.

Постановка задачи

Проводится исследование ползучести длинной узкой прямоугольной мембраны толщины H_0 , закрепленной вдоль длинных сторон и расположенной внутри низкой жесткой матрицы прямоугольной формы, вплоть до разрушения мембраны (рис. 1). Ширина $2a$ и длина мембраны и матрицы L удовлетворяют неравенству $2a/L \ll 1$. Отношение высоты матрицы b к половине её ширины a в данной работе удовлетворяет неравенству $b/a \leq 1$ (низкая матрица).

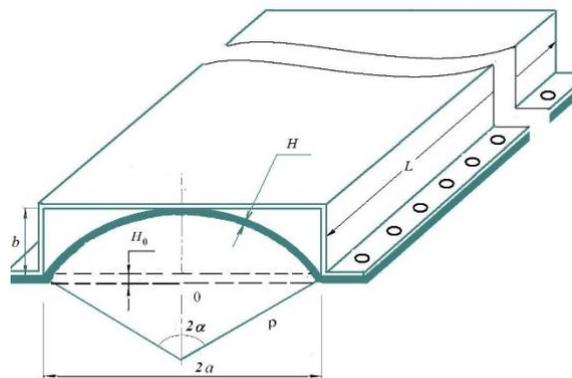


Рис. 1. Общий вид схемы деформирования мембраны в низкой матрице.

Здесь рассматривается пропорциональная зависимость величины поперечного давления от времени

$$q(t) = \dot{q}t, \quad \dot{q} = \text{const}$$

где $\dot{q} = \text{const}$ - скорость возрастания величины поперечного давления q , точкой всюду обозначаются производные по времени t .

Ползучесть мембраны представляет собой в общем случае последовательность трех стадий: в первой стадии деформирование происходит в свободных условиях вплоть до касания поперечной стороны матрицы, во второй — при касании поперечной стенки матрицы вплоть до касания ее продольных стенок, в третьей стадии происходит одновременное касание продольных и поперечной стенок матрицы.

Целью данного исследования является определение зависимости времени до разрушения мембраны t от величины скорости возрастания поперечного давления \dot{q} , в случае разрушения на i -й стадии ($i=1, 2, 3$) эти параметры будем обозначать t_i^* и \dot{q}_i соответственно.

Определяющие и кинетические соотношения

Для описания ползучести мембраны при $t > 0$ с учетом накопления поврежденности материала вплоть до ее разрушения рассмотрим гипотезу пропорциональности девиаторов напряжений и девиаторов скоростей деформаций ползучести при учете несжимаемости материала в следующем виде (ω_u представляет собой аналог интенсивности напряжений σ_u):

$$\frac{dp_{ij}}{dt} = \frac{3}{2} \frac{A \sigma_u^{n-1}}{(1-\omega_u)^n} s_{ij}, \quad p_{ij}(t=0) = 0, \quad \text{где } p_{ij} \text{ — компоненты тензора деформаций ползучести, } A, n \text{ —}$$

постоянные величины соответствующей размерности.

Для учета накопления поврежденности в материале мембраны в процессе ползучести введем тензорный параметр поврежденности $\omega_{ij}(t)$, удовлетворяющий следующим уравнениям:

$$\frac{d\omega_{ij}}{dt} = \frac{3}{2} F(\sigma_{ij}, \omega_{ij}, t) s_{ij} \quad \text{при } s_{ij} > 0, \quad \frac{d\omega_{ij}}{dt} = 0 \quad \text{при } s_{ij} \leq 0$$

где s_{ij} — компоненты девиатора напряжений.

Последующий анализ показывает, что отличной от нуля является только одна компонента $\omega_{\theta\theta}$ тензора поврежденности, что позволяет в процессе исследования принять поврежденность в скалярном виде ω . Для решения используются безразмерные переменные.

В результате исследования получены соотношения и уравнения, позволяющие провести расчет напряженно-деформированного состояния и накопления поврежденности на каждой из трех стадий деформирования мембраны, а также определить времена до разрушения с учетом двух видов контактных условий: идеальное скольжение и прилипание. Приведем эти уравнения ниже.

Первая стадия (свободное деформирование)

Рассмотрим элемент мембраны [4], принимая напряжения в элементе равномерно распределенными по толщине и записывая уравнения равновесия в проекциях на нормаль и касательную, заключаем, что рассматриваемый радиус кривизны ρ срединной поверхности мембраны во всех её точках один и тот же ($\rho = \text{const}$), т.е. срединная поверхность мембраны при её деформировании является частью поверхности кругового цилиндра с углом раствора 2α .

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{1}{(\alpha^{-1} - \text{ctg}\alpha)} \frac{\sqrt{3}}{2} A \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_{\theta\theta} \right)^n \left[1 - (m+1) B \int_0^t (\sigma_{\theta\theta})^k dt \right]^{\frac{n}{m+1}}, \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{q_1 \rho}{H_0 H_1} = \frac{\dot{q}_1 t}{H_0} \frac{\alpha}{\sin^2 \alpha},$$

$\alpha(t=0) = 0, \alpha_1 = \alpha(t=t_1) = \arcsin\left(\frac{2b}{1+b}\right)$, где H_0 - исходная толщина мембраны, H_1 - толщина мембраны в течение первой стадии, α_1 - половина угла раствора мембраны в случае ее неразрушения в конце первой стадии в момент времени t_1 .

Скорость увеличения поперечного давления \dot{q}_1 , при котором мембрана разрушается в процессе первой стадии в момент времени t_1^* , определяется на основе соотношения, удовлетворяющему критерию разрушения

$$\omega_1^* = \omega(t_1^*) = 1: \omega_1^* = \omega(t_1^*) = 1 - \left[1 - (m+1) B \int_0^{t_1^*} (\sigma_{\theta\theta})^k dt \right]^{\frac{1}{m+1}} = 1.$$

Идеальное скольжение мембраны вдоль сторон матрицы

Вторая стадия (при касании поперечной стенки матрицы вплоть до касания ее продольных стенок)

Вторая стадия процесса ползучести характеризуется следующими значениями параметров: $t_1 \leq t \leq t_2, 0 \leq x_0 \leq 1-b, \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$. При этом x_0 - длина контактной части мембраны с поперечной стенкой матрицы, ω_2 - поврежденность материала мембраны в конце второй стадии деформирования в случае неразрушения мембраны.

$$\frac{dx_0}{dt} = \frac{D_2(x_0)}{D_1(x_0)} \frac{\sqrt{3}}{2} A \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_{\theta\theta} \right)^n \left[(1-\omega_1)^{m+1} - (m+1) B \int_{t_1}^t (\sigma_{\theta\theta})^k dt \right]^{\frac{n}{m+1}}, \quad x_0(t=t_1) = 0, \quad x_0(t=t_2) = 1-b,$$

$\sigma_{\theta\theta}(x_0) = \frac{q_2 t \rho}{H_0 H_2(x_0)}$, где $D_2(x_0)$ - длина исходного участка деформирования, состоящая из длины контактной

части x_0 и длины свободной части мембраны (цилиндрической формы). $D_1(x_0)$ - приращение длины исходного участка вследствие деформации. В проведенном исследовании получены выражения для $D_1(x_0)$ и $D_2(x_0)$ на основе геометрических соотношений. Зависимость $H_2(x_0)$ определяется и получена авторами из условия несжимаемости материала мембраны. Скорость увеличения поперечного давления \dot{q}_2 , при котором мембрана разрушается в процессе второй стадии в момент времени t_1^* , определяется на основе соотношения,

$$\text{удовлетворяющему критерию разрушения } \omega_1^* = \omega(t_2^*) = 1: \quad \omega_2^* = \omega(t_2^*) = 1 - \left[(1 - \omega_1) - (m+1) B \int_{t_1}^{t_2^*} (\sigma_{\theta\theta})^k dt \right]^{\frac{1}{m+1}} = 1.$$

Здесь учитывается поврежденность ω_1 , накопленная в мембране к окончанию первой стадии.

Третья стадия (одновременное касание продольных и поперечной стенок матрицы)

Третья стадия ползучести мембраны характеризуется параметрами: $t_2 \leq t \leq t_3^*$, $1 - b \leq x_0 \leq x_0^*$, $\omega_2 \leq \omega \leq 1$, где x_0^* - определяется положением мембраны в момент разрушения. Также отметим, что в соответствии с геометрическими соотношениями в процессе деформирования $1 - x_0 = b - y_0$, где y_0 - длина контактной части мембраны с поперечной стенкой матрицы.

$$\frac{dx_0}{dt} = \frac{b + \pi/2 - 1 + (2 - \pi/2)x_0}{(2 - \pi/2)} \frac{\sqrt{3}}{2} A \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_{\theta\theta} \right)^n \left[(1 - \omega_2)^{m+1} - (m+1) B \int_{t_2}^t (\sigma_{\theta\theta})^k dt \right]^{\frac{n}{m+1}}, \quad x_0(t = t_2) = 1 - b,$$

$$x_0(t = t_3^*) = x_0^*, \quad \sigma_{\theta\theta}(x_0) = \frac{q_3 t}{H_0} (1 - x_0), \quad \omega^* = \omega(t_3^*) = 1 - \left[(1 - \omega_2) - (m+1) B \int_{t_2}^{t_3^*} (\sigma_{\theta\theta})^k dt \right]^{\frac{1}{m+1}} = 1$$

Прилипание мембраны вдоль сторон матрицы

В настоящей работе также получены расчетные соотношения для случая прилипания мембраны к продольной и поперечной сторонам матрицы. В случае постепенного прилипания материала мембраны к матрице ее контактная часть не деформируется, а свободная часть представляет собой часть дуги окружности.

В качестве примера рассматривается ползучесть и длительное разрушение мембраны, изготовленной из хромомолибденовой стали 2.15Cr-1Mo steel и деформируемой при 600°C внутри жесткой матрицы высотой $b = 0.5$. Определены времена до разрушения в случаях идеального скольжения и прилипания мембраны к стенкам матрицы, построены зависимости характерных параметров задачи от времени.

Заключение

Исследована ползучесть вплоть до разрушения узкой мембраны внутри низкой прямоугольной матрицы при пропорциональной зависимости величины поперечного давления от времени. Рассмотрены два типа контактных условий: идеальное скольжение мембраны относительно матрицы и прилипание мембраны к матрице. Для описания процесса накопления поврежденности в материале мембраны использована кинетическая теория Ю.Н. Работнова. Показано, что в данной задаче параметр поврежденности материала имеет скалярный характер. Решение системы определяющего и кинетического уравнений проводится при последовательности первой, второй и третьей стадий. В результате решения системы определяющего и кинетического уравнений получены значения параметра поврежденности, накопленного в течение каждой стадии деформирования, а также величины времени до разрушения мембраны

Авторы посвящают эту статью памяти заведующего лабораторией ползучести и длительной прочности НИИ механики МГУ имени М.В. Ломоносова, профессора, доктора физико-математических наук Локощенко Александра Михайловича. Авторы также выражают благодарность студентам механико-математического факультета МГУ Д.Д. Махову и П.М. Третьякову за внимание к этому исследованию.

Литература

1. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. М.: Наука. 1974. 312 с.
2. Odqvist F.K.G. Mathematical theory of creep and creep rupture. Second edition Oxford at the Clarendon Press. 1974. 200 p.
3. Storakers B. Finite creep of a circular membrane under hydrostatic pressure. Acta Polytechnica Mechanical Engineering Series Scandinavica. 1969. №44. Stocholm. 107 pp.
4. Малинин Н.Н. Ползучесть в обработке металлов. М.: Машиностроение. 1986. 216 с.
5. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. М.: Физматлит. 2016. 504 с.