

В работе исследуется нелинейное интегральное уравнение, получающееся в результате трёх-параметрического замыкания третьего пространственного момента в системе динамики модели У. Дикмана и Р. Лоу.

$$0 = bm(x)N(C) + b \int_{\mathbb{R}^2} m(y)C(x-y) dy - \left(\frac{\alpha}{\alpha+\gamma}b + \frac{\gamma}{\alpha+\gamma}d + sw(x) \right) C(x) - \\ - \frac{\beta}{\alpha+\gamma} \cdot \frac{s}{N(C)} C(x) \int_{\mathbb{R}^2} w(y)C(y-x) dy - \frac{\gamma}{\alpha+\gamma} \cdot \frac{s}{N(C)} \int_{\mathbb{R}^2} w(y)C(y)C(y-x) dy + \\ + \frac{\beta}{\alpha+\gamma} \cdot sN^3(C), \text{ где } N(C) = \frac{s}{b-d} \int_{\mathbb{R}^2} C(y)w(y) dy.$$

Это уравнение дополняется следующим условием на бесконечности: $\lim_{\|x\| \rightarrow +\infty} C(x) = N^2(C)$.

В докладе будет рассказано о функциональном пространстве, в котором удаётся выписать условия, накладываемые на биологические параметры достаточные для существования решения вышеуказанного уравнения, а также о подходе к ускорению численных вычислений нелинейной свёртки.

Литература

1. *R. Law and U. Dieckmann* Moment approximations of individual-based models, *The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity*, Ed. by U. Dieckmann, R. Law, and J. A. J. Metz (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2000), pp. 252–270.
2. *U. Dieckmann and R. Law* Relaxation projections and the method of moments, *The Geometry of Ecological Interactions: Simplifying Spatial Complexity*, Ed. by U. Dieckmann, R. Law, and J. A. J. Metz (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2000), pp. 412–455.
3. *D. J. Murrell, U. Dieckmann, and R. Law* On moment closures for population dynamics in continuous space // *J. Theor. Biol.* 229, 421–432 (2004).
4. *M. A. Krasnosel'skii* Two remarks on the method of successive approximations // *Usp. Mat. Nauk* 10 (1), 123–127 (1955).
5. *M. V. Nikolaev and A. A. Nikitin* The Leray Schauder principle applied to the study of a nonlinear integral equation // *Differ. Equations* 55 (9), 1164–1173 (2019).

ОПТИМАЛЬНОЕ ТОРМОЖЕНИЕ ПРИ СПУСКЕ В СОПРОТИВЛЯЮЩЕЙСЯ СРЕДЕ

Н.А. Орел, О.Ю. Черкасов

nikita.orel@math.msu.ru, oyuche@yandex.ru

УДК 531.55

Исследуется задача о мягкой посадке в сопротивляющейся среде. Количество топлива задано. Установлено количество и последовательность переключений оптимального управления.

Ключевые слова: управление тягой, мягкая посадка, оптимальная структура.

Рассматривается оптимальное по расходу топлива торможение центра масс твердого тела в сопротивляющейся среде. Движение происходит в вертикальной плоскости. Поле сил тяжести и сопротивляющаяся среда однородны. Для сопротивления среды принята модель линейного вязкого трения. В качестве управлений приняты угол наклона траектории и сила тяги. Количество топлива задано. Предполагается, что масса топлива пренебрежимо мала по сравнению с массой тела. Целью управления является приведение системы из начального положения в вертикальной

Орел Никита Андреевич, аспирант, МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет (Москва, Россия)

Черкасов Олег Юрьевич, к.ф.-м.н., доцент, Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, факультет вычислительной математики и кибернетики (Шэньчжэнь, Китай)

плоскости в заданное конечное с минимизацией квадрата скорости в заданный момент окончания процесса.

Задача решается с помощью принципа максимума Л.С. Понтрягина. В результате исходная задача оптимального управления сведена к краевой задаче для системы нелинейных дифференциальных уравнений. Доказано, что возможное особое управление не удовлетворяет необходимым условиям оптимальности и, следовательно, не включается в состав оптимального управления. Таким образом, оптимальное управление может принимать только граничные значения. Аналитический анализ полученной краевой задачи позволяет установить, что может быть не более двух переключений тяги. Установлено, что оптимальная тяга может состоять либо из двух дуг: дуги нулевой тяги, затем дуги максимального торможения, либо из трех дуг: дуги максимального торможения в начале, затем дуги нулевой тяги, и, наконец, снова дуги максимального торможения. Таким образом, исходная задача оптимального управления сведена к задаче минимизации функции двух переменных, а именно, двух моментов переключения тяги.

Полученные результаты качественно совпадают с известными решениями модельных одномерных задач о мягкой посадке с минимальным расходом топлива [1], а также с численными решениями двумерных и трехмерных задач, полученных в рамках подготовки миссий исследования планет с атмосферой [2].

Литература

1. *Meditch J. S.* On the problem of optimal thrust programming for a lunar soft landing // IEEE Transactions on Automatic Control. 1964. pp. 477–484.
2. *Ridderhof J., Tsiotras P.* Minimum-fuel closed-loop powered descent guidance with stochastically derived throttle margins // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. 2021. V. 44. № 3, pp. 537–547.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОМ В ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАЯТНИКА

В.В. Терновский, В.П. Ильютко, Д.В. Камзолкин

ternovski@smbu.edu.cn, ilyutko@smbu.edu.cn, kamzolkin@smbu.edu.cn

УДК 517.977

Рассмотрена многопараметрическая задача оптимального управления коэффициентом линейного дифференциального уравнения за кратчайшее возможное время при заданных начальном и конечном состояниях. Нестабильность данной обратной задачи управления приводит к трудностям в получении надежного решения с использованием численного метода. Таким образом, решение строится аналитически и проверяется с помощью прямого моделирования с использованием рекуррентных формул для каждого сегмента траектории.

Ключевые слова: оптимальное управление, принцип максимума, множество достижимости.

Рассмотрено линейное дифференциальное уравнение вида [1]

$$\ddot{x}(t) + \mu \dot{x}(t) + \omega^2(t)x(t) = 0,$$

где фазовая переменная $x(t)$ представляет координату материальной точки, μ — заданный неотрицательный коэффициент и $\omega(t)$ — неизвестная функция. Задача заключалась в нахождении ограниченной функции $\omega(t)$, обеспечивающей переход фазовой переменной из заданного начального состояния $x(0) = A$, $\dot{x}(0) = 0$ в конечное $x(T) = B$, $\dot{x}(T) = 0$ за наименьшее время T .

В данной работе был рассмотрен частный случай $\mu = 0$, это позволило провести полное аналитическое исследование поставленной задачи.

Были получены следующие результаты:

Терновский Владимир Владимирович, к.ф.-м.н., доцент, Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, факультет вычислительной математики и кибернетики (Шэньчжэнь, Китай)

Ильютко Виктор Петрович, к.ф.-м.н., доцент, Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, факультет вычислительной математики и кибернетики (Шэньчжэнь, Китай)

Камзолкин Дмитрий Владимирович, к.ф.-м.н., доцент, Университет МГУ-ППИ в Шэньчжэне, факультет вычислительной математики и кибернетики (Шэньчжэнь, Китай)